Digitized by Google

Ad Bibliothecam
Academiæ Georgiæ Augustæ
Electoralis Societatem

Digitized by Google

Digitized by Google

<36628332780010

<36628332780010

Bayer. Staatsbibliothek

Digitized by Google

Math. fr. 86

Mathesis. Systemata & methodi.

130.

R

Digitized by Google

Lehrbegriff der gesamten Mathematik.

Aufgesetzt
von

Wencesl. Joh. Gustav Karsten,
Der Phil. Doctor, Hofrath und Professor der Mathematik und Naturlehre auf der Universität in Halle, der Churfl. Akademie der Wissensch. in München, der Holländischen Gesellschaft der Wissensch. in Harlem, und der Königl. Dänischen Gesellschaft in Copenhagen, auch der ökonomischen Gesellschaft in Leipzig Mitgliede.

Der erste Theil.
Der zweyten Auflage
Dritter Band.

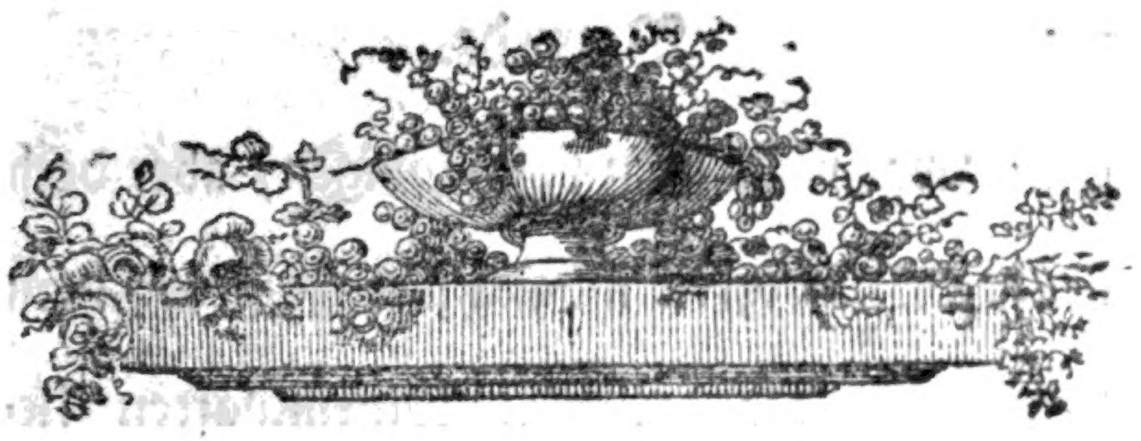
Die Optischen Wissenschaften.

Greifswald,
gedruckt und verlegt von Anton Ferdinand Röse. 1780.

Digitized by Google

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Digitized by Google



Vorrede.

Bey dem Wunsch, Liebhabern der Mathematischen Wissenschaften möglichst nützlich zu werden, habe ich mich schon mehrmahls, eben so wie diesesmahl bey Ausarbeitung des gegenwärtigen Bandes meines mathematischen Lehrbegriffes, in Verlegenheit befunden, wenn die Schönheit und Nutzbarkeit der abzuhandelnden Lehren nicht soviele Kürze zuließ, als ich wegen andrer Gründe mir muste empfohlen seyn lassen. Wenn ich indessen in einem mäßigen Octavbande hiemit

Digitized by Google

einen zwar nicht ganz vollständigen, aber doch der Vollständigkeit möglichst nahe gebrachten Lehrbegriff der optischen Wissenschaften liefere; so darf ich hoffen, auch hiedurch zur weitern Ausbreitung nützlicher Kenntnisse einen geringen Beytrag geleistet zu haben. Die erste Hälfte dieses für angehende Mathematiker bestimmten Bandes enthält einen von neuem durchgedachten Auszug aus dem siebenten und achten Theil meines Lehrbegriffes der gesammten Mathematik, und dabey habe ich es gewagt, in der letztern Hälfte desselben die neuere Dioptrik, die Theorie von der vortheilhaftesten Einrichtung der optischen Werkzeuge, vorzutragen. Nach meinem jetzigen Plan, welchen ich in der Vorrede zum ersten Bande der zweyten Auflage des ersten Theils

ange-

Digitized by Google

angezeiget habe, hätte dieser dritte Band einen kurzen Lehrbegriff der optischen und astronomischen Wissenschaften enthalten sollen: allein ich fand bey der Ausführung, daß ich vieles hätte zu sehr ins Kurze ziehen, oder daß dieser dritte Band um ein ansehnliches stärker, als die vorigen beyden Bände hätte ausfallen müssen, wenn ich mich diesmahl nicht auf die optischen Wissenschaften allein eingeschränkt hätte. Ich werde also noch in einem vierten Bande die astronomischen Wissenschaften nachfolgen lassen, um in diesen vier Bänden einen kurzen und dabey doch möglichst vollständigen Lehrbegriff der reinen und angewandten Mathematik zu liefern. Eben diese vier Bände werden alsdenn ein besondres Werk für sich ausmachen, weil der Herr Verleger

die Einrichtung getroffen hat, daß sie unter dem besondern Titel: **Anfangsgründe der Mathematischen Wissenschaften** in den Buchläden zu haben sind. Und zu diesem Endzweck sind hier die besonders dazu abgedruckte Titel der drey ersten Bände beygefügt worden. Es giebt Liebhaber der Mathematik, für die das grössere unter dem Titel **des Lehrbegriffes der gesammten Mathematik** bisher herausgegebene Werk zu umständlich, vielleicht auch zu kostbar ist: diesen dürfte wohl mit einer solchen Abtheilung beyder Werke gedient seyn, die auch sonst in andrer Absicht ihre Bequemlichkeit hat.

Was den Inhalt dieses dritten Bandes insbesondre betrift, so will ich das hier nicht wiederhohlen, was Herr **Klügel** in der

Vor-

Vorrede zu seiner **Analytischen Dioptrik** von den Verdiensten der jetzigen Mathematikverständigen, und besonders des ältern Herrn **Eulers**, um die Theorie von der vortheilhaftesten Einrichtung der optischen Werkzeuge, umständlich erzählt hat: nur dieses will ich noch hinzu setzen, daß Hr. **Klügel** selbst der Wissenschaft durch Verkürzung der Eulerischen Rechnungen einen sehr wesentlichen Dienst geleistet habe. Herrn **Eulers** und Herrn **Klügels** Arbeiten habe ich hier so gut, als möglich war, zu nutzen gesucht. Nach Herrn **Klügels** sehr wohl gegründeten Rath habe ich zwar die vom Herrn **Euler** angenommenen Bezeichnungen bey den Hauptgrössen beybehalten, jedoch wird man finden, daß ich die Auflösungen der Haupt-

aufgaben in ihrer ganzen Allgemeinheit gesucht habe, wenn ich gleich bey den besondern Anwendungen mit Herrn **Klügel** wieder zusammen treffe. An die bisher noch immer gewöhnlich gewesene sehr unbequeme Absonderung der Katoptrik als einer besondern optischen Wissenschaft von der Dioptrik habe ich mich übrigens nicht weiter gebunden, weil alles, was dahin gehört, weit besser sowohl unter sich, als auch mit dem photometrischen in einen richtigen Zusammenhang gebracht werden kann, wenn es als eine einzige Wissenschaft behandelt wird.

Halle im Februar des Jahrs 1780.

Inhalt.

Inhalt.

Die Optik,

oder

die mathematische Theorie von den Erscheinungen der Grösse, der Gestalt und Bewegung der Körper, in wiefern sie durchs Gesicht empfunden werden.

Der I. Abschnitt. Vorläufige Betrachtung einiger Eigenschaften des Lichts.

Der II. Abschnitt. Vom Sehewinkel, und einigen davon abhängenden Erscheinungen.

Der III. Abschnitt. Von der scheinbaren Gestalt entfernter Gegenstände.

Der IV. Abschnitt. Von der scheinbaren Lage, der Parallaxe, auch von der scheinbaren Bewegung.

Der V. Abschnitt. Die Gründe der Theorie von der Abirrung des Lichts.

Der VI. Abschnitt. Vom Schatten und Halbschatten, besonders in solchen Fällen, wenn die Erleuchtung vom Sonnenlicht kommt.

Die

Die ersten Gründe der Perspectiv.

Der I. Abschnitt. Von den allgemeinen Gründen der Kunst, perspectivische Zeichnungen zu entwerfen.

Der II. Abschnitt. Die perspectivische Zeichnung solcher Figuren, die in einer auf der Tafel senkrechten Ebene liegen.

Der III. Abschnitt. Die Gründe der perspectivischen Zeichnung solcher Figuren, die in einer gegen die Tafel geneigten Ebene liegen.

Der IV. Abschnitt. Die Zeichnung der perspectivischen Höhen auf einer gegen die Tafel geneigten Ebene.

Der V. Abschnitt. Die allgemeine Theorie der perspectivischen Scenographie.

Der VI. Abschnitt. Die allgemeine Theorie der Sciagraphie.

Der VII. Abschnitt. Theorie der orthographischen Projection solcher ebenen Figuren, welche die Tafel senkrecht schneiden.

Der VIII. Abschnitt. Die orthographische Projection solcher Figuren, deren Ebene die Tafel schief schneidet.

Die Photometrie

mit ihren Anwendungen in der Katoptrik und Dioptrik.

Der I. Abschnitt. Die ersten Grundlehren der Theorie von Ausmessung der Stärke des Lichts.

Der II. Abschnitt. Von den Gesetzen der Zurückwerfung des Lichts von ebenen Spiegelflächen, als den Gründen der Katoptrik.

Der III. Abschnitt. Die Gesetze der Zurückwerfung des Lichts von krummen, und vornemlich sphärischen Spiegeln.

Der IV. Abschnitt. Kurze Erläuterung der Erscheinungen im conischen und cylindrischen Spiegel.

Der V. Abschnitt. Von den Gesetzen der Brechung des Lichts in ebenen Flächen, als den Gründen der Dioptrik.

Der VI. Abschnitt. Die Strahlenbrechung, wenn das Licht durch ein Prisma fällt.

Der VII. Abschnitt. Die Brechung des gleichartigen Lichts in einer Kugelfläche.

Der VIII. Abschnitt. Die Brechung des gleichartigen Lichts in linsenförmigen Gläsern.

Der IX. Abschnitt. Vom Bau des Auges, und der Erscheinungen der Grösse und des Glanzes beym deutlichen Sehen.

Der X. Abſchnitt. Vom entlehnten Glanz unpolirter anderswoher erleuchteter Flächen.

Der XI. Abſchnitt. Vom undeutlichen Bilde der Glaslinſen und Hohlſpiegel, mit einigen Anwendungen dieſer Lehren.

Der XII. Abſchnitt. Die Geſetze der Schwächung des Lichts in durchſichtigen Maſſen mit einigen Anwendungen beſonders auf die Atmoſphäre.

Der XIII. Abſchnitt. Die allgemeinen Gründe der Theorie von den Fernröhren und Microſcopen.

Der XIV. Abſchnitt. Die Zerſtreuung der in Glaslinſen gebrochenen Strahlen wegen ihrer ungleichen Brechbarkeit.

Der XV. Abſchnitt. Die von der Kugelgeſtalt herrührende Abweichung der in Glaslinſen gebrochenen Lichtſtrahlen.

Der XVI. Abſchnitt. Die allgemeinen Gründe der Theorie von den Spiegel-Teleſcopen.

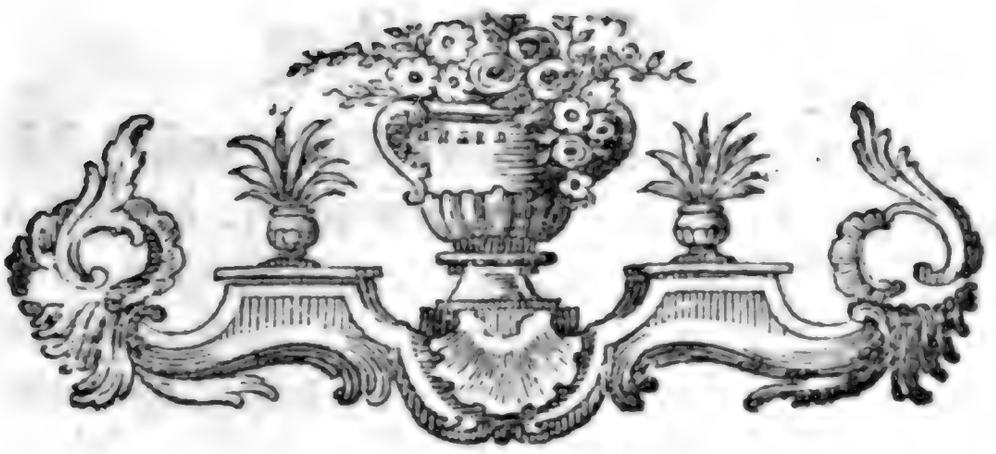
Der XVII. Abſchnitt. Die Theorie der aus verſchiedenen Glasarten zuſammen geſetzten Objectivgläſer.

Der XVIII. Abſchnitt. Vollſtändigere Theorie vollkommener und beſonders der achromatiſchen Fernröhre.

Der XIX. Abſchnitt. Nähere Anleitung zur Berechnung der Spiegel-Teleſcope.

Der XX. Abſchnitt. Vollſtändigere Theorie der Microſcope.

Die



Die Optik,

oder

die mathematische Theorie von den Erscheinungen der Grösse, der Gestalt und Bewegung der Körper, in wiefern sie durchs Gesicht empfunden werden.

Der I. Abschnitt.

Vorläufige Betrachtung einiger Eigenschaften des Lichts.

1. §.

Es ist um uns herum helle, wenn wir die um und neben uns befindlichen Dinge durchs Gesicht erkennen können, widrigenfalls ist es finster. Wenn wir sonst etwas durch die Sinne empfinden, so ist solches mit einer unmittelbaren Würkung entweder der empfundenen Sache selbst, oder gewisser Ausflüsse von ihr, in unsre Sinnglieder verbunden: wir riechen die Ausdünstungen der Blumen, die unsre Nase anfüllen; wir schmecken was unsre Zunge,

und fühlen, was auch andre Theile unsers Köpers unmittelbar berührt. Was wir sehen, berührt nicht unmittelbar unser Auge, so wie eine Blume, die wir riechen, nicht nothwendig unsre Nase unmittelbar berührt: also könnte es wohl mit dem Sehen auch so zu gehen, daß eine zarte Masse von jeder sichtbaren Sache in unser Auge kommen müste, wenn wir sie sehen sollen. Mit dem Schall und den Tönen, die wir hören, hat es jedoch eine andre Bewandniß. Der Schall ist kein Ausfluß aus den Körpern, wovon wir glauben müssen, daß sie den Schall verursachen. Diese setzen nur die Luft in eine zitternde Bewegung, welche sich bis in unser Ohr fortpflanzt, und auf eine noch nicht völlig bekannte Art auf die Gehörnerven wirkt. Vielleicht ist noch eine andre sehr zarte Masse durch den ganzen Weltraum ausgebreitet, die von den sichtbaren Sachen so in Wirksamkeit gesetzt wird, daß sie unser Auge rühren, und so die Empfindung des Sehens zuwege bringen kann. Dem sey indessen, wie ihm wolle, so kommt uns doch die Sache so vor, als wenn etwas aus den sichtbaren Sachen ausflösse, das unser Auge rührt, und solchergestallt die Ursache davon wird, daß wir die Sachen sehen. Das, was dieser Vorstellung gemäß unser Auge rühren muß, wenn wir sehen sollen, nennen wir **Licht**: wir reden von **Sonnenlicht**, von **Tageslicht**, von **Kerzenlicht**, und stellen es uns als eine zarte Masse vor, welche von der Sonne, auch von der Flamme einer angezündeten Kerze, nach allen Seiten ausfließt.

2. §.

Soviel wir nach unsrer Empfindung davon urtheilen können, giebt es viele Körper, die für sich kein

Licht

Licht um sich her verbreiten würden, wenn nicht anderswoher Licht auf sie fiele, das sie hinwiederum nach allen Seiten umher ausbreiten könnten. Wir nennen sie dunkle Körper, und unterscheiden sie von den für sich leuchtenden, die eigenes und nicht anderswoher empfangenes Licht in unser Auge senden, wenn wir sie selbst sehen. Die Sonne ist, soviel wir urtheilen können, für sich leuchtend, und eben so die Flamme einer angezündeten Kerze. Ueberhaupt scheint das Feuer die vornehmste Quelle des Lichts zu seyn, obgleich auch dergleichen Massen zum Theil im finstern leuchten, wobey wir kein Feuer, ja nicht einmahl eine merkliche Wärme zu empfinden glauben.

3. §.

Es giebt ferner solche Körper, durch deren Masse das auffallende Licht, wenigstens zum Theil, hindurch dringt. Es ist für unsre Empfindung einerley, ob das Licht, als eine zarte Masse betrachtet, wirklich solche für sich nicht leuchtende Massen durchdringt, dahin Glas, Wasser, die unsre Erde umgebende Luft, und andre mehr gehören; oder ob dergleichen Massen das Licht auf ähnliche Art, wie feste elastische Massen den Schall fortpflanzen. Uns kommt es so vor, als wenn des Tages bey verschlossenen Fenstern das Tageslicht eben so, wie beym wolkenfreyen Himmel das Sonnenlicht durch die gläsernen Fensterscheiben hindurch gehe. Setzen wir ein Gefäß mit reinem klaren Wasser dem Sonnenlicht aus, so sehen wir durchs Wasser den Boden von der Sonne erleuchtet. Dieser Erfolg wird begreiflich, wenn man annimmt, daß das Licht einmahl durchs Wasser bis zum Boden des Gefässes hindurch gehe, hiernächst aber wenigstens

ein Theil desſelben durchs Waſſer wieder zurück in unſer Auge komme. So lange daraus nichts folgt, was andern Erfahrungen widerſpricht, ſo lange kann man ſich an dieſe Vorausſetzung halten. Maſſen, die das Licht durchſcheinen laſſen, heiſſen **durchſichtige**, die übrigen aber **undurchſichtige** Maſſen. Eine **vollkommen durchſichtige** Maſſe wäre diejenige, welche alles darauf fallende Licht durchlieſſe: es giebt aber dergleichen, ſoviel wir wiſſen, in der Natur nicht. Das reinſte Glas läſſet nur einen Theil des darauf fallenden Lichts durch, ein andrer Theil gehet davon, wie von undurchſichtigen Maſſen nach allen Seiten zurück, welches ſchon daraus erhellet, weil wir ſonſt das Glas gar nicht, ſondern nur die hinter demſelben befindlichen Sachen ſehen würden.

4. §.

Einen ſonſt entweder für ſich leuchtenden, oder doch hinlänglich erleuchteten Körper ſehen wir entweder gar nicht, oder doch nur einen Theil davon, wenn ſich zwiſchen demſelben und dem Auge ein undurchſichtiger Körper befindet. Es bleibt nemlich jeder Punct des Körpers ſichtbar, wovon eine grade Linie in unſer Auge gezogen den zwiſchen beyden befindlichen undurchſichtigen Körper nicht trift: alle übrige Puncte desſelben ſehen wir nicht, wovon dergleichen grade Linien, in unſer Auge gezogen, durch den undurchſichtigen Körper hindurch gehen müſten. Vermöge dieſer Erfahrung iſt man berechtiget anzunehmen, **daß das Licht von jedem Punct eines für ſich leuchtenden, oder auch mit fremden Licht erleuchteten Körpers nach einer graden Linie in unſer Auge komme.**

Jeden

Jeden ſolchen für ſich leuchtenden oder anderswoher erleuchteten Punct kann man übrigens überall ſehen, was auch das Auge in Anſehung deſſelben für eine Lage hat, wenn ſich nur zwiſchen ihm und dem Auge nichts undurchſichtiges befindet: alſo kann man annehmen, das Licht gehe von jedem ſichtbaren Punct nach allen Seiten in graden Linien aus. Dasjenige Licht, was von einem ſolchen Punct in einerley graden Linie ausgehet, heißt ein Lichtſtrahl, und der Punct ſelbſt ein ſtrahlender Punct, er mag übrigens für ſich leuchtend, oder mit fremden Licht erleuchtet ſeyn.

5. §.

Stellt man ſich den ſtrahlenden Punct ohne alle Ausdehnung als einen geometriſchen Punct vor, ſo leitet das auf die Vorſtellung, daß alle davon ausgehende Lichtſtrahlen wie geometriſche Linien nur in die Länge, und ſonſt gar nicht ausgedehnt ſind. In der Optik wird nur der Weg des Lichts betrachtet, und dergleichen grade Linien, die von dem Punct nach allen Seiten fortlaufen, ſtellen die Richtung des Lichts vor: ſonſt iſt das Licht, oder was auch die Erſcheinungen verurſacht, die wir dem Licht zuſchreiben, eine zarte Maſſe. Was hier ein ſtrahlender Punct heißt, muß man ſich als einen phyſiſchen Punct vorſtellen, der eine, wiewohl ſehr kleine Ausdehnung hat, und jeder davon ausgehende phyſiſche Lichtſtrahl erſtreckt ſich durch einen gradlinichten Raum, deſſen Querſchnitte, die man auf ſeiner Länge ſenkrecht annimmt, ſehr kleine Flächen, nicht bloß geometriſche Puncte ſind. In der Photometrie, die ſich mit der Ausmeſſung der Stärke des Lichts beſchäftiget, muß man

ſich ſtrahlende Puncte, und die davon ausgehenden Lichtſtrahlen ſo vorſtellen: hier aber kann es auch genügen, wenn man ſich den ſtrahlenden Punct ohne alle Ausdehnung, und jeden davon ausgehenden Lichtſtrahl als eine geometriſche grade Linie vorſtellen will.

6. §.

Von allen Lichtſtrahlen, die den Punct L umgeben, können nur diejenigen eine dem Licht ausgeſetzte
1 Fig. Ebene Fläche ABCD treffen, welche in dem Raum einer Pyramide enthalten ſind, deren Spitze der ſtrahlende Punct, und deren Grundfläche die Ebene ABCD iſt. Man nennt einen ſolchen mit Lichtſtrahlen erfüllten Raum eine **Strahlenpyramide**, die ſich in einen **Strahlenkegel** verwandelt, wenn die Ebene, welche das Licht auffängt, ein Kreis iſt. Je weiter der Punct L von der Ebene ABCD entfernt iſt, deſto mehr nähern ſich die auffallenden Strahlen der parallelen Lage: und wenn die Entfernung des Puncts L von der Ebene ABCD in Vergleichung mit jedem Durchſchnitt von ihr unendlich groß wäre, ſo würde ſich der Strahlenkegel in einen **Strahlencylinder**, die Strahlenpyramide in ein **Strahlenprisma** verwandeln.

7. §.

Durch eine ganz kleine Oefnung, eine ſolche etwa, wie man mit einer zarten Nadel durch ein Kartenbladt bohren kann, überſiehet man deutlich eine groſſe Menge von Gegenſtänden auf einmahl: man kann dadurch eine ganze Landſchaft überſehen. Dieſemnach **können unzählig viele Lichtſtrahlen einander durchkreuzen, ohne einander hinderlich zu ſeyn**; denn von allen Puncten der Landſchaft, oder

was

was es sonst für Gegenstände sind, die das Auge auf einmahl übersiehet, muß Licht ins Auge kommen, das in zarten Strahlen durch die Oefnung hindurch gehet, und alle diese Lichtstrahlen müssen hinter der Oefnung wieder aus einander gehen.

8. §.

Wenn man alle Oefnungen eines Zimmers, durch welche das Tageslicht hineinfallen könnte, sorgfältig verschließt, und nur eine sehr kleine Oefnung auf der Seite des Zimmers übrig läßt, wo sich Gegenstände befinden, die von der Sonne stark erleuchtet sind, ohne daß die Sonne selbst durch diese kleine Oefnung in das Zimmer scheine; so geht das von jedem Punct der so erleuchteten Gegenstände in grader Linie auf die Oefnung fallende Licht ebenfalls ungehindert hindurch ins Zimmer hinein. Die Strahlen durchschneiden einander in der Oefnung, und gehen hinter derselben im Zimmer wieder aus einander.

Denn alles auf die Oefnung von aussen fallende Licht ist in einem pyramidenartigen Raum enthalten, dessen Spitze in der Oefnung liegt: im Zimmer breiten sich die in grader Linie durch die Oefnung fallenden Strahlen in einen dem vorigen völlig gleichen und ähnlichen Raum wieder aus, der aber dem vorigen entgegen gesetzt ist. Das muß der Erfolg seyn, wofern es mit den beyden im 4 und 7 §. angenommenen Voraussetzungen seine Richtigkeit hat, und vermöge der Erfahrung erfolgt alles diesen Voraussetzungen gemäß.

Bringt man in dem Zimmer eine ebene weisse Tafel, einen weissen Bogen Papier, oder etwas dergleichen, gegen die kleine Oefnung; so siehet man auf der weissen Tafel die ausserhalb des Zimmers

der Oefnung gegen über befindlichen Gegenstände aufs schönste, aber dabey umgekehrt, abgemahlt. Die Bilder erscheinen desto lebhafter aber desto kleiner, je näher man die Tafel der Oefnung bringt; sie werden desto grösser, je weiter man die weisse Fläche von der Oefnung entfernt; verlieren aber im lezten Fall an der Helligkeit und Lebhaftigkeit der Farben. Das ganze Bild nimmt auf der Tafel einen Raum ein, der so groß als die Durchschnittsfigur der Ebene der Tafel mit dem pyramidenförmigen Raum ist, den die Strahlen im finstern Zimmer ausfüllen; und diese Durchschnittsfigur muß desto grösser ausfallen, je weiter man die schneidende Ebene von der Oefnung als der Spitze des pyramidenförmigen Raums entfernt. Weil übrigens auf der grössern Durchschnittsfigur eben soviel Licht als auf der kleinern gleichförmig verbreitet ist, so fällt auf jedes Stück der grössern Durchschnittsfigur weniger Licht, als auf ein eben so grosses Stück der kleinern, und daher wird begreiflich, warum die grössern Bilder bey grösserer Entfernung der weissen Fläche von der Oefnung nicht so hell und lebhaft erscheinen, als die kleinern Bilder bey kleinerer Entfernung der Fläche der Oefnung.

9. §.

Diese Erscheinung der Bilder auf der weissen Fläche im finstern Zimmer hat etwas ganz eigenes, das man anfangs eben nicht vermuthen würde. Es scheint, das durch die Oefnung fallende Licht werde nur die jedesmahlige Durchschnittsfigur der weissen Ebene mit der im Zimmer auseinanderfahrenden Lichtpyramide heller machen, man werde also nur Licht auf diesen Theil der weissen Fläche, keine Bilder der

ausserhalb des Zimmers befindlichen Gegenstände sehen. Indessen darf man nur andre nicht eben unbekannte Erfahrungen damit vergleichen, so wird auch diese Erscheinung begreiflich. Wenn die Sonne durchs Fenster in jedes andre Zimmer hinein scheint, und das Sonnenlicht auf eine lebhaft gefärbte Sache fällt, etwa auf ein rothes, grünes, gelbes Kleid, das von einer weissen Wand, die etwas im Schatten liegt, nicht weit entfernt ist, so färbt das Licht, welches vom Kleide auf die Wand fällt, diese weisse Wand ebenfalls roth, grün oder gelb: allemahl erscheint auf der Wand eben die Farbe, die das Kleid hat, oder was es auch sonst für eine etwas lebhaft gefärbte Sache ist. Dies leitet auf die Vorstellung, daß selbst die Erscheinung der Farbe, die ein sichtbarer Punct darstellet, von dem Licht herrühre, das derselbe nach allen Seiten verbreitet. Ein einziger Strahl, der von rothen, grünen, gelben Punct ausgehet, und auf eine weisse Fläche fällt, wird dieser Vorstellung gemäß dem Auge daselbst nicht bloß einen **hellen**, sondern zugleich einen **rothen**, **grünen**, oder **gelben** Punct darstellen. Diesen auf der weissen Fläche so erscheinenden Punct kann man als ein **Bild** jenes Puncts ansehen, wovon der Lichtstrahl herkommt, und nun erklärt sich die Erscheinung der Bilder auf der weissen Fläche im finstern Zimmer auf folgende Art.

10. §.

Wenn die Oefnung bey A eine unmerklich kleine Grösse hat; so kann von jedem Punct L oder M des Gegenstandes LM auf jeden Punct *l* oder *m* der gegenüber stehenden Tafel CD nur ein gradlinichter Lichtstrahl, wie L*l*, M*m*, fallen, und *l*, *m*, sind alsdenn 2 Fig.

denn Bilder der Puncte L, M, des Gegenstandes. Eben so fällt von jedem andern Punct des Gegenstandes, der zwischen L und M liegt, ein Bild zwischen *l* und *m* auf der Tafel. Diese Bilder liegen auf der Tafel gegen einander eben so, wie die damit zusammen gehörigen Puncte des Gegenstandes, jedoch deswegen im ganzen in umgekehrter Stellung, weil sich alle Lichtstrahlen in dem offenen Punce A schneiden. Demnach müssen die Bilder aller einzelnen Puncte des Gegenstandes zusammen ein **Bild des Ganzen**, nur in ganz umgekehrter Stellung darstellen, so daß das unterste des Gegenstandes im Bilde oben, und was im Gegenstande rechter Hand liegt, im Bilde linker Hand erscheinen muß.

11. §.

2 Fig. So gar unmerklich klein wird die Oefnung zwar nie seyn können, indessen wird doch der Erfolg noch sehr nahe eben so bleiben, wenn die Oefnung zwar einige, jedoch aber nur eine sehr geringe Grösse hat. Von jedem Punct L oder M des Gegenstandes fällt alsdenn auf die Oefnung AB eine Strahlenpyramide, oder wenn sie Kreisförmig ist, ein Strahlenkegel, wie L*l*λ, M*m*μ; und wenn die weisse Fläche CD mit der Ebene der Oefnung parallel ist, so nimmt das Bild eines jeden Puncts L oder M darauf den Raum eines kleinen Kreises ein, wie *l*λ, *m*μ, vorstellen. Jeder von diesen Kreisen ist desto kleiner, je kleiner die Oefnung AB ist, je näher die Tafel bey der Oefnung befindlich, und je weiter der abgebildete Gegenstand ausserhalb des Zimmers von der Oefnung entfernt ist. So lange jeder von diesen kleinen Kreisen auf eine eigene Stelle der Tafel fällt, ohne daß diese Kreise sich merklich vermischen, so lange stellt jeder davon noch

noch ein Bild von dem damit zusammen gehörigen Punct des Gegenstandes dar, und alles zusammen ein deutliches Bild des ganzen Gegenstandes. Je grösser aber die Oefnung ist, desto grösser werden die kreisförmigen einzelnen Bilder, sie berühren einander nicht blos, vielmehr schneiden sie einander. Auf die Stellen, welche zwey oder mehr von diesen Bildern mit einander gemein haben, fällt nun Licht von mehrern Puncten des Gegenstandes zugleich, die einzelnen Bilder vermischen sich mit einander, und das Bild im ganzen wird desto undeutlicher, je grösser die Räume sind, worin sich die einzelnen kreisförmigen Bilder ausbreiten.

12. §.

Weil die Folgen, worauf diese Schlüsse leiten, mit dem was die Erfahrung lehrt, sehr wohl übereinstimmen; so ist man auch berechtiget, den folgenden Satz unter den Gründen der Optik mit aufzunehmen. **Jeder Lichtstrahl führt das Bild desjenigen Puncts eines sichtbaren Gegenstandes mit sich, wovon er ausgehet.** Ferner lehrt die Erfahrung, daß unser Auge einerley Empfindung habe, es mag der Lichtstrahl von einem solchen Punct des Gegenstandes ihm in grader Linie unmittelbar zugeschickt werden, oder der Strahl mag von einem Punct eines andern Gegenstandes kommen, der den Strahl, nachdem er ihn aufgefangen hat, wieder ins Auge zurück schickt. Nur muß im leztern Fall auf den Punct, welcher den Strahl zurück sendet, nicht von mehrern andern Puncten zugleich Licht fallen.

Der II. Abschnitt.

Vom Sehewinkel und einigen davon abhängenden Erscheinungen.

13. §.

Das Licht, vermittelst dessen wir die um uns her befindlichen Sachen sehen, geht ins innere des Auges durch eine kreisförmige mit zarten durchsichtigen Häuten bedeckte Oefnung, die der Stern im
3Fig. Auge heißt. Wenn der kleine Kreis AB diesen Stern und O seinen Mittelpunct vorstellet, L und M aber ein paar strahlende Puncte sind; so fällt von jedem dieser Puncte ins Auge ein Strahlenkegel LAB, MAB: ihre Axen OL, OM, laufen im Mittelpunct O des Sterns zusammen, und schliessen daselbst einen Winkel LOM ein. Dieser Winkel heißt die scheinbare Entfernung der Puncte L und M von einander: es ist eigentlich der Sehewinkel, unter welchem die Entfernung beyder Puncte von einander dem Auge erscheint. Dabey ist es gleichgültig, ob die Puncte L und M auf der Oberfläche eines und eben desselben strahlenden Körpers liegen, oder wo sie sonst seyn mögen, wofern sie nur dem Auge beyde zugleich sichtbar sind.

14. §.

3Fig. Eine grade Linie OC durch den Mittelpunct O des Sterns im Auge auf seiner Ebene senkrecht gesetzt, heißt die Gesichtsaxe, und wenn ein strahlender Punct L ausser der Gsichtsaxe liegt, so heißt der Winkel LOC seine scheinbare Entfernung von der

Ge-

Gesichtsaxe. Vermöge der Erfahrung sehen wir desto deutlicher, je näher die betrachtete Sache der Gesichtsaxe liegt; indessen sieht man auch die ausser der Gesichtsaxe liegenden Sachen deutlich, wenn ihre scheinbare Entfernung von der Gesichtsaxe nicht über 45 Grade beträgt. Demnach ist die Gränze des deutlichen Sehens ein Winkel von 90 Graden, wovon auf jeder Seite der Gesichtsaxe die eine Hälfte liegt. Gewöhnlich richten wir die Gesichtsaxe gegen die mittelste Stelle eines Objects, wenn wir es ganz übersehen wollen, weil wir durch die Erfahrung gelernt haben, daß uns die Stelle einer Sache, wohin die Gesichtsaxe trift, am deutlichsten erscheinet, und daß die übrigen in der Nähe der Gesichtsaxe liegenden Stellen sich alsdenn ebenfalls dem Auge deutlich darstellen.

15. §.

Es sey OC die gegen die Mitte des Objects gerichtete Gesichtsaxe, LOM eine Ebene durch diese Axe, L. und M die äussersten sichtbaren Puncte der dem Auge zugekehrten Oberfläche des betrachteten Gegenstandes in dieser Ebene: so heißt der Winkel LOM der scheinbare Durchmesser, seine Hälfte COL oder COM der scheinbare Halbmesser des Objects in dieser Ebene genommen. Man nennt ihn den verticalen oder horizontalen scheinbaren Durchmesser, nachdem die Ebene LOM vertical oder horizontal ist. Weil von allen Strahlen, die von den äussersten Puncten L, M, in der sichtbaren Gränze des Gegenstandes, oder von der Mitte C desselben, durch den Stern ins Auge kommen, bey Bestimmung des optischen Winkels, des ganzen oder halben scheinbaren Durchmessers, nur der eine gebraucht wird, der von 3 Fig.

einem

einem solchen Punct, wie L, M, oder C, durch den Mittelpunct O des Sterns gehet; so kann man bey den Untersuchungen über die Erscheinungen, welche vom Sehewinkel abhängen, die übrigen durch den Stern ins Auge fallenden Strahlen bey seit setzen. Man kann das Auge als einen Punct betrachten, wodurch alsdenn der Mittelpunct des Sterns zu verstehen ist, und die graden Linien LO, MO, von einem sichtbaren Punct L oder M in den Mittelpunct des Sterns im Auge gezogen, können **die Gesichtslinien** oder **Gesichtsstrahlen** heissen. Man kann auch jeden solchen Strahl, der von einem Punct des betrachteten Gegenstandes durch den Mittelpunct des Sterns ins Auge fällt, den von diesem Punct ins Auge kommenden **Hauptstrahl** nennen: alsdenn ist der Hauptstrahl die Axe des von dem Punct auf den Stern im Auge fallenden Strahlenkegels, und die Schenkel des Sehewinkels sind solche Haupstrahlen.

16. §.

Wenn man sich von allen Puncten der dem Auge zugekehrten Vorderfläche eines Körpers ins Auge gezogene Gesichtsstrahlen vorstellet; so liegen sie insgesammt in einem pyramiden- oder kegelförmigen Raum, der seine Spitze im Auge hat. Man kann diesen Raum als eine **optische Pyramide zusammenlaufender Strahlen** betrachten, die sich von der im 6 §. betrachteten Strahlenpyramide darin unterscheidet, daß bey der leztern die auseinander fahrenden Strahlen von **einem** strahlenden Punct herkommen, so wie hier umgekehrt die von **mehrerern** Puncten herkommenden Strahlen **in einerley Punct**, dem Mittelpunct des Sterns im Ange zu-

sam-

sammen laufen. Diejenigen Gesichtsstrahlen, welche den betrachteten Körper nur noch umher berühren, liegen in der äussern Gränze des pyramiden- oder kegelförmigen optischen Raums, und das dem Auge zugekehrte Stück der Oberfläche des Körpers, was zwischen den Gränzen dieses optischen pyramiden- oder kegelförmigen Raums liegt, kann das Auge nur auf einmahl übersehen. Die Gesichtsaxe, wenn sie gegen die Mitte des betrachteten Gegenstandes gerichtet ist, kann als die Axe der optischen Pyramide, oder des optischen Kegels angesehen werden, und jeder Schnitt durch diese Axe giebt einen optischen Winkel, oder scheinbaren Durchmesser des betrachteten Gegenstandes.

17. §.

Die Seitenflächen einer Pyramide LABCD schliessen an ihrer Spitze L eine körperliche Ecke ein: auch giebt es an der Spitze eines geometrischen Kegels und eines jeden andern kegelartigen Körpers eine körperliche von der Kegelfläche begränzte Ecke. Von einer solchen Ecke und ihrem innern Raum muß man sich in der körperlichen Geometrie eine ähnliche Vorstellung machen, wie von einem ebenen gradlinichten Winkel in der Geometrie. Die Schenkel des ebenen Winkels laufen von seiner Spitze aus ins unendliche fort, und der Flächenraum zwischen den Schenkeln erweitert sich immermehr, je weiter die Schenkel von der Spitze aus fortlaufen. Die Gränze der Ecke, sie mag wie eine Pyramidenfläche aus ebenen Dreyecken bestehen, oder eine krumme kegelartige Fläche seyn, läuft ebenfalls von ihrer Spitze aus ins unendliche fort, und ihr innerer Raum erweitert sich immer mehr, je weiter die Gränze der Ecke fortläuft. 1 Fig.

Aus

Aus der Spitze L der Ecke sey mit einem willkührlichen Halbmesser eine Kugelfläche *cdef* beschrieben, so ist ein Stück *abcd* dieser Kugelfläche zwischen der die Ecke an L umgebenden Gränze enthalten. Wenn die Ecke an L von ebenen Seitenflächen begränzt ist; so ist das Kugelstück *abcd* zwischen der Gränze der Ecke vom grösten Kreisbogen eingeschlossen: wenn aber die Gränze der Ecke eine krumme kegelartige Fläche ist, so ist das dazwischen liegende Kugelsegment von einer krummen Linie begränzt. Wie aus der bekannten Figur der Kegelfläche die Figur ihrer Durchschnittslinie mit der Kugelfläche gefunden werden könne, das wäre eine Aufgabe, welche die höhere Geometrie auflösen müste. Es falle indessen diese Figur so verschieden aus wie sie wolle, so überzeugt man sich doch leicht von der Richtigkeit der folgenden beyden Sätze.

Zwischen den Gränzen gleicher und ähnlicher Ecken am Mittelpunct einer Kugel liegen gleiche und ähnliche Stücke der Kugelfläche; und umgekehrt: wenn gleiche und ähnliche Stücke einer Kugelfläche zwischen den Gränzen körperlicher Ecken am Mittelpunct der Kugel enthalten sind, so sind die Ecken selbst, und ihre innern Räume einander gleich und ähnlich.

18. §

Die ganze um den Mittelpunct L beschriebene Kugelfläche sey in gleiche und ähnliche Elemente getheilt, und über ein jedes von diesen Elementen stelle man sich eine Pyramide vor, deren Spitze in L liegt: so sind die innern Räume aller in L zusammenlaufenden Ecken insgesammt gleich groß. Wenn alsdenn *abcd* ein

ein Stück der Kugelfläche von gegebener Grösse und *Labcd* die damit zusammen gehörige Ecke am Mittelpunct der Kugel vorstellet; so ist die Summe aller Ecken, welche die Ecke an L ausmachen, in der Summe aller Ecken, die den Punct L von allen Seiten umgeben können, so vielmahl enthalten, als die Summe der Elemente, welche das Stück *abcd* der Kugelfläche ausmachen, in der Summe aller Elemente der ganzen Kugelfläche enthalten ist. Mit andern Worten: Die Ecke um L verhält sich zur Summe aller Ecken, die den Punct L umgeben können, wie das Stück *abcd* der Kugelfläche zwischen der Gränze der Ecke um L zur ganzen Kugelfläche.

19. §.

Wenn zwischen den Gränzen zwoer Ecken 48 F. *alb*, *ALB*, an den Mittelpuncten *l*, *L*, zweener Kugelflächen *abef*, *ABEF*, solche Stücke *ab*, *AB*, dieser Kugelflächen enthalten sind, die zu verschiedenen Halbmessern gehören; so ist das Verhältniß der Ecken gegen einander zusammengesetzt aus dem Verhältniß der Kugelflächen zwischen ihren Gränzen, und dem umgekehrten Verhältniß der Quadrate ihrer Halbmesser.

Beweis. Man setze die Summe aller Ecken, die einen Punct wie L oder *l* umgeben können, = S, so ist ALB : S = AB : ABEF, und S : *alb* = *abef* : *ab*, (18. §.) mithin ALB : *alb* = AB . *abef* : *ab* . ABEF. Ferner ist *abef* : ABEF = $al^2 : AL^2$, also ALB : *alb* = AB . $al^2 : ab . AL^2$, oder $ALB : alb = \frac{AB}{AL^2} : \frac{ab}{al^2}$.

Zwey Ecken sind also gleich groß, wenn die Kugelflächen zwischen ihren Gränzen sich wie die Quadrate der dazu gehörigen Halbmesser verhalten.

20. §.

Diejenige Ecke am Mittelpunct einer Kugelfläche ist demnach allemahl von einerley Grösse, wozu ein Segment der Kugelfläche gehört, das dem Quadrat des Halbmessers der Kugelfläche gleich ist: und mit einer solchen Ecke kann man jede andre vergleichen. Setzt man $ab = al^2$, so hat man ALB : *alb* $= \frac{AB}{AL^2} : 1$, und $ALB = \frac{AB}{AL^2} . alb$; mithin $ALB = \frac{AB}{AL^2}$, wenn $alb = 1$ angenommen wird. Auf ähnliche Art wird die Grösse eines gradlinichten ebenen Winkels vermittelst des zwischen seinen Schenkeln beschriebenen Kreisbogens gemessen, wenn derjenige Winkel = 1 ist, wozu der seinem Halbmesser gleiche Bogen gehört. (254. §. Geom.)

21. §.

1 Fig. Wenn das Auge in L seine Stelle hat, E die Mitte des betrachteten Gegenstandes, LE die Gesichtsaxe, und BLD oder ALC ein **scheinbarer Durchmesser** des betrachteten Gegenstandes ABCD ist; so giebt ein solcher optischer Winkel in jeder Ebene durch die Gesichtsaxe LE einen Begriff von der **scheinbaren Länge** oder **Breite** des betrachteten Objects. Auf ähnliche Art also kann der ganze innere Raum der Ecke oder conischen Spitze an L dienen, von der ganzen **scheinbaren Ausdehnung** des

des Objects nach allen Seiten einen Begriff zu geben. Dasjenige Stück *abcd* einer um den Mittelpunkt L beschriebenen Kugelfläche, was innerhalb der Gränze des optischen pyramiden- oder kegelförmigen Raums liegt, ist das **Maaß der Ecke** oder conischen Spitze an L: mithin kann eben dieses Stück *abcd* der Kugelfläche um L, das Maaß der **scheinbaren Ausdehnung**, oder der ganzen **scheinbaren Grösse** des betrachteten Gegenstandes abgeben.

22. §.

1) Für die Kugel ALBM verwandelt sich die optische Pyramide in einen graden Kegel LOM, und die scheinbaren Halbmesser COL, COM, sind gleich groß, was auch der Schnitt durch die Axe OC für eine Lage hat. Aus der Gleichung CL = OC . sin COL kann der scheinbare Halbmesser gefunden werden, wenn der wahre Halbmesser CL der Kugel, und die Entfernung OC ihres Mittelpuncts vom Auge bekannt ist. Ueberhaupt kann jede von diesen dreyen Grössen gefunden werden, wenn die übrigen beyden gegeben sind. 4 Fig.

2) Das Stück LAM der Kugelfläche, was vom Auge auf einmahl übersehen werden kann, ist allemahl kleiner, als eine Halbkugel, und die Grösse dieses Segments wird durch den Bogen AL = AM bestimmt, wozu am Mittelpunct der Winkel ACL = ACM gehört, der den scheinbaren Halbmesser zu 90° ergänzt. Je weiter die Kugel vom Auge entfernt ist, desto kleiner ist ihr scheinbarer Halbmesser, und desto näher kommt das Segment der Halbkugel, welches das Auge übersehen kann.

3) Die scheinbaren Halbmesser eines Kreises, wenn die Gesichtsaxe auf seiner Ebene im Mittelpunct senkrecht ist, sind ebenfalls alle gleich groß, und wenn LM (3 Fig.) ein Durchmesser dieses Kreises ist, mithin CL, CM, Halbmesser desselben sind, so ist CL = OC . tang COL. Man kann also wiederum den wahren oder scheinbaren Halbmesser, oder des Kreises Entfernung vom Auge finden, wenn zwey von diesen Grössen gegeben sind.

23. §.

Die Erfahrung lehrt, daß wir die Grösse der Gegenstände durchs Gesicht nach dem Sehewinkel schätzen, daß sie uns bey einerley Sehewinkel gleich groß zu seyn scheinen, uns aber desto grösser oder kleiner vorkommen, je grösser oder kleiner ihr Sehewinkel ist. Einerley Sache kann in verschiedenen Entfernungen vom Auge gleich groß zu seyn scheinen, wenn der Sehewinkel einerley bleibt. Die Sehne eines Kreises würde dem Auge in jeder Stelle des dazu gehörigen Bogens unter einerley Winkel, mithin von einerley Grösse zu seyn scheinen. (136 §. Geom.)

Wenn dagegen mit der wachsenden Entfernung OK (5 Fig.) der Sehewinkel KOC kleiner wird, wie wenn KC nach LG rückte; so scheint der Gegenstand ebenfalls desto kleiner zu werden, jemehr der Sehewinkel abnimmt. Vorausgesetzt, daß KC und LG Halbmesser des Objects in einerley Ebene KOC, und die Entfernungen OK, OL, darauf senkrecht sind, hat man $\text{tang KOC} = \frac{KC}{OK}$, $\text{tang LOG} = \frac{LG}{OL}$. Wenn demnach LG = KC bleibt, so ist tang KOC

KOC : tang LOG $= \frac{1}{OK} : \frac{1}{OL}$, oder tg KOC : tang LOG = OL : OK. Die Tangenten der scheinbaren Halbmesser eines und eben desselben Objects verhalten sich also umgekehrt, wie die Entfernungen des Objects vom Auge. In solchen Fällen, wenn die Abmessungen des Objects in Vergleichung mit der Entfernung vom Auge sehr klein, mithin auch die scheinbaren Halbmesser sehr klein sind, verhalten sich diese Winkel beynahe wie ihre Tangenten, folglich die scheinbaren Halbmesser selbst umgekehrt, wie die Entfernungen des Objects vom Auge.

24. §.

Die Schärfe unsers Gesichts hat indessen doch ihre Gränzen, und sehr weit entfernte Gegenstände entziehen sich unserm Gesicht völlig, wenn ihr Sehewinkel sehr klein wird. In Robert Smiths Lehrbegriff der Optik, 97 §. 29 S. nach der Kästnerischen Uebersetzung, wird ein hieher gehöriger Versuch erzählt. Eine Person, die ein gutes und scharfes Gesicht hatte, konnte einen weissen Kreis auf schwarzen Boden, oder einen schwarzen Kreis auf weissen Boden gegen das Tageslicht gehalten, schwerlich mehr erkennen, wenn seine Entfernung vom Auge 5156 mahl grösser als sein Durchmesser war, also 10312 mahl grösser als sein Halbmesser. In dem Fall war die Tangente des scheinbaren Halbmessers $= \frac{1}{10312} = 0{,}0000969743 \ldots$. (22 §. n. 3.) und zu dieser Tangente gehört ein Winkel von ohngefehr 20 Secunden. Im 241 §. der Geometrie ist nemlich sin $\frac{1}{81192}$ R = 0,0001917475973 gefun-

den, und dieser Sinus ist von der zu eben dem Winkel gehörigen Tangente nicht um ein zehntausend Millliontheilchen des Halbmessers verschieden: (244 §. Geom.) also ist auch tang $\frac{1}{8\,1\,9\,2}$ R oder tang 39″ 33‴ $2\frac{1}{1\,6}$⁗ = 0,0001917475.... und die Tangente der Hälfte dieses Winkels, die noch nicht völlig 20″ beträgt, = 0,00009587.... Daraus läßt sich übersehen, daß der scheinbare Halbmesser des Kreises, da derselbe aufgehört hat, sichtbar zu bleiben, ohngefehr 20″ mithin der scheinbare Durchmesser 40″ betragen habe. Eine schärfere Rechnung ist nicht nöthig, weil wegen der verschiedenen Schärfe des Gesichts verschiedener Personen nichts gewisses festgesetzt werden kann.

Für sich leuchtende, oder sehr stark erleuchtete Körper, bleiben jedoch dem Auge unter noch viel kleinern optischen Winkeln sichtbar, wiewohl sie nur als helle Punkte erscheinen, wenn ihr Sehewinkel nicht über 1″ beträgt. Die Astronomie giebt hievon an den Fixsternen Beyspiele.

25. §.

5 Fig. Wenn sich das Auge O in der Mitte zwischen zweyen Parallellinien AG und BH befindet, so scheinet ihre Entfernung von einander nach G und H zu desto mehr abzunehmen, je länger sie werden, weil die optischen Winkel COD, EOF, GOH, u. s. f. abnehmen. Wenn also in C, E, G, und D, F, H, sich gleich weit von einander entfernte Gegenstände befinden, wie wenn sich das Auge mitten im Eingange einer Allee in zweyen Parallellinien gleich weit von einander gesetzter Bäume befände; so scheint die Entfernung dieser Gegenstände von einander abzunehmen: auch

auch scheinen die Bäume, wenn sie alle gleich hoch sind, desto niedriger, je weiter sie vom Eingange entfernt sind. Wenn die Allee mehr denn 5000 mahl länger wäre, als sie breit ist, so würden beyde Reihen Bäume zusammen zu laufen scheinen.

Befinden wir uns auf einer weit ausgebreiteten 6 Fig. Ebene AM, so scheint sich diese zu heben, weil wir gewohnt sind, jede Linie AC auf dieser Ebene mit einer durchs Auge O damit parallel laufenden wagrechten Linie OL zu vergleichen. Die Entfernungen BK, CL, beyder Linien OL und AC von einander scheinen abzunehmen, weil die optischen Winkel BOK, COL, abnehmen. Aus eben diesem Grunde scheint die Fläche der offenbaren See sich zu heben, wenn man sie vom Ufer betrachtet. Wenn OA wagrecht, und AC eine lothrechte Höhe ist, so scheinen aus eben dem Grunde die Entfernungen der lothrechten Linie AC von der Scheitellinie OL abzunehmen, und das ist die Ursache, weswegen hohe Gebäude vorwärts über zu hängen scheinen.

26. §.

Es sey BC ein Stück der wagrechten Ebene AM, 6 Fig. und das Auge einer Person, welche diese Ebene betrachtet, befinde sich in O lothrecht über der Stelle A; so ist BOC der optische Winkel, unter welchem BC gesehen wird, und man hat tang BOC = $\frac{BC \cdot \sin ABO}{OB + BC \cos ABO}$ (262 §. Geom. n. III.) Ferner ist $\sin ABO = \frac{AO}{BO}$, $\cos ABO = \frac{AB}{BO}$, und diese Werthe geben tang $BOC = \frac{BC \cdot AO : BO}{OB + BC \cdot AB : BO}$,

oder $\text{tang BOC} = \frac{BC \cdot AO}{BO^2 + BC \cdot AB}$, mithin auch

$$\text{tang BOC} = \frac{BC \cdot AO}{AO^2 + AB^2 + BC \cdot AB}.$$

Wenn AB allein wächst, so nimmt dieser Werth der Tangente, mithin der Winkel BOC beständig ab, und in dem Fall $AB = o$ ist BOC am gröſten. Wenn dagegen AO allein wächst, so wächst zwar anfangs tang BOC; auch ist der Natur der Sache gemäß dieſer Winkel mit ſeiner Tangente $= o$, wenn $AO = o$ iſt: allein tang BOC wächst nur ſo lange, bis $AO = \sqrt{(AB^2 + AB \cdot BC)}$ wird, und nimmt hiernächſt wieder ab, verſchwindet auch aufs neue, wenn AO unendlich groß genommen wird. Den Werth von AO, welcher tang BOC am gröſten giebt, findet man am kürzeſten vermittelſt der Differentialrechnung: hier kann man ſich davon verſichern, daß der angezeigte Werth der richtige ſey, weil tang BOC allemahl kleiner gefunden wird, wenn man AO gröſſer oder kleiner als $\sqrt{(AB^2 + AB \cdot BC)}$ annimmt. In dem Fall, wenn BC in Vergleichung mit AB ſehr klein iſt, wird BOC am gröſten, wenn $AO = AB$ wird, wenigſtens iſt das nun ſehr nahe der Werth von AO, der BOC am gröſten giebt.

Iſt OAB ein ſpitzer Winkel, ſo hat man $OB^2 = AO^2 - 2AO \cdot AB \cdot \text{cos} OAB + AB^2$, alſo iſt alsdenn

$$\text{tg BOC} = \frac{BC \cdot AO}{AO^2 - 2AO \cdot AB \,\text{cos} OAB + AB^2 + AB \cdot BC}$$

allemahl gröſſer, als in dem Fall, wenn $OAB = 90°$ iſt. Wäre OAB ſtumpf, ſo würde cos OAB das entgegen geſetzte Zeichen erhalten, und tang BOC wäre klei-

kleiner als in dem Fall, da OAB = 90° ist. Eine Gegend also, die sich von A gegen C über die Horizontallinie erhebt, scheint dem Auge mehr ausgebreitet, als wenn sie wagrecht wäre: eine Gegend aber, welche sich von A nach C unter die Horizontallinie senkt, scheint dem Auge nicht so ausgebreitet, als die wagrechte.

27. §.

Wäre die Fläche der Erde vollkommen eben, so würde die ganze Strecke, welche das Auge von A nach H zu übersehen könnte, nicht viel mehr betragen, als die Höhe des Auges AO 5000mahl genommen. Wenn nemlich diese Voraussetzung angenommen wird, so ist $\text{tang AOH} = \frac{AH}{AO} = 5000$, und 6 Fig.

vermöge der trigonometrischen Tafeln ist tang 89° 59′ = 3437,7467; mithin AOH > 89° 59′ und HOM kleiner als 1 Minute, wie groß auch HM angenommen wird. Ein Gegenstand HI in H, dessen Höhe der Höhe AO des Auges gleich wäre, würde unter einem kleinern Winkel, als dem von 1′ Minute gesehen werden, mithin unempfindlich seyn, so wie jede wagrechte Entfernung HM über H hinaus unempfindlich wird. (23 §.) Alle Gegenstände also, die über H hinaus liegen, scheinen mit denen, die in der Gegend von H befindlich sind, gleich weit vom Auge entfernt, weil das Auge den Unterscheid der Entfernungen nicht mehr wahrnehmen kann. Diesemnach scheint der ganze Theil der Ebene, den das Auge nach allen Seiten übersehen kann, in einem Kreise, dessen Halbmesser AH wäre, eingeschlossen zu seyn, welcher den **Gesichtskreis** oder **Horizont** abgiebt.

28. §.

Wofern die Erde eine Kugel, oder doch beynahe eine Kugel ist, so erstreckt sich der Gesichtskreis wegen der kugelförmigen Gestalt der Erde nicht soweit, als er sich auf einer völlig ebenen Erde erstrecken würde. 7 Fig. Der Kreis um C sey ein gröster Kreis der Erdkugel, das Auge stehe in O, und man ziehe OC, nebst der Tangente OH; so ist AH der Bogen, welchen das gegen H gerichtete Auge nur übersehen kann. Nach den neuesten Ausmessungen der Erde, wovon die mathematische Geographie Nachricht geben wird, nimmt man die Grösse eines Grades vom grösten Kreise der Erde 57093 Toisen groß an, und wenn diese Zahl mit 57,29578 multiplicirt wird, (253. §. Geom.) so findet man den Halbmesser der Erde = 3271188 Toisen. Ferner sey $CA = CH = r$, $AO = a$, so ist $\sin COH = \frac{r}{r+a}$, $\sin OCH = \cos COH = \sqrt{\left(1 - \frac{r^2}{(r+a)^2}\right)} = \frac{\sqrt{(2ar+a^2)}}{r+a}$, und a ist allemahl in Vergleichung mit r sehr klein; also beynahe $\sin OCH = \sqrt{\frac{2a}{r}} = \sqrt{\frac{a}{\frac{1}{2}r}}$. Befindet sich nun die betrachtende Person nicht etwa auf einem Thurm, einem Berge, oder sonst auf einem erhabenen Orte; so ist a nicht grösser als etwa 5 Fuß, und $\sin OCH$ nicht grösser als $\sqrt{\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{1636594}}$, oder als $\sqrt{\frac{1}{1963\frac{1}{2}13}}$. Die Wurzel des Nenners ist 1401, und das giebt $\sin OCH = 0{,}0007137$. Demnach beträgt der Winkel OCH, so wie der Bogen AH, als das Maaß dieses Winkels, nie völlig $2\frac{1}{2}$ Minuten,

ten, wenn das Auge nicht über 5 Fuß hoch von der Erdfläche erhaben ist. Weil nun ein Bogen, der seinem Halbmesser gleich ist, beynahe 57,3 Grade beträgt, (253 §. Geom.) so ist auf der Erdfläche die Länge des Bogens AH eines ihrer grösten Kreise, wenn er $2\frac{1}{2}$ Minuten fasset, $= \frac{2\frac{1}{2}}{57,3.60}$ oder $\frac{1}{1375}$ vom Erdhalbmesser, also = 2379 Toisen. Bey eben der angenommenen Höhe des Auges würde der Halbmesser des Gesichtskreises auf einer Ebene $\frac{5}{6}$. 5000 oder 4166 Toisen, für ein schärferes Auge vielleicht einige hundert Toisen mehr, betragen: er würde demnach ohngefehr nochmahl so groß, als auf der sphärischen Erde seyn.

29. §.

Auf der sphärischen Erde ist der Bogen AH die **wahre Horizontallinie**, seine Tangente AB die **scheinbare Horizontallinie**, und BH die Senkung des wahren Horizonts unter dem scheinbaren an der äussersten Gränze des Gesichtskreises. Diese Senkung beträgt vermöge der angestellten Rechnung ohngefehr 5 Fuß, und der Bogen AH krümmet sich so wenig, daß die Erscheinungen auf einer völligen Ebene von den Erscheinungen auf dem Horizont der sphärischen Erde nicht verschieden seyn würden. Wenn man in der 6 Figur AH = 2379 Toisen und AO 6 Fig. = 5 Fuß = $\frac{5}{6}$ Toisen annimmt, so wird tang AHO

$$= \frac{AO}{AH} = \frac{5}{6.2379} = \frac{1}{6.475,8} = \frac{1}{2855} = 0,0003502$$

und AHO = HOL = $1\frac{1}{5}'$. Demnach würde alles, was auf einer völligen Ebene über H hinaus liegt, schon unter einem so kleinen Winkel gesehen werden,

daß

daß dem Auge der Gesichtskreis auf der Ebene kaum merklich grösser als auf der sphärischen Erde erscheinen würde.

30. §.

8 Fig. Wenn eine lange Reihe sichtbarer Gegenstände, z. E. eine Reihe von Wolken LM, vom Auge weiter, als die scheinbare Gränze des Horizonts entfernt ist; so erscheinen alle, wie A, C, E, in der Gränze des Gesichtskreises bey *a*, *c*, *e*. Wenn überdem diese Reihe von Gegenständen eine etwas beträchtliche Höhe hat; so erscheint die dem Auge am nächsten liegende Stelle CD am grösten in *cd*, die übrigen zu beyden Seiten aber, wie AB, EF, desto kleiner in *ab*, *ef*, je weiter sie vom Auge entfernt sind. Diesemnach scheint auch die höchste Gränze BDF dieser Gegenstände im Bogen *bdf* zu stehen, und die lothrechten Höhen AB, CD, EF, scheinen in *ab*, *cd*, *ef*, sich desto mehr gegen die durch O gezogene Scheitellinie zu krümmen, je grösser diese Höhen sind. Zur Erläuterung dessen dienen die Erscheinungen eines Nordlichts, der helle Bogen um die alsdenn gewöhnlich im Norden stehende dunkle Wolke, und die aus demselben aufwärts schiessenden Strahlen, die sich insgesammt gegen die Scheitellinie zu krümmen scheinen.

9 Fig. Eine lange Reihe von Wolken FEDZABC, die grade über unserm Haupte parallel mit dem Horizont GH ausgebreitet ist, erscheint an ihren äussersten Enden F und C desto niedriger, je weiter sie zu beyden Seiten auch über F und C hinaus fortlaufen, weil die Winkel HOC, GOF, desto kleiner werden. Demnach krümmet sich eine solche Reihe ebenfalls in einen Bogen gegen den Horizont, und so begreift man, wenn die Wolken über unserm Haupt nach allen Seiten

ten parallel mit dem Horizont ausgebreitet sind, daß der Himmel wie ein Gewölbe erscheinen müsse. Ob übrigens diese scheinbare Gestalt des Himmels kugelförmig sey, oder ob sich ihre Krümmung vom Scheitelpunct gegen den Horizont zu nach einem andern Gesetze richte? das dürfte vielleicht für jede den Himmel betrachtende Person von mehreren Nebenumständen abhängen. Des Nachts bey klarer und heiterer Luft scheinen die Sterne insgesamt vom Auge gleich weit entfernt zu seyn, weil wir den Unterscheid ihrer Entfernungen nicht wahrnehmen können, und dies dürfte wohl die Vorstellung einer Halbkugel erregen, an deren innern hohlen Fläche die Sterne gleichsam angeheftet scheinen. Des H. Robert Smiths Gedanken hievon mit einigen Erinnerungen, die H. Hofrath Käſtner beygefüget hat, findet man im Smithschen Lehrbegriff der Optik im 1 Buch, 5 Cap. 162=164 §. 55=58 S. der Uebersetzung.

Der III. Abschnitt.

Von der scheinbaren Gestalt entfernter Gegenstände.

31. §.

Eine grade Linie DF, die eine solche Lage gegen das Auge O hat, daß sie verlängert den Mittelpunct des Sterns im Auge treffen würde, erscheint demselben wie ein einziger Punct. Drehet sich diese Linie um denjenigen Endpunct D kreisförmig, welcher dem Auge 10 Fig.

Auge O am nächſten iſt; ſo iſt der Winkel ODC anfangs ſtumpf, FDC aber ſpitz, und der Sehewinkel DOC wächſt. Ueberdem iſt anfangs auch OCD $= 0$, ſo lange DC noch die Lage DF hat, und OCD wächſt mit FDC von 0° bis 180°. Setzt man OD $= a$, DC $= b$, DOC $= \varphi$, OCD $= \zeta$, ſo iſt $\sin\varphi = \frac{b \sin\zeta}{a}$, und $\sin\varphi$, alſo auch der Winkel φ, iſt am gröſten, wenn $\zeta = 90°$ wird. Alsdenn iſt $\sin\varphi = \frac{b}{a} = \cos ODC$, mithin $\sin ODC = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$, und in dieſer Lage gegen OD erſcheint DC am gröſten. Uebrigens iſt $\sin\zeta = \frac{a \sin ODC}{\sqrt{(a^2 - 2ab \cos ODC + b^2)}}$, alſo $\sin\varphi = \frac{b \sin ODC}{\sqrt{(a^2 - 2ab \cos ODC + b^2)}}$.

32. §.

10 Durch C ziehe man CA mit OD parallel, und
Fig. ſetze DB auf OD ſenkrecht, ferner ſey CDF $=$ ACD $= \eta$; ſo iſt BD $= b \sin\eta$, und BC $= b \cos\eta$, mithin OB $= \sqrt{(a^2 + b^2 \sin\eta^2)}$. Im Dreyeck OBC aber findet man $\tang BOC = \frac{BC \sin ABO}{OB + BC \cos ABO}$, (262 §. Geom.) und es iſt $\sin ABO = \sin BOD = \frac{BD}{OB}$, $\cos ABO = \cos BOD = \frac{OD}{OB}$, alſo auch $\tang BOC = \frac{BC \cdot BD}{OB^2 + BC \cdot OD}$, oder $\tang BOC =$

$= \frac{b^2 \sin\eta \cos\eta}{a^2 + b^2 \sin\eta^2 + ab \cdot \cos\eta}$. Eben dieſe Formul verwandelt ſich auch in folgende: $\text{tang BOC} = \frac{(b^2 : a^2) \sin\eta \cos\eta}{1 + (b:a)\cos\eta + (b^2 : a^2) \sin\eta^2}$, und daraus folgt, daß allemahl $\text{tang BOC} < \frac{b^2}{a^2}$ ſey, was auch CD gegen OD für eine Lage haben mag. Wenn nun OD mehr denn 100mahl gröſſer, als CD iſt, ſo hat man $\text{tang BOC} < 0{,}0001$, und die Tangente eines Winkels von $\frac{1}{2}$ Minute iſt $= 0{,}0001454$: demnach iſt BOC ein Winkel von nicht völlig einer halben Minute, wenn die Entfernung OD des dem Auge O am nächſten liegenden Endpuncts D der graden Linie CD vom Auge mehr denn 100mahl gröſſer als ihre Länge CD iſt. Alsdenn unterſcheidet das Auge die Entfernung BC nicht mehr, und es hat einerley Empfindung, es mag die auf OD ſenkrechte grade Linie BD, welche mit CD zwiſchen einerley Parallellinien liegt, oder die geneigte Linie CD betrachten.

Wenn OE den Winkel DOC halbirt, ſo ſcheint E die Mitte der Linie CD zu ſeyn: eigentlich aber iſt $CE : ED = QC : OD$ (178 §. Geomet.) $= \sin ODC : \sin OCD$, oder $CE : ED = \sin\eta : \sin\zeta$, alſo $b : DE = \sin\eta + \sin\zeta : \sin\zeta$ und $b : CE = \sin\eta + \sin\zeta : \sin\eta$, mithin $DE = \frac{b \sin\zeta}{\sin\eta + \sin\zeta} = b : \left(1 + \frac{\sin\eta}{\sin\zeta}\right)$, $CE = \frac{b \sin\eta}{\sin\eta + \sin\zeta} = b : \left(1 + \frac{\sin\zeta}{\sin\eta}\right)$. Beyde kommen dem Werth

$\frac{1}{2}b$ deſto näher, je mehrmahl CD in OD enthalten iſt, weil CO und DO der parallelen Lage deſto näher kommen, alſo $OCD = \zeta$ ſich der Ergänzung des Winkels $ODC = \eta$ zu 180° deſto mehr nähert.

33. §.

7 Fig. Um den Mittelpunct C ſtelle man ſich eine Kugel vor, das Auge ſtehe in O, und die Kugel ſey mit einer Ebene durch die gegen ihren Mittelpunct gerichtete Geſichtsaxe OC geſchnitten, welche den gröſten Kreis EADF giebt: überdem ſey DE der Durchmeſſer eines andern gröſten Kreiſes der Kugel EADF, deſſen Ebene auf CO ſenkrecht iſt. Wird alsdenn der Kugel Halbmeſſer $CD = CH = r$, die Entfernung $CO = a$, der Kugel ſcheinbarer Halbmeſſer $COH = \varphi$, der Fläche des gröſten Kreiſes DE ſcheinbarer Halbmeſſer $COD = \psi$ geſetzt: ſo iſt $\sin\varphi = \frac{r}{a}$, $\cos\varphi = \frac{\sqrt{(a^2 - r^2)}}{a}$, und $\sin\psi = \frac{r}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$, $\cos\psi = \frac{a}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$. Demnach findet man $\sin(\varphi - \psi) = \sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\sin\psi$ (233 §. Geom.) $= \frac{r(a - \sqrt{(a^2 - r^2)})}{a\sqrt{(a^2 + r^2)}}$. Es iſt aber $\sqrt{(a^2 - r^2)}$ oder $\sqrt{(a+r)(a-r)} > (a-r)$, alſo $a - \sqrt{(a^2 - r^2)} < a - (a - r)$, oder $a - \sqrt{(a^2 - r^2)} < r$, folglich $\frac{a - \sqrt{(a^2 + r^2)}}{\sqrt{(a^2 + r^2)}} < \frac{r}{a}$, und $\sin(\varphi - \psi)$, oder $\sin DOH < \frac{r^2}{a^2}$. Nun ſey $a = 100 \cdot r$, ſo iſt $\sin DOH < 0{,}0001$, mithin DOH

DOH $<$ $\frac{1}{2}$ Minute, und das Auge empfindet den Unterſcheid der beyden ſcheinbaren Halbmeſſer nicht mehr. Wenn demnach der Mittelpunct einer Kugel um mehr denn hundert ihrer Halbmeſſer vom Auge entfernt iſt, ſo erſcheint die Kugel eben ſo groß, als die Fläche ihres gröſten Kreiſes in eben der Entfernung erſcheinen würde, wenn die Geſichtsaxe grade gegen ſeinen Mittelpunct gerichtet wäre.

Wenn eine Kreisfläche mit der Kugel von einerley Halbmeſſer AG = CD in A die Kugel berührte, ſo wäre ihr ſcheinbarer Halbmeſſer = AOG. Dieſer ſey $= \omega$, ſo iſt $\sin\omega = \frac{r}{\sqrt{((a-r)^2+r^2)}}$, $\cos\omega = \frac{(a-r)}{\sqrt{((a-r)^2+r^2)}}$, mithin $\sin(\omega-\psi)$ $= \sin\omega\cos\psi - \cos\omega\sin\psi =$ $\frac{r^2}{\sqrt{(a^2+r^2)}\sqrt{((a-r)^2+r^2)}}$, und man findet $\sin(\omega-\psi) < \frac{r^2}{(a-r)^2}$. Bey der Vorausſetzung $a = 100 . r$, wird $\frac{r}{a-r} = \frac{1}{99}$, und $\frac{r^2}{(a-r)^2}$ $= \frac{1}{9801} = 0{,}000102\,03$, alſo der Winkel $\omega - \psi =$ DOG ebenfalls noch kleiner, als $\frac{1}{2}$ Minute. Um ſo mehr alſo iſt auch $\omega - \varphi =$ HOG $<$ $\frac{1}{2}$ Minute, und daraus folgt, daß die Fläche eines gröſten Kreiſes der Kugel, er mag im Mittelpunct der Kugel die Geſichtsaxe ſenkrecht ſchneiden, oder die Kugel in der Mitte A des dem Auge zugekehrten Segments

berühren, den Auge eben so groß als die Kugel selbst erscheinen würde.

34. §.

7 Fig. Das Auge O, wenn es in der Ebene eines Kreises wie EADF seine Stelle hat, kann gar nichts von der Ebene desselben, sondern nur einen Bogen LAH seiner Peripherie übersehen, den die gegen den Mittelpunct C gerichtete Gesichtsaxe in A halbirt. Man nehme von der Mitte dieses Bogens A nach L oder H zu einen Bogen AM von willkührlicher Grösse, der jedoch kleiner, als AH oder AL ist, und setze den Winkel $OCM = \eta$, so ist $OM = \sqrt{(a^2 - 2ar\cos\eta + r^2)}$ und $\sin COM = \frac{r\sin\eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar\cos\eta + r^2)}}$, $\cos COM = \frac{a - r\cos\eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar\cos\eta + r^2)}}$. Die grade Linie KB berühre den Kreis in A, und MP sey mit OC parallel; so ist $AP = MQ = r\sin\eta$, und $\sin AOP = \frac{r\sin\eta}{\sqrt{((a-r)^2 + r^2\sin\eta^2)}}$, $\cos AOP = \frac{a - r}{\sqrt{((a-r)^2 + r^2\sin\eta^2)}}$: daraus findet man $\sin MOP = \sin(AOP - COM) = \sin AOP\cos COM - \cos AOP\sin COM$, also $\sin MOP = \frac{r^2\sin\eta\,(1 - \cos\eta)}{\sqrt{(a^2 - 2ar\cos\eta + r^2)\,((a-r)^2 + r^2\sin\eta^2)}}$, oder auch $\sin MOP = \frac{r^2\sin\eta\,\sin v\,.\,\eta}{\sqrt{((a - r\cos\eta)^2 + r^2\sin\eta^2)\,((a-r)^2 + r^2\sin\eta^2)}}$.

Dem-

Demnach ist sin MOP allemahl kleiner als $\frac{rr}{(a - r\cos\eta)(a - r)}$, und weil $a - r\cos\eta > a - r$ ist, so ist auch $\frac{rr}{(a - r\cos\eta)(a - r)} < \frac{rr}{(a - r)^2}$, mithin allemahl sin MOP $< \frac{r^2}{(a - r)^2}$. Bey der vorhin schon angenommenen Voraussetzung $a = 100 . r$, ist also allemahl MOP $< \frac{1}{2}$ Minute, wo auch M in dem Bogen genommen wird, den das Auge übersehen kann. Das Auge unterscheidet also die Entfernung MP, so wie auch noch die Entfernungen LR, HS nicht, wenn M in L oder H genommen wird, und es hat einerley Empfindung, es mag den Bogen LAH oder die Tangente RS zwischen den Parallellinien LR, HS sehen.

Wenn man sich um C eine um mehr denn 100 ihrer Halbmesser vom Auge O entfernte Kugel vorstellet, so schneidet jede Ebene durch die Gesichtsaxe diese Kugel in einem grösten Kreise, wie AEFD, und das Auge unterscheidet die Krümmungen dieser Kreise, mithin auch die Krümmung der Kugelfläche selbst nicht. Der Bogen LAH wird für alle diese Kreise sehr nahe ein Halbkreis, das Auge übersiehet beynahe eine Halbkugel, und es hat einerley Empfindung, es mag die Kugel selbst betrachten, oder eine kreisförmige Ebene, welche die Kugel in der Mitte des dem Auge zugekehrten Segments berührt, und mit der Kugel einerley Halbmesser hat. Eben so würde auch der im Mittelpunct der Kugel auf der Gesichtsaxe senkrechte Kreis erscheinen, wenn die vordere dem

Auge zugekehrte Halbkugel weggenommen wäre. (33. §.)

35. §.

7 Fig. Wenn gleich LAH kein Kreisbogen, sondern eine andre krumme oder gebrochene Linie wäre, von welcher Gestalt man will; so würde es doch allemahl eine gewisse Entfernung des Auges geben, wobey die Winkel MOP, LOR, dem Auge unempfindlich werden. Allemahl ist $\sin AOP = \frac{AP}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}}$, $\cos AOP = \frac{AO}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}}$, und $\sin AOM = \frac{AP}{\sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}$, $\cos AOM = \frac{AO + PM}{\sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}$: mithin findet man

$$\sin MOP = \frac{AP \cdot PM}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}\ \sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}.$$

Aus der Natur der Linie HAML muß sich ergeben, wie AP und PM von einander abhängen, da dann RL aus PM, und AR aus AP wird, wenn man M in L nimmt, oder in der Gränze desjenigen Theils der krummen Linie, die das Auge übersehen kann. Es sey $RL = n \cdot AR$, so wird

$$\sin LOR = \frac{n \cdot AR^2}{\sqrt{(AO^2 + AR^2)}\ \sqrt{((AO + RL)^2 + AR^2)}},$$

mit-

mithin $\sin LOR < \frac{n\,AR^2}{AO^2}$ oder $\sin LOR < \frac{AR \cdot RL}{AO^2}$. Allemahl aber kann die Entfernung AO so groß werden, daß der Bruch $\frac{AR \cdot RL}{AO^2}$ kleiner als eine halbe Minute wird: demnach giebt es allemahl eine gewisse Entfernung des Auges, in der die Figur wie eine grade Linie erscheint, wenn das Auge in der Ebene dieser Figur befindlich ist.

36. §.

Wie eine ebene Figur BEDF dem Auge O erscheinen müsse, wenn dasselbe nicht in der Ebene der Figur befindlich ist, solches kommt auf die Lage des Auges gegen die Ebene, und die Entfernung desselben an. Es sey C derjenige Punct der Figur, welchen die Gesichtsaxe trift, und OCA die Ebene ihres Neigungswinkels gegen die Ebene der Figur BEDF, mithin BOD der scheinbare Durchmesser in dieser Ebene genommen. Wenn nun die Gestalt und Grösse der Figur, auch ihre Lage gegen die Gesichtsaxe, und die Entfernung des Auges CO bekannt ist; so sind CB, CD und ACO bekannt, und daraus kann man COB und COD, mithin auch BOD finden. Wenn alsdenn EF ein andrer Durchmesser der Figur ist, der BD unter dem bekannten Winkel BCE schneidet; so schliessen die drey Ebenen BCO, BCE, OCE, an der Spitze C ein körperliches Dreyeck ein, und die körperliche Trigonometrie lehrt, wie man aus den Seitenflächen BCO, BCE, und dem Winkel, welchen 11 Fig.

ſie an CB einſchlieſſen, die dritte Seitenfläche OCE finden könne. Aus dieſem Winkel OCE, und den Seiten CO, CE kann ferner COE und eben ſo COF, mithin auch EOF gefunden werden.

37. §.

12 Fig. Wenn BEDF ein Kreis, und die Geſichtsaxe OC gegen des Kreiſes Mittelpunct gerichtet, ACO aber ihr Neigungswinkel gegen die Ebene des Kreiſes iſt; ſo ſey des Kreiſes Halbmeſſer $= r$, die Entfernung $CO = a$, der Neigungswinkel $ACO = \eta$.

Das giebt $\sin COB = \frac{r \sin \eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar \cos \eta + r^2)}}$,

$\cos COB = \frac{a - r \cos \eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar \cos \eta + r^2)}}$, $\sin COD$

$= \frac{r \sin \eta}{\sqrt{(a^2 + 2ar \cos \eta + r^2)}}$, $\cos COD =$

$\frac{a + r \cos \eta}{\sqrt{(a^2 + 2ar \cos \eta + r^2)}}$, mithin $\sin BOD =$

$\sin COB \cos COD + \cos COB \sin COD =$

$\frac{2ar \sin \eta}{\sqrt{((a^2 + r^2)^4 - 4a^2 r^2 \cos \eta^2)}}$, und $\cos BOD$

$= \cos COB \cos COD - \sin COB \sin COD$ (233 §. Geom.) $= \frac{a^2 - r^2}{\sqrt{((a^2 + r^2)^4 - 4a^2 r^2 \cos \eta^2)}}$,

also $\operatorname{tang} BOD = \frac{\sin BOD}{\cos BOD}$ (232 §. Geom.) $=$

$\frac{2ar \sin \eta}{a^2 - r^2}$. Ferner ſey der Durchmeſſer EF auf BD

senkrecht, so ist er zugleich auf der Ebene BOD senkrecht, (288 §. Geom.) und OCE, OCF sind rechte Winkel. Demnach ist COF = COE, und man hat $\sin COE = \sin COF = \frac{r}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$,

$\cos COE = \frac{a}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$, also $\sin EOF =$

$2 \sin COE \cdot \cos COE$ (234 §. Geom.) $= \frac{2ar}{a^2 + r^2}$,

$\cos EOF = \cos COE^2 - \sin COE^2$ (234 §. Geom.)

$= \frac{a^2 - r^2}{a^2 + r^2}$, also $\text{tang } EOF = \frac{\sin EOF}{\cos EOF} = \frac{2ar}{a^2 - r^2}$.

Die Vergleichung ergiebt, daß tang EOF > tang BOD, also EOF > BOD sey, mithin der Durchmesser EF grösser als BD erscheine.

Auch ohne weitere Rechnung übersiehet man, daß die scheinbaren Durchmesser GOH wachsen, wenn der Winkel BCG wächst, bis GH mit EF zusammen fällt. Der Kreis muß also länglicht rund erscheinen, und zwar desto mehr, je kleiner der Winkel $ACO = \eta$ ist, weil nemlich BOD desto kleiner gegen EOF wird.

38. §

Wir sehen nur die Oberfläche der Körper, und diese nie auf einmahl ganz, sondern nur ein Stück davon, das dem Auge zugekehrt ist. Diese dem Auge zugekehrte Vorderfläche des Körpers kann eine sehr mannigfaltige Gestalt haben, sie kann eben, gebrochen oder wie man will gekrümmt seyn. Daher kommt die Frage: wie ein Körper von gegebener Gestalt und Grösse dem Auge erscheine, dessen Lage und

Entfernung vom Auge bekannt ist? auf die Beantwortung der Frage an: wie dasjenige Stück der dem Auge zugekehrten Fläche des Körpers erscheine, was innerhalb der optischen Pyramide liegt, wovon die Spitze im Auge ist, der Umfang aber die äussern sichtbaren Gränzen des Körpers berührt? Ist die Gesichtsaxe senkrecht gegen die Mitte eines Würfels gerichtet, so erscheint der Würfel wie ein Quadrat, denn das Ange kann nur eine einzige Seitenfläche übersehen. Wenn aber die Gesichtsaxe mit der Diagonallinie des Würfels zusammen fällt, so kann das Auge drey Seitenflächen des Würfels übersehen, die gegen die Gesichtsaxe einerley Lage haben, mithin auch einerley Gestalt zu haben scheinen. Daß hiebey eine grosse Mannigfaltigkeit statt haben könne, siehet man leicht: indessen mag der Körper, wie er wolle gestaltet seyn, so läßt sich doch auf folgende Art im allgemeinen beurtheilen, unter was für einer Gestalt derselbe dem Auge erscheinen werde.

39. §.

Jede Ebene durch die Gesichtsaxe wird den Körper in einer gewissen gebrochenen oder krummen Linie schneiden, nachdem derselbe entweder ebene Seitenflächen hat, oder von einer krummen Fläche begränzt wird. Jede dieser Durchschnittslinien wird dem Auge unter einem gewissen optischen Winkel erscheinen, wie
7 Fig. HAML, und nachdem diese optischen Winkel kleiner oder grösser ausfallen, nachdem wird auch der Körper selbst weniger oder mehr Ausdehnung zu haben scheinen. Weil es nun allemahl eine solche Entfernung AO vom Auge giebt, wobey die Linie HAML grade wie RAS erscheint; so erhellet, daß jeder Körper,

per, er sey übrigens wie man will gestaltet, in einer gewissen Entfernung vom Auge platt, und wie eine ebene Figur erscheine.

Man stelle sich vor, KG sey eine Ebene, welche die Gesichtsaxe CA senkrecht schneidet. Wenn alsdenn von allen Puncten der sichtbaren Gränze der dem Auge zugekehrten Vorderfläche des Körpers die graden Linien LR, HS auf KG senkrecht fallen; so liegen die Puncte R, S, worin die senkrechten Linien diese Ebene treffen, im Umfang einer ebenen Figur, und der Körper erscheint dem Auge, wenn die Entfernung desselben vom Auge hinlänglich groß ist, wie diese ebene Figur.

40. §.

Ein grader Cylinder, und ein grades Prisma, wenn die Gesichtsaxe auf der Axe eines solchen Körpers in ihrer Mitte senkrecht ist, erscheinen in grosser Entfernung dem Auge wie ein Rechteck. Denn die kreisförmigen Grundflächen und alle damit parallelen Schnitte erscheinen dem Auge um deswillen wie grade Linien, weil ihre Ebenen beynahe durchs Auge gehen, es müsten denn die Körper sehr hoch seyn. Unter eben den Umständen erscheint eine Pyramide, oder ein Kegel, wie ein Dreyeck, und das Auge unterscheidet in so grosser Entfernung das Prisma nicht vom Cylinder, die Pyramide nicht vom Kegel. Gewöhnlich halten wir entfernte eckigte Körper für runde, wenn das Auge die Ecken nicht mehr unterscheiden kann, obgleich dergleichen entfernte Körper wirklich wie ebene Flächen erscheinen. Nur wenn wir sonst wissen, daß dergleichen platt scheinende Gegenstände Körper sind, so geben wir ihnen nur in unsrer Einbildung, die sich mit der Empfindung vermischt, eine

körperliche Ausdehnung, und halten das platt scheinende Prisma für einen Cylinder, die platt scheinende Pyramide für einen Kegel. Andre Gründe, und zum Theil merkwürdige Erfahrungen davon, was mit Blindgebohrnen vorgegangen ist, die ihr Gesicht wieder erlangt haben, können davon Ueberzeugung geben, daß eigentlich alle Körper auch in der gewöhnlichen Entfernung dem Auge platt erscheinen, und daß wir nur durchs Gesicht mit dem Gefühl verbunden Begriffe von körperlichen Figuren bekommen haben. Mit den Empfindungen des Gesichts stellt uns die Einbildungskraft zugleich dasjenige vor, was uns auch sonst das Gefühl von eben dem Gegenstande gelehrt hat, und so fällt uns die körperliche Ausdehnung des Gegenstandes bey, wenn uns gleich das Gesicht denselben nur wie eine Fläche darstellet.

41. §.

11 Fig. Es sey GHIK eine Ebene, welche die optische Pyramide OBEDF, wenn das Auge in O befindlich ist, schneidet, und BEDF sey eine ebene Figur, oder auch ein Körper von was für Gestalt man will. Nun wird jeder Strahl, der von einem Punct der Ebene oder auch der dem Auge zugekehrten Vorderfläche des Körpers ins Auge kommt, wie BO, die Ebene GHIK in irgend einem Punct *b* treffen, und hindurchgehen, wenn man sich die Ebene durchsichtig vorstellt: die Durchschnittspuncte aller Strahlen aber werden auf der Ebene GHIK den Raum einer ebenen Figur *bedf* einnehmen, die das Auge O völlig eben so rührt, wie der Gegenstand BDEF, es mag derselbe eine ebene Figur seyn, oder eine körperliche Ausdehnung haben. Aus dem 9. 10. und 11. §. weiß man schon, daß

jeder

jeder Lichtſtrahl das Bild desjenigen Puncts eines ſichtbaren Gegenſtandes, wovon er ausgehet, mit ſich führe. Demnach ſtelle man ſich vor, daß jeder Strahl wie BO, indem er durch die Ebene GHIK durchgehet, in *b* den Punct B abbilde; ſo wird das Auge noch eben ſo gerührt werden, wenn gleich der Punct B weg wäre, das Bild davon *b* aber auf der Ebene GHIK bliebe. Weil es nun mit allen übrigen Strahlen in der optiſchen Pyramide OBEDF eben die Bewandniß hat, ſo folgt daraus, daß die ganze Durchſchnittsfigur *bedf* der optiſchen Pyramide mit der Ebene GHIK das Auge noch eben ſo rühren würde, wenn gleich der betrachtete Gegenſtand BEDF weggenommen würde, vorausgeſetzt, daß die Bilder aller Puncte der dem Auge zugekehrten Fläche auf der Ebene GHIK zurück blieben. Der Erfolg würde eben ſo ſeyn, als wenn die Ebene GHIK durchſichtig wäre, und das Auge den Gegenſtand durch eine durchſichtige Tafel betrachtete.

42. §.

Weil es in Anſehung der Empfindung, die das Auge erhält, gleichgültig iſt, in welchen Punct der Linie OB ſich der Punct B, oder das Bild *b* deſſelben befindet; ſo ergiebt ſich daraus, daß wir eigentlich nicht unmittelbar durchs Geſicht die Entfernungen der um uns her befindlichen Gegenſtände vom Auge warnehmen. Auch bey dem Urtheil über die Entfernungen ſichtbarer Gegenſtände von uns, miſchen ſich die Vorſtellungen ein, die wir ſonſt durchs Gefühl bekommen haben. Von Jugend auf iſt es uns gleichſam natürlich geweſen, in allen ſolchen Fällen, wo

das

das Gesicht allein uns von der Beschaffenheit eines Gegenstandes nicht völlig unterrichten würde, das Gefühl zu Hülfe zu nehmen; wir haben beyde Sinne zugleich gebraucht, und wenn nun ein Körper einen dieser beyden Sinne allein rührt, so verbindet unsre Einbildungskraft zugleich mit jener Empfindung eben die Vorstellung davon, die wir sonst durch den andern Sinn bekommen haben. Zur weitern Bestätigung dessen dienen die Erfahrungen davon, wie Blindgebohrne, die durchs Staarstechen zum Gebrauch ihres Gesichts gelangt sind, anfangs gleichsam haben sehen lernen müssen. Im Smithschen Lehrbegriff der Optik nach der Kästnerischen Uebers. 40 S. 133 §. findet man dergleichen Nachrichten, besonders von einem Blindgebohrnen in Engelland, der im 12ten Jahr seines Alters durch Herrn Cheselden vom Staar auf den Augen ist befreyet worden. Als dieser junge Mensch zuerst sahe, wuste er so wenig von Entfernungen zu urtheilen, daß er sich einbildete, alle Sachen, die er sähe, berührten seine Augen, wie das, was er fühlte, seine Haut. Er kannte von keiner Sache die Gestalt, unterschied auch keine Sache von der andern, sie mogte eine noch so verschiedene Gestalt und Grösse haben.

Der IV. Abschnitt.

Von der scheinbaren Lage der Parallaxe, auch von der scheinbaren Bewegung.

43. §.

Die Erscheinung der Lage mehrerer Gegenstände gegen einander, und die Erscheinung ihrer Bewegung kommt ausser andern dabey mit in Erwägung zu ziehenden Umständen vornemlich auf den Sehewinkel an, unter welchem das Auge ihre Entfernungen von einander, und von bekannten Gränzen des Raums, worin sich das Auge befindet, warnehmen kann. Das Auge O befinde sich mit mehrern sichtbaren Gegenständen A, B, C, D in einerley Ebene; 13
so ist die Stelle des Auges O für eine bekannte Stelle Fig.
zu halten. Wenn überdem die Stelle noch eines andern Puncts A bekannt ist, so ist zugleich die Lage der graden Linie OA bekannt, und AOB, AOC, AOD sind die scheinbaren Entfernungen der Puncte B, C, D, von A. Eben so ist BOC der Puncte B und C, COD der Puncte C und D scheinbare Entfernung von einander. Befände sich das Auge in einem andern Punct ω der graden Linie OA, so wäre AωB die scheinbare Entfernung des Puncts B von A, und beyde scheinbare Entfernungen wären um den Winkel O$B\omega$ verschieden. Man nennt diesen Unterschied zweyer scheinbaren Entfernungen, wenn einerley Sache aus zweyen verschiedenen Stellen gesehen wird, die diesen Entfernungen zugehörige **Parallaxe**.

44. §.

44. §.

13 Fig. Die wahre Entfernung $O\omega$ beyder Stellen des Auges, eine von beyden ſcheinbaren Entfernungen AOB, $A\omega B$, eine von beyden wahren Entfernungen OB oder ωB, und die Parallaxe ſind Gröſſen, die ſo von einander abhängen, daß wenn drey davon bekannt ſind, die vierte gefunden werden kann. Man kann $BO\omega$ das parallactiſche Dreyeck nennen: in demſelben iſt die Parallaxe $OB\omega$ ein Winkel, und die entgegengeſetzte Seite $O\omega$ iſt die wahre Entfernung beyder Stellen des Auges. Die gröſſere ſcheinbare Entfernung AOB iſt für dies Dreyeck ein äuſſerer Winkel, die kleinere $A\omega B$ aber ein innerer Winkel: von den wahren Entfernungen OB, ωB, iſt jene OB der kleinern ſcheinbaren Entfernung $A\omega B$ entgegen geſetzt, und dieſe ωB iſt im parallactiſchen Dreyeck die an der kleinern ſcheinbaren Entfernung anliegende Seite.

Man ſetze $O\omega = a$, $\omega B = b$, die Parallaxe $OB\omega = \zeta$, die gröſſere ſcheinbare Entfernung AOB $= \eta$, ſo iſt $\sin\eta : b = \sin\zeta : a$. Gewöhnlich kann man a und η meſſen: kann alsdenn durch irgend ein Hülfsmittel auch die Parallaxe ζ gefunden werden, ſo giebt ſich daraus die Entfernung $b = \frac{a \sin\eta}{\sin\zeta}$ des Objects von der Stelle des Auges, aus welcher die ſcheinbare Entfernung deſſelben von der bekannten Stelle A am kleinſten geſehen wird.

Wenn die gröſſere ſcheinbare Entfernung AOB und die Entfernung $O\omega$ beyder Stellen des Auges von einander einerley bleiben, ſo wird die Parallaxe deſto kleiner, je gröſſer die Entfernungen des Objects von den Stellen des Auges in Vergleichung mit der Ent-

Entfernung zwischen diesen beyden Stellen sind. Man hat nemlich $\sin\zeta = \frac{a \sin\eta}{b}$, und ζ würde verschwinden, wenn b gegen a unendlich groß würde: das wäre der Fall, wenn OB und ωB in die parallele Lage kämen.

45. §.

Zwey Puncte B und C, die mit dem Auge O in grader Linie liegen, können nicht beyde zugleich gesehen werden, wenn der nähere Punct B undurchsichtig ist: vielmehr siehet das Auge nur den nähern Punct B. (4. §.) Aendert das Auge seine Stelle, jedoch so, daß es in der graden Linie AO bleibt, die mit den Puncten B und C in einerley Ebene liegt; so wird auch der entferntere Punct C wieder sichtbar. Vorhin waren die scheinbaren Entfernungen beyder Puncte B und C von dem bekannten Punct A gleich groß, jetzt werden sie wieder ungleich: und wenn gleich beyde Puncte B und C an ihren Stellen bleiben, so scheinen sie sich doch von einander zu entfernen, wenn das Auge in der Linie AO seine Stelle ändert. Der nähere Punct B scheint sich von C nach einer Richtung zu entfernen, die derjenigen entgegen gesetzt ist, nach welcher das Auge fortrückt: der entferntere C aber scheint von dem nähern nach eben der Richtung wegzurücken, nach der sich das Auge fortbewegt. Der Winkel OBω ist des nähern Puncts B, der Winkel OCω aber des entferntern Puncts C Parallaxe aus O und ω gesehen, und die Differenz beyder Parallaxen, der Winkel BωC = OBω − OCω ist zugleich beyder Puncte scheinbare Entfernung von einander aus ω gesehen. 14 Fig.

46. §.

46. §.

Wenn C ein Punct auf der Oberfläche eines körperlichen Gegenstandes CD ist, der dem Auge unter einem nicht ganz unbeträchtlichen Sehewinkel erscheint; so wird B immer andre und andre Puncte der Oberfläche jenes Gegenstandes zu bedecken scheinen, wenn das Auge seine Stelle ändert. Sind C und D die beyden äussersten in der Ebene OBω liegenden Puncte auf der Oberfläche des Gegenstandes, so scheint B von C nach D darüber wegzugehen, wenn das Auge aus O nach ω rückt: so lange aber kann B nur irgendwo in *b* eine Stelle auf CD einzunehmen scheinen, bis der Unterscheid der Parallaxen beyder Puncte dem scheinbaren Durchmesser des Objects CD gleich wird. Je grösser der Unterscheid BC der Entfernungen OB und OC der Puncte B und C vom Auge ist, desto merklicher wird sich B auf CD zu bewegen scheinen, wenn das Auge seine Stelle ändert, und das allemahl auf eine der Bewegung des Auges entgegen gesetzte Art. Je kleiner dagegen BC ist, oder je näher B dem Punct C liegt, desto weniger wird B seine Stelle auf CD zu ändern scheinen, wenn das Auge O seine Stelle ändert. Wäre also B selbst auf der Oberfläche CD befindlich, wie wenn es etwa ein Flecken, oder sonst eine kenntliche Stelle wäre, so müste derselbe auf L seine scheinbare Lage auch unverändert behalten, wenn gleich das Auge nicht unbeweglich an einer Stelle bliebe. Wäre B kein blosser Punct, sondern ein sichtbarer Gegenstand von einer merklich scheinbaren Grösse; so würde eben das von jedem dem Auge zugekehrten Punct desselben gelten, was bisher von B als einem einzelnen Punct betrachtet, ist gesagt worden.

Wenn

Wenn DE eine durchsichtige Fläche ist, und B hinter derselben weiter vom Auge entfernt seine Stelle hat; so scheint B von C nach *b* mit dem Auge nach einerley Richtung fortzurücken, wenn sich das Auge von O nach ω bewegt, und von C nach β, wenn das Auge aus O nach *o* rückt. Der Winkel Cωβ ist wiederum die Differenz der Parallaxen OCω, OBω, für die Stellen des Auges in O und ω: auch ist die scheinbare Verrückung der Stelle, die B auf DE einzunehmen scheint, desto merklicher, bey jeder nur geringen Bewegung des Auges, je grösser OB in in Vergleichung mit OC ist. 15 Fig.

47. §.

Im 43. §. ist angenommen worden, daß die Puncte A, B, C, D insgesammt mit dem Auge O in einerley Ebene liegen: alsdenn war die Lage dieser Ebene selbst als bekannt anzusehen, und man konnte in dieser Ebene überdem noch die Lage einer graden Linie wie OA ebenfals als bekannt annehmen. Wären dagegen nicht alle Puncte in einerley Ebene befindlich, so würde man wenigstens durchs Auge O und zweene dieser Puncte A, B, eine Ebene legen, und wiederum die Lage dieser Ebene als bekannt annehmen können. Wenn alsdenn P nicht in dieser Ebene liegt, so sey PR darauf senkrecht: alsdenn ist ROP der Gesichtslinie OP Neigung gegen die Ebene AOB, (292 §. Geom.) und das Auge schäzt nun die Lage des Puncts P nach der Grösse der beyden Winkel AOR und ROP. Den Punct R kann man den auf die Ebene *AOB* reducirten Ort des Puncts P nennen: alsdenn ist der Winkel AOR der scheinbare Abstand dieses reducirten Orts von dem bekannten Punct A, 13 Fig.

der Winkel ROP aber der scheinbare Abstand des Puncts P von der Ebene AOB. Beyde Winkel AOR und ROP sind nun zur Bestimmung der Lage des Puncts P gegen die Stelle des Auges nöthig.

48. §.

16 Fig. Nunmehro sey M ein sichtbarer Punct, der sich in einer Ebene, worin das Auge seine Stelle hat, durch einen graden oder krummen Weg von B nach M bewegt, und A sey ein bekannter Punct in dieser Ebene, damit die Lage der graden Linie OA ebenfals bekannt sey: so kann dem Auge die Bewegung des Puncts M nicht anders bemerklich werden, als in wiefern der Winkel AOM, oder die scheinbare Entfernung von A, Aenderungen leidet. Man kann sich vorstellen, daß die Gesichtslinie OM sich zugleich mit um O drehe, indem der Punct M in seiner Bahn fortrückt, und so wird das Auge O die Geschwindigkeit der Bewegung des Puncts M aus der Winkelgeschwindigkeit (81 §. Mech.) der Linie OM beurtheilen, welche hier die optische Geschwindigkeit heissen könnte. Um für jeden Augenblick die wahre Stelle des Puncts M anzugeben, müste man wissen, wie für jede verflossene Zeit t der Winkel $AOM = \varphi$, und die Entfernung $OM = z$ gefunden werden könne. Dazu wären zwo Gleichungen nöthig, die eine zwischen t und φ, die andre zwischen t und z. Optisch betrachtet, wenn es nur darauf ankäme, zu wissen, wohin das Auge in der Ebene AOB gerichtet werden müste, um M sogleich für jede gegebene Zeit zu finden, wäre eine Gleichung zwischen t und φ allein hinlänglich.

Wäre

Wäre N noch ein andrer Punct in derselben Ebene, welcher in der Zeit *t* von C nach N durch welchen Weg man will fortrückt; so würde das Auge in O die Bewegung desselben wiederum nur in so weit empfinden, als es die Aenderung des Winkels AON bemerken kann. Aus der Aenderung des Winkels NOM, den beyde Gesichtslinien einschliessen, wird dem Auge ferner die relative Beweguug der Puncte M und N gegen einander bemerklich, der Punct M scheint näher nach N hin, oder weiter von N wegzurücken, nachdem der Winkel NOM nach und nach abnimmt oder grösser wird.

49. §.

Wenn wir mit einer Menge von Gegenständen umgeben sind, die sich mit uns selbst insgesamt auf einerley Art beständig nach parallelen Richtungen und mit einerley Geschwindigkeit bewegen; so kann es seyn, daß wir uns unsrer eigenen Bewegung nicht bewust sind. Die Bewegung wird uns deßwegen nicht bemerklich, weil alle Gegenstände, womit wir uns umgeben sehen, sowohl gegen einander, als auch gegen uns selbst einerley Lage behalten. Wer jemahls in einem etwas grossen Fahrzeuge bey stillem Wetter auf dem Wasser gefahren ist, und wenn er sich auch nur in einer Fähre hätte über einen Fluß setzen lassen, der hat davon schon eine Probe gehabt. Richtet man die Augen nur auf die mit auf dem Schiffe befindlichen Personen, oder andre Sachen; so merkt man es wenig oder gar nicht, daß man aus der Stelle kommt. Siehet man aber das Ufer des Flusses an; so scheint es nicht anders, als wenn alle daselbst befindliche Gegenstände in Bewegung wären, und zwar nach einer der Bewe-

gung des Schiffs entgegen gesetzten Richtung. Nur die relative Bewegung andrer Sachen in Ansehung des Beobachters ist dem Auge desselben bemerklich, und in solchen Fällen heisset sie die scheinbare Bewegung für das Auge des Beobachters, der sich seiner eigenen Bewegung nicht bewust ist.

50. §.

17 Fig. Es sey das Auge O solchergestalt in Bewegung, und rücke von O nach ω in der Zeit, da ein andrer sichtbarer Gegenstaud von B nach M rückt; so läßt sich die relative oder scheinbare Bahn des Puncts B in Ansehung des Auges O dem 7 §. der Mech. gemäß durch Zeichnung finden. Wenn nemlich in der Zeit *t* das Auge den Weg Oω, der Punct B aber den Weg BM zurück geleget hat, und man zieht ωM, durch O aber O*n* eben so groß als ωM und mit ωM parallel; so ist *n* der relative oder scheinbare Ort des Puncts B in Ansehung des Auges O am Ende der Zeit *t*. Auf diese Art lassen sich so viele Puncte der scheinbaren Bahn B*n* des Puncts B in Ansehung des Auges finden, als man verlangt: indessen beurtheilet auch hier das Auge das Stück B*n* der scheinbaren Bahn, welche der Punct B zurück gelegt hat, aus der Grösse des optischen Winkels BO*n*, unter welchem es diesen zurückgelegten Weg wahrnimmt. Es sey A ein so weit entlegener Punct, daß derselbe gar keine Parallaxe hat, das Auge mag sich in seiner Bahn befinden, wo es wolle: so ist OA eine Linie, die in der Ebene, worin sich das Auge mit dem Punct B bewegt, eine bekannte Lage hat. Wenn man nun im Stande ist, für jede gegebene Zeit *t*, den Winkel AO*n* und die Entfernung O*n* anzugeben, so kennt man die relative

Bewe-

Bewegung des Puncts B gegen das Auge. Letzteres wird aber von der Bewegung des Puncts B hauptsächlich nur aus der Aenderung des Winkels AO*n* urtheilen, und wenn B ein Gegenstand von einer merklichen scheinbaren Grösse ist, so wird es die Aenderung der Entfernung nur aus der Aenderung der scheinbaren Grösse des Gegenstandes schliessen.

51. §.

Wenn das Auge in O ruhet, der Punct B aber während seiner Bewegung nicht beständig in einerley Ebene bleibt, die zugleich durchs Auge geht; so muß die Lage irgend einer Ebene, die durchs Auge gehet, als bekannt angenommen werden. Eine solche Ebene sey AOQ, und wenn nach Verlauf der Zeit *t* der Punct B nach M gerückt ist, so sey MQ auf der Ebene AOQ senkrecht. Nun ist Q der auf die Ebene *AOQ* reducirte Ort des Puncts M, und das Auge schätzt die Bewegung des Puncts M nach den Aenderungen der Winkel AOQ und QOM in der Zeit *t*. Wäre das Auge selbst in Bewegung, und Oω der Weg, den es in der Zeit zurück legt, worin B den Weg BM durchläuft; so weiß man, daß der jedesmahlige relative Ort des Puncts M so gefunden werde. Man ziehet O*m* mit ωM parallel, und macht O*m* = ωM, so ist *m* der gesuchte relative Ort am Ende der Zeit *t*. Wenn alsdenn *mq* auf AOQ senkrecht ist, so ist *q* der auf die Ebene *AOQ* reducirte scheinbare Ort des Puncts M, in der Zeit *t* hat dieser reducirte Ort scheinbar den Winkel R*Oq* zurück gelegt, und der Winkel ROB hat sich in *qOm* verändert. 18 Fig.

Der V. Abschnitt.

Die Gründe der Theorie von der Abirrung des Lichts.

52. §.

Das, was wir den Schall nennen, könnte vielleicht für das Ohr etwas demjenigen ähnliches seyn, was das Licht für das Auge ist, und man überzeugt sich leicht durch bekannte Erfahrungen davon, daß der Schall Zeit brauche, von einem Ort zum andern zu kommen. Indessen ist vermöge bekannter Erfahrungen auch soviel gewiß, daß die Fortpflanzung des Lichts weit schneller erfolge, als die Fortpflanzung des Schalles. Das Auge sieht den Blitz, und das Ohr hört den Knall eines Geschützes, das in der Nähe abgefeuert wird, zugleich: in gröſserer Entfernung von dem Geschütz aber hört man den Knall merklich später, als man den Blitz siehet. Wie groß der Weg sey, den das Licht in gegebener Zeit zurück legt, kann hier zur Zeit unentschieden bleiben: für die Optik gehört nur die Untersuchung darüber, was es für Folgen haben muß, wofern das Licht Zeit braucht, um von der sichtbaren Sache ins Auge des Beobachters zu kommen.

53. §.

19 Fig. Es sey also L ein leuchtender Punct, und O das Auge: man nehme an, das Licht bewege sich gleichförmig mit der Geschwindigkeit c, und es sey die Entfer-

fernung OL = a, so wird es in der Zeit $t = \frac{a}{c}$ den Weg LO zurück legen. Fienge L in einem gewissen Augenblick plötzlich an, zu leuchten; so würde der Beobachter in O diesen Punct noch nicht gleich in demselben Augenblick sehen können, sondern allererst alsdenn, wenn die Zeit $t = \frac{a}{c}$ verflossen wäre. Ein andrer leuchtender Punct befinde sich in l in der Entfernung Ol = b vom Auge, so legt das von l kommende Licht in der Zeit $\frac{b}{c}$ den Weg lO zurück, die kürzer als jene ist, wenn $b < a$ angenommen wird. Gesetzt nun, daß beyde Puncte zugleich ihr Licht nach allen Seiten auszubreiten anfingen; so würde doch der Beobachter in O den Punct l allererst nach Verlauf der Zeit $\frac{b}{c}$, den Punct L aber dann allererst sehen, wenn überdem noch die Zeit $\frac{a-b}{c}$ verflossen wäre. Uebrigens sey die Geschwindigkeit des Lichts welche sie wolle, so wird doch die scheinbare Lage beyder Puncte gegen einander wegen der allmähligen Fortpflanzung des Lichts, so lange keine Aenderung leiden, als beyde Puncte L, l, und das Auge des Beobachters in O ebenfalls völlig in Ruhe sind. Wenn dagegen der leuchtende Punct, oder das Auge, oder beyde zugleich in Bewegung sind; so hat das eine Aenderung der scheinbaren Stelle zur Folge.

54. §.

20 Fig. Man nehme an, in der graden Linie CD bewege sich ein leuchtender Punct L mit der Geschwindigkeit *c* gleichförmig, und das Auge sey ruhig in O. Wenn nun der Punct L in der Richtung OL gesehen wird, so kann derselbe in eben diesem Augenblick, da der Strahl LO ins Auge kommt, nicht mehr in L seyn, weil während der Bewegung des Lichts durch LO eine gewisse Zeit *t* verflossen ist. In eben dieser Zeit *t* sey L nach M gerückt, daß also L in eben dem Augenblick in M anlangt, in welchem der Strahl LO ins Auge kommt: so ist während der Bewegung durch den Weg LM beständig auch Licht in der mit MO parallelen Richtung LN von dem leuchtenden Punct ausgeflossen, das in dem Augenblick, da die Bewegung desselben von L nach N anfieng, sich mit dem leuchtenden Punct L selbst zugleich in der Richtung LM mit der Geschwindigkeit *c* bewegte. Demnach hat es mit beyden Bewegungen zugleich in der Zeit *t* den Weg LO zurück gelegt. Die Geschwindigkeit, womit es sich auch von dem in L ruhenden Punct nach allen Seiten ausgebreitet hätte, sey = C, so ist das die Geschwindigkeit der Bewegung nach der mit LN oder MO parallelen Richtung. Wenn demnach ON mit LM parallel ist, so muß LN der Weg seyn, den das Licht in der Zeit *t* in dieser Richtung zurück gelegt hätte, wenn der leuchtende Punct in L wäre in Ruhe geblieben. Mit beyden Bewegungen zugleich hat nun das Licht in der Zeit *t* den Weg LO zurücklegen können. Diesemnach ist das Verhältniß LM : OM = *c* : C, und man hat $\sin MOL = \frac{LM \cdot \sin OLM}{OM}$,

also

also $\sin MOL = \frac{c}{C} . \sin OLM$. Man setze OC $= a$, $OCL = \alpha$, und die während der Bewegung von C nach M verflossene Zeit $= T$, so ist $CM = c . T$ und $OM = \sqrt{(a^2 - 2acT \cos\alpha + c^2 T^2)}$, mithin $LM = \frac{c}{C} . OM = \frac{c}{C}\sqrt{(a^2 - 2acT\cos\alpha + c^2 T^2)}$, und $CL = CM - LM = c . T - \frac{c}{C} . OM$. Daraus findet man $\sin OLM = \frac{a \sin\alpha}{\sqrt{(a^2 - 2aCL\cos\alpha + CL^2)}}$ und hat alsdenn zugleich $\sin MOL = \frac{c}{C} \sin OLM$.

Wenn demnach aus der bekannten wahren Bewegung des Puncts L vermittelst des Winkels COM die Lage der Richtung OM gefunden ist, in welcher der Punct würde gesehen werden, wenn sich das Licht plötzlich durch jede noch so grosse Entfernung fortpflanzte; so muß man einen Winkel subtrahiren, dessen Sinus $= \frac{c}{C} \sin OLM$ gefunden wird, um die Lage der Richtung OL zu finden, in welcher derselbe jetzt wirklich gesehen wird. Die allmählige Fortpflanzung des Lichts vermindert den optischen Winkel, unter welchem der zurück gelegte Weg würde gesehen werden. Würde also der Punct L jetzt in der scheinbaren Richtung OL beobachtet, so müste man, um die Lage der Richtung OM zu haben, worin er sich

jetzt wirklich befindet, zum Winkel COL einen andern LOM addiren, dessen Sinus $= \frac{c}{C}$ sin OLM ist.

55. §.

Der Unterscheid zwischen der Richtung, worin ein sichtbarer Punct würde gesehen werden, wenn das Licht gar keine Zeit brauchte, durch jede noch so grosse Entfernung sich fortzupflanzen, und derjenigen worin er wegen der allmähligen Fortpflanzung des Lichts wirklich gesehen wird, heißt die **Abirrung des Lichts**: und im vor. §. ist eine leichte Probe davon gegeben worden, wie diese Abirrung des Lichts gefunden werden kann, wenn sich der strahlende Punct in einerley Ebene bewegt, worin auch das Auge liegt. Ist das Auge selbst in Bewegung, so muß auf diese Abirrung des Lichts ebenfalls Rücksicht genommen werden, der strahlende Punct mag alsdenn in Ruhe, oder ebenfalls in Bewegung seyn.

21 Fig. Das Auge O bewege sich in der graden Linie AB in der Zeit T von O nach Ω gleichförmig mit der Geschwindigkeit c, der strahlende Punct aber, welcher gleich anfangs seine Stelle in C hatte, bleibe daselbst in Ruhe. Nun weiß man, daß die relative Bewegung dieses Puncts gegen O eben so erfolge, als wenn gleich anfangs sowohl dem Auge als auch dem strahlenden Punct in C die Geschwindigkeit c nach einer der Bewegung des Auges grade entgegen gesetzten Richtung mitgetheilet wäre, da dann das Auge in Ruhe bliebe, der strahlende Punct aber mit der Geschwindigkeit c in der Richtung CM mit OΩ parallel fortgienge. Für den Anfang der Bewegung muß der Winkel AOC oder BOC $=$ OCM $= \alpha$, nebst der

Ent-

Entfernung OC = a bekannt seyn. Wenn alsdenn OM mit ΩC parallel gezogen, und OM = ΩC gemacht wird; so wäre OM die Richtung, worin der strahlende Punct gesehen würde, wenn das Licht ohne alle Zeitfolge von C nach Ω käme. In Ω kommt nun zwar ein Strahl CΩ mit der Geschwindigkeit C ins Auge: weil letzteres aber selbst in Bewegung ist, so wird es eben so gerührt, als wenn das Licht mit beyden Geschwindigkeiten zugleich, nemlich C in der Richtung CΩ und c in der Richtung $\omega\Omega$ der Bewegung des Auges entgegen in dasselbe wirkte. Demnach hat es eben die Empfindung, als wenn das Licht in der Diagonallinie $\lambda\Omega$ des Parallelogramms $\Omega C\lambda\omega$ dasselbe träfe, und in dieser Richtung muß demselben der strahlende Punct C erscheinen. Demnach ziehe man OL mit $\Omega\lambda$ parallel, so ist MOL = $C\Omega\lambda$ die gesuchte Abirrung des Lichts. Uebrigens hat man, wie im 54 §., CM = $O\Omega = c \cdot T$, und $OM = \sqrt{(a^2 - 2a \cdot c \cdot T \cdot \cos\alpha + c^2 \cdot T^2)}$.

Ferner $LM = \frac{c}{C} OM$, $CL = CM - LM =$

$c \cdot T - \frac{c}{C} OM$, $\sin OLM =$

$\frac{a \sin\alpha}{\sqrt{(a^2 - 2aCL \cos\alpha + CL^2)}}$, und $\sin MOL$

$= \frac{c}{C} \sin OLM$. Demnach wird die Abirrung des Lichts in diesem Fall aus der bekannten scheinbaren Bewegung des strahlenden Puncts eben so gefunden, wie sie vorhin aus der bekannten wahren Bewegung desselben gefunden ward, wenn das Auge ruhete.

56. §.

56. §.

Vermittelst ähnlicher Schlüsse kann die Abirrung des Lichts auch für den Fall gefunden werden, wenn nicht allein das Auge selbst, sondern auch der strahlende Punct zugleich mit in Bewegung ist. Die Geschwindigkeit des Lichts ist aber sehr groß, und die davon herrührende Abirrung wird nur merklich, wenn entweder der Beobachter allein, oder der sichtbare von ihm beobachtete Gegenstand, oder auch beyde zugleich in so sehr schneller Bewegung sind, wovon man unter den Gegenständen, womit wir auf der Erde umgeben sind, keine Beyspiele hat. Nur die Astronomie wird davon Beyspiele geben, und es kann hier genügen vorläufig zu wissen, daß das Licht in einer Zeit von etwa 8 Minuten einen Weg zurück lege, der so groß, als die Entfernung der Sonne von der Erde ist. Nur die fleißigsten und schärfsten Beobachtungen der Fixsterne und der Finsternisse der Jupitersmonden haben die Astronomen in den Stand gesetzt, daraus das erwehnte Resultat durch Schlüsse herzuleiten. Wenn nun die Sonne von der Erde nach den neuesten Beobachtungen 23436 halbe Erddurchmesser von der Erde entfernt ist, wovon jeder 860 geographische Meilen groß ist, und jede solche Meile 23623 rheinländische Füsse hält; so findet man vermittelst angestellter Rechnung die Geschwindigkeit des Lichts für eine Minute $2929\frac{1}{2}$ Erdhalbmesser, und für eine Secunde 48,8 Erdhalbmesser, mithin 41968 geographische Meilen.

Der VI. Abschnitt.

Vom Schatten und Halbschatten, besonders in solchen Fällen, wenn die Erleuchtung vom Sonnenlicht kommt.

57. §.

Alles Licht, was ein leuchtender Punct auf einen dunklen Körper wirft, ist in dem Raum eines pyramiden- oder kegelförmigen Körpers enthalten: in denjenigen Raum aber, der zu dieser Pyramide noch hinzukommt, wenn man sie nach der andern von dem leuchtenden Punct abgekehrten Seite dieses Körpers hin erweitert, kann von eben dem leuchtenden Punct kein Licht kommen. Der Mangel des Lichts in solchen Stellen heißt **Schatten**, wiewohl eben das Wort in der Optik auch den Raum selbst bezeichnet, wohin wegen eines undurchsichtigen Körpers kein Licht kommt. In diesem Sinn ist der Schatten ein geometrischer Körper, dessen Gestalt und Grösse von der Gestalt und Grösse des dunklen Körpers abhängt, von dem man sagt, daß er den Schatten werfe.

Wenn der Schatten mit einer Ebene geschnitten wird, so liegt die Durchschnittsfigur im Schatten: sie selbst heißt der **Schatten auf dieser Ebene**, die **Projection des Schattens** auf dieser Ebene, bey practischen Schriftstellern auch der **Schlagschatten**. Der körperliche Schatten kann auch von der Oberfläche eines jeden andern Körpers geschnitten wer-

werden, wenn dieſe gleich krumm oder gebrochen wäre: in allen Fällen ſagt man, daß der dunkle Körper ſeinen Schatten auf dieſe Fläche werfe.

58. §.

Auf einerley dunklen Körper kann von mehr als einem leuchtenden Punct Licht fallen, da dann mit jedem dieſer Puncte eine eigene Lichtpyramide zuſammen gehört. Demnach wirft alsdenn der dunkle Körper auch mehr als einen Schatten, ſoviele nemlich als leuchtende Puncte da ſind, die eben ſoviele Spitzen der auffallenden Lichtpyramiden abgeben. Wenn AB 22 Fig. der dunkle Körper iſt, und L, *l*, λ, ſoviele leuchtende Puncte, ALB, AλB, A*l*B die auffallenden Lichtpyramiden ſind, ſo gehören damit die im Schatten liegenden Räume ABCD, ABHG, ABEF zuſammen. In den Raum ABCF, den alle dieſe mit den einzelnen leuchtenden Puncten zuſammengehörigen Schatten mit einander gemein haben, kann gar kein Licht kommen, und man nennt ihn den **vollen Schatten**, auch den **Kernſchatten**. Der Schatten in den zum Theil erleuchteten Räumen DAF, CBE, heißt der **Halbſchatten**. Weil es auf der Oberfläche eines leuchtenden Körpers, der ſeine beſtimmte Geſtalt und Gröſſe hat, unzählig viele verſchiedene leuchtende Puncte giebt, die insgeſammt ihr Licht auf einen dunklen Körper werfen können, ſo iſt der eigentliche Schatten allemahl mit einem Halbſchatten umgeben. Wird alsdenn der körperliche Schatten mit einer Ebene geſchnitten, ſo muß von dem **projecirten Kernſchatten** ebenfalls der **Halbſchatten auf dieſer Ebene** unterſchieden werden.

59. §.

59. §.

Die Entfernung der Mittelpuncte *A* und *B* zweener Kreise in einerley Ebene ist gegeben: man soll die Lage einer graden Linie finden, welche beyde Kreise zugleich berührt. 23 Fig.

Aufl. Eine solche Berührungslinie kann auf zweyerley Art gezogen werden. Nachdem nemlich die grade Linie AB zwischen den Mittelpuncten beyder Kreise gezogen ist, können die Berührungspuncte entweder beyde an einer Seite derselben liegen, wie E und D, oder es kann auf jeder Seite einer von den Berührungspuncten liegen, wie G und F.

1. Fall. Die Halbmesser AE und BD sind auf der Tangente durch E und D senkrecht, mithin unter sich parallel. Wenn also BD < AE ist, so sind die Winkel EAB, DBC, spitz, und die Tangente ED schneidet AB irgendwo in C. (93 §. Geom.) Wenn alsdenn BC und der Winkel BCD bekannt sind, so ist die Lage der Tangente bekannt. Man setze AE $= r$, BD $= \varrho$, AB $= a$, so ist $r : \varrho = AC : BC$, und $r - \varrho : \varrho = AC - BC : BC$, oder $r - \varrho : \varrho = a : BC$, also findet man $BC = \frac{a\varrho}{r - \varrho}$, und sin BCD $= \frac{BD}{BC} = \frac{r - \varrho}{a}$.

2. Fall. Die Tangente FG der zweyten Art schneidet AB zwischen A und B irgendwo in O, und wenn man AG, BF ziehet, so sind die bey F und G rechtwinklichten Dreyecke AOG, BOF einander ähnlich. Demnach ist $r : \varrho = AO : BO$, und $r + \varrho : \varrho$

$=$

$= AO + BO : BO$, folglich $BO = \frac{a\varrho}{r+\varrho}$, und

$\sin BOF = \frac{BF}{BO} = \frac{r+\varrho}{a}$.

Durch C kann man zwey Tangenten ziehen, CDE und CRS, welche beyde Kreise zugleich berühren, und durch O ebenfalls zwey solche Tangenten GOF und POQ. Wenn sich alsdenn alles um die Axe AB drehet, so beschreiben die Kreise ein paar Kugeln, ECS eine Kegelfläche, und eben so GOP, FOQ ein Paar entgegen gesetzte Kegelflächen. Beyde Kugeln berühren die erstere Kegelfläche von innen, und zu jeder von den beyden entgegen gesetzten Kegelflächen gehört ebenfalls eine von beyden Kugeln, die sie von innen berührt.

60. §.

23 Fig. Die Entfernung *AB* des Mittelpuncts *B* einer dunklen Kugel vom Mittelpunct *A* einer leuchtenden Kugel ist gegeben, und die Halbmesser beyder Kugeln: man soll nicht allein die Gestalt und Grösse des Schattens der dunkeln Kugel finden, sondern auch angeben, wie groß das erleuchtete Stück der dunklen Kugel und dasjenige Stück der leuchtenden Kugel sey, welches auf die dunkle Kugel Licht werfen kann.

Aufl. Jede Ebene durch die Mittelpuncte A und B beyder Kugeln gelegt giebt ein Paar gröste Kreise, und in dieser Ebene kann man auf zweyerley Art durch einen Punct der Axe AB ein Paar Tangenten ziehen, die beyde Kreise zugleich berühren, wie

im

im 59 §. Die Tangenten PQ, FG, deren Durchschnittspunct O zwischen den Mittelpuncten beyder Kugeln seine Stelle hat, liegen in zweyen einander entgegen gesetzten Kegelflächen, und zu jeder davon gehört eine von beyden Kugeln, die sie von innen berührt. Die beyden andern Tangenten DE, RS, aber liegen in einer Kegelfläche, welche beyde Kugeln zugleich von innen berühren. Weil nemlich in jeder Ebene durch AB die Kreise um A und B einerley Grösse behalten; so liegen alle Puncte wie D und R, E und S, P und G, F und Q, in einerley zur Axe AB gehörigen Parallelkreise, und das sind zugleich die vier Berührungskreise. Weil nun angenommen wird, daß A die leuchtende, und B die dunkle Kugel sey, so ist EHS das erleuchtende und DKR das erleuchtete Segment. Zur Erleichterung und Abkürzung der folgenden Schlüsse kann man sich auch die zu diesen Segmenten gehörigen Bogen allein vorstellen, die in einerley Ebene durch AB liegen.

Die Kegelfläche DCR begränzt den vollen Schatten, und wenn man $AB = a$, $AE = r$, $BD = \varrho$ setzt, so ist die Länge des vollen Schattenkegels $BC = \frac{a\varrho}{r-\varrho}$. (59 §.) Ferner ist $\sin BCD = \frac{r-\varrho}{a} = \cos DBC$, und dieser Winkel DBC bestimmt die Grösse des völlig im Schatten liegenden Segments DLR der dunklen Kugel. Weil überdem DBC = EAB ist, so bestimmt eben der Winkel die Grösse desjenigen Segments der leuchtenden Kugel, welches auf die dunkle Kugel Licht werfen kann. Auf dem ganzen Segment EIS giebt es gar keine Stelle, wovon auch nur etwas Licht auf die dunkle Kugel fallen

könnte. Die Kegelfläche ZOM giebt die Gränze des Halbschattens ab, so weit sie nemlich als eine abgekürzte Kegelfläche auf der Seite liegt, die von der leuchtenden Kugel abgewandt ist. Für eben diesen Halbschatten hat man $BO = \frac{a\varrho}{r+\varrho}$, und $\sin BOQ = \frac{r+\varrho}{a}$ (59 §.) $= \cos OBQ$.

Wenn beyde Kugeln gleich groß sind, also $r = \varrho$ ist, so wird BC unendlich groß, und $\sin BCD = 0 = \cos DBC$: das heißt der volle Schatten wird cylinderförmig, wie auch für sich klar ist. Für den Halbschatten wird $BO = \frac{1}{2}a$ und $\sin BOQ = \frac{2r}{a} = \cos OBQ$. In dem Fall $\varrho > r$ hätte man $BC = -\frac{a\varrho}{\varrho - r}$ und $\sin BCD = -\frac{\varrho - r}{a}$: das heißt die Spitze C des vollen Schattenkegels würde nun nach der Seite hin fallen, wo die leuchtende Kugel liegt, der volle Schatten selbst würde die Figur eines abgekürzten Kegels haben, und seine kleinere Grundfläche würde die Gränze zwischen dem erleuchteten und ganz im Schatten liegenden Segment der dunklen Kugel seyn. Der volle Schatten wäre nun, wie man es auch wohl ausdrückt, **becherförmig** oder **korbförmig**, und die Figur stellt diesen Fall auch vor, wenn man B für die leuchtende und A für die dunkle Kugel annimmt.

61. §.

Wird der Schattenkegel senkrecht auf seiner Axe in der Entfernung $BW = b$ geschnitten, so sind die Pro-

Projectionen des Kernschattens und Halbschattens. Kreise, wozu die Halbmesser WX, WZ gehören. Alsdenn hat man $WX = \frac{BD}{CD} . CW$, und $CW = CB - b$, mithin $WX = \frac{CB}{CD} . BD - \frac{BD}{CD} . b$, oder $WX = \varrho \sec BCD - b \operatorname{tg}. BCD$, da dann $\operatorname{tang} BCD = \frac{r - \varrho}{\sqrt{(a^2 - (r-\varrho)^2)}}$, $\sec BCD = \frac{a}{\sqrt{(a^2 - (r-\varrho)^2)}}$ gefunden wird. Ferner ist $WZ = \frac{BQ}{OQ} . OW$ und $OW = OB + b$, also $WZ = \frac{OB}{OQ} . BQ + \frac{BQ}{OQ} . b$, oder $WZ = \varrho \sec BOQ + b \operatorname{tang} BOQ$: auch findet man $\operatorname{tang} BOQ = \frac{r + \varrho}{\sqrt{(a^2 - (r+\varrho)^2)}}$ und $\sec BOQ = \frac{a}{\sqrt{(a^2 - (r+\varrho)^2)}}$.

In dem Fall, wenn ϱ in Vergleichung mit a sehr klein ist, hat man sehr nahe $\sin BCD = \frac{r}{a} = \sin BOQ$, also $BCD = BOQ$: überdem auch $BO = \frac{a\varrho}{r} = BC$. Weil nun $\frac{r}{a}$ der Sinus des scheinbaren Halbmessers der leuchtenden Kugel ist, das Auge in B angenommen; so sey ihr scheinbarer

Durchmesser $= \delta$. Das giebt $\frac{r}{a} = \sin \frac{1}{2}\delta$, mithin ist BCD $=$ BOQ $= \frac{1}{2}\delta$ in dem vorausgesetzten Fall, und man erhält $WX = \varrho \sec \frac{1}{2}\delta - b \tang \frac{1}{2}\delta$, $WZ = \varrho \sec \frac{1}{2}\delta + b \tang \frac{1}{2}\delta$: auch findet man die ganze Länge des Schattenkegels $BC = \frac{a}{r - \varrho} \cdot \varrho =$ $\varrho : \frac{r}{a}$, oder $BC = \frac{\varrho}{\sin \frac{1}{2}\delta} = \varrho \operatorname{cosec} \frac{1}{2}\delta$.

62. §.

Aus diesem von zwoen Kugeln hergenommenen Beyspiel wird man schon abnehmen können, daß die Untersuchung über die Gestalt und Grösse des Schattens oft ein ziemlich weitläuftiges Verfahren erfordere. Wenn die Gestalt des leuchtenden und dunklen Körpers es verstattet, eine kegel- oder pyramidenartige Fläche anzunehmen, welche beyde Körper zugleich ringsherum berührt, so giebt selbige allemahl auf der Seite, die vom Licht abgewandt ist, die Gränze des vollen Schattens ab. Wie eine andre dergleichen kegelartige oder pyramidenartige Fläche beyde Körper berühren müsse, wenn selbige die Gränze des Halbschattens bestimmen sollte, wird man leicht durch Vergleichung mit dem von den beyden Kugeln hergenommenen Beyspiel einigermassen abnehmen können. Am allgemeinsten und deutlichsten für jeden Fall ist die dem 58 §. gemässe Vorstellung, daß jeder Punct der dem dunklen Körper zugekehrten Fläche des leuchtenden Körpers auf den dunklen eine Lichtpyramide werfe, die nach der vom leuchtenden Körper abgewand-

wandten Seite des dunklen erweitert sich in eine Halbschattenpyramide verwandelt. Der Raum, welchen alle diese Halbschattenpyramiden mit einander gemein haben, ist alsdenn der Kernschatten.

63. §.

Eine leuchtende Kugel *AHIB* scheint durch die kreisförmige Oefnung *DE* einer undurchsichtigen Ebene *MN*, welche auf der graden Linie *SC* zwischen den Mittelpuncten der Kugel und der Oefnung senkrecht ist: man soll finden, wie groß das Stück der leuchtenden Kugel sey, welches durch die Oefnung durchscheinen kann. 24 Fig.

Aufl. Durch beyde Mittelpuncte S und C der Kugel und der Oefnung lege man eine Ebene ASC, und EH sey eine Tangente des in dieser Ebene liegenden gröſten Kreises der Kugel: so ist H der äusserste Punct, wovon ein Strahlenkegel HDE auf die Oefnung fallen kann. Wird auf der andern Seite die Tangente DK gezogen, so ist K der äusserste Punct auf der andern Seite von SC, wovon ein Strahlenkegel KDE auf die Oefnung fallen kann. Von jedem Punct des Bogens HK fällt ein Strahl auf jeden Punct des Durchmessers DE der Oefnung. Man ziehe noch die Tangenten DA und EB, so können die zwischen A und H liegenden Puncte, und eben so diejenigen, welche zwischen B und K liegen, immer wenigern Puncten in DE Licht zusenden, je näher sie nach A und B zu liegen. Von A kann nur der einzige Strahl AD, und von B der einzige Strahl BE noch auffallen: demnach bestimmt der Bogen AIB

die Gröſſe des Segments der Kugel, das durch die Oefnung Licht ſenden kann.

Wenn nun DA und CS einander in F ſchneiden, und SD gezogen iſt, ſo hat man die ähnlichen Dreyecke FAS und FCD, worin der Winkel CDF = ASF = CSD + DSA iſt. Man ſetze CS = a, SA = r, CD = ϱ, ſo iſt $\sin CSD = \frac{\varrho}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, $\cos CSD = \frac{a}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, $\cos DSA = \frac{r}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, $\sin DSA = \frac{\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, und man findet

$$\sin ASF = \sin CDF = \frac{r\varrho + a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{a^2+\varrho^2},$$

wodurch die Gröſſe des Segments AIB der leuchtenden Kugel beſtimmt wird, welches durch die Oefnung DE durchſcheinen kann. Uebrigens hat man auch

$$\cos CDF = \frac{ar - \varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{a^2+\varrho^2}, \text{ mithin}$$

$$\tan CDF = \frac{r\varrho + a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{ar - \varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}, \text{ oder}$$

$$\tan CDF = \frac{\varrho : a + \sqrt{((a^2+\varrho^2) : r^2 - 1)}}{1 - (\varrho : a)\sqrt{((a^2+\varrho^2) : r^2 - 1)}};$$

alſo $\tan CFD = \cot CDF =$

$$\frac{1 - (\varrho : a)\sqrt{((a^2+\varrho^2) : r^2 - 1)}}{\varrho : a + \sqrt{((a^2+\varrho^2) : r^2 - 1)}}.$$

64. §.

64. §.

1) Durch die Oefnung DE fällt ein Lichtkegel, 24
deſſen Länge CF = CD . tang CDF = Fig.
$\frac{r\varrho + a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{ar - \varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}$. ϱ gefunden wird, und
derſelbe iſt mit einem Halbſchattenkegel umgeben,
deſſen Spitze in G fällt, wenn man $CG = \varrho$ tang CDG
nimmt. Es iſt aber $\sin CDS = \frac{a}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$,
$\cos CDS = \frac{\varrho}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, $\sin SDG = \frac{r}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$,
$\cos SDG = \frac{\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$: daher findet man
$\sin CDG = \sin (CDS - SDG) =$
$\frac{a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)} - r\varrho}{a^2+r^2}$, und $\cos CDG =$
$\frac{\varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)} + ar}{a^2+r^2}$, mithin tang CDG $=$
$\frac{a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)} - r\varrho}{\varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)} + ar}$, oder tang CDG
$= \frac{\sqrt{((a^2+\varrho^2):r^2-1)} - \varrho:a}{(\varrho:a)\sqrt{((a^2+\varrho^2):r^2-1)} + 1}$: alſo
tang CGD $=$ cot CDG $=$
$\frac{1 + (\varrho:a)\sqrt{((a^2+\varrho^2):r^2+1)}}{\sqrt{((a^2+\varrho^2):r^2-1)} - \varrho:a}$.

Fängt man das durchfallende Licht vermittelſt einer Ebene PQ auf, die mit MN parallel, und von

derſelben um den Abſtand $Cc = b$ entfernt iſt; ſo ſchneidet ſie den vollen Lichtkegel DEF in einem Kreiſe *ab*, deſſen Halbmeſſer $ca = cb$ iſt, und den Halbſchattenkegel in einem Kreiſe *hk*, deſſen Halbmeſſer $= ck = ch$ iſt. Weil ferner $Fc = FC - Cc = FC - b$, $Gc = GC + Cc = GC + b$, und $ca = \frac{CD}{CF} \cdot Fc$, $ck = \frac{CD}{CG} \cdot Gc$ iſt; ſo findet man $ca = CD - \frac{CD}{CF} \cdot b$, oder $ca = \varrho - b \cdot \text{tang}\, CFD$, und $ck = CD + \frac{CD}{CG} \cdot b$, oder $ck = \varrho + b \cdot \text{tang}\, CGD$.

2) Wenn ϱ in Vergleichung mit *a* und *r* ſehr klein iſt, ſo hat man beynahe $\text{tang}\, CFD = \frac{1}{\sqrt{(a^2 : r^2 - 1)}} = \frac{r}{\sqrt{(a^2 - r^2)}}$, (55. §.) und $\text{tang}\, CGD$ beynahe $= \frac{1}{\sqrt{(a^2 : r^2 - 1)}} = \frac{r}{\sqrt{(a^2 - r^2)}}$, folglich beynahe $CFD = CGD$. Ueberdem iſt $CDF = CSD + DSA$, alſo bey eben der Vorausſetzung beynahe $CDF = DSA$, weil CSD ſehr klein ausfällt, mithin auch ſehr nahe $CFD = ADS = CGD$, und ADS iſt der ſcheinbare Halbmeſſer der leuchtenden Kugel aus D oder C geſehen, welches bey der angenommenen Vorausſetzung keinen merklichen Unterſcheid macht. Wird alſo der ſcheinbare Durchmeſſer $ADK = \delta$ geſetzt, ſo iſt in dem hier angenommenen Fall $ca = \varrho - b \,\text{tang}\, \frac{1}{2}\delta$, $ck =$

$\varrho +$

$\varrho + b \tang \frac{1}{2}\delta$, und die Länge CF des Lichtkegels $= \varrho \cot \frac{1}{2}\delta$.

3) Wäre DE eine undurchsichtige kreisförmige auf der graden Linie SC zwischen den Mittelpuncten senkrechte Ebene, die nun statt der durchlöcherten Ebene MN das von der leuchtenden Kugel kommende Licht auffienge; so wäre DEF der volle Schattenkegel, dessen Abmessungen eben so wie vorhin die Abmessungen des durch die Oefnung scheinenden Lichtkegels gefunden werden. Derselbe ist alsdann ebenfalls mit einem Halbschattenkegel umgeben, dessen Spitze in G liegt. Auf der schneidenden Ebene PQ wird alsdenn *ca* des Kernschattens, so wie *ck* des Halbschattens Halbmesser.

65. §.

Die Sonne ist, wie die Astronomie lehren wird, eine für sich leuchtende Kugel, und ihr scheinbarer Durchmesser ist bald etwas weniges (ohngefehr $\frac{1}{2}$ Minute) grösser, bald um soviel kleiner als 32 Minuten. Nimmt man ihn von 32′ an, so ist $\frac{1}{2}\delta = 16'$, also $\tang \frac{1}{2}\delta = 0{,}0046542$ ziemlich nahe $= \frac{1}{215}$. Aus der Entfernung der Sonne von der Erde, welche 23436 halbe Erddurchmesser beträgt, (56 §.) und ihrem scheinbaren Halbmesser von der Erde gesehen, der, wie eben bemerkt ist, 16′ beträgt, findet man den Halbmesser der Sonne $= 23436 \cdot \sin 16' = \frac{1}{215} \cdot 23436 = 109$ halbe Erddurchmesser. In Vergleichung mit dem Halbmesser der Sonne, und ihrer Entfernung von der Erde ist demnach allemahl $CD = \varrho$ so sehr klein, daß die Brüche $\frac{\varrho}{a}$, $\frac{\varrho}{r}$, so gut als gänzlich verschwindende zu betrachten sind:

daher hat man für die Sonne $CF = \varrho \cot \frac{1}{2}\delta$, oder $CF = \frac{\varrho}{\text{tang } \frac{1}{2}\delta} = 215 \cdot \varrho$, $ca = \varrho - {}_{2}{}^{1}{}_{1}{}^{1}{}_{5} b$, und $c = \varrho + {}_{2}{}^{1}{}_{1}{}^{1}{}_{5} b$. Wird $b = 215 \cdot \varrho$ angenommen, so verschwindet ca, weil der Lichtkegel DEF sich nur bis auf diese Länge erstreckt: hinter F weiter von DE entfernt gehen die in F zusammen laufenden Lichtstrahlen wieder auseinander.

Wenn also DE den Durchmesser einer undurchsichtigen Scheibe vorstellet, die das Sonnenlicht senkrecht auffängt; so wirft selbige einen Schattenkegel, dessen Länge 215mahl grösser, als ihr Halbmesser ist: in grösserer Entfernung ist auf einer Ebene, die den Schatten senkrecht auffängt, kein projicirter Kernschatten mehr vorhanden, sondern nur Halbschatten. (64. §.)

Auch wenn im 61. §. die grössere Kugel A die Sonne, und B die Erde vorstellet, bleibt $\frac{\varrho}{a} = {}_{2}{}^{1}{}_{3}{}^{1}{}_{4}{}^{1}{}_{3}{}^{1}{}_{6}$ noch ein sehr kleiner Bruch, und man findet die Länge BC des Erdschattens $= \frac{\varrho}{\sin \frac{1}{2}\delta}$ (55. §.) $= 215 \cdot \varrho$, weil Sinus und Tangente eines Winkels von 16′ noch nicht in Zehnmilliontheilchen des Halbmessers verschieden sind.

66. §.

Alle von einem und eben demselben Punct der Sonne auf die Erdfläche fallende Strahlen sind eben darum einander sehr nahe parallel, weil der Halbmesser der Erde in Vergleichung mit der Entfernung

der

der Sonne von der Erde so sehr klein ist. Zwar sind nicht alle Puncte auf dem der Erde zugekehrten Theil der Oberfläche der Sonne von der Erde gleichweit entfernt. Der Punct H in der Mitte des die Erde B erleuchtenden Segments EHS der Sonne A ist beynahe um den ganzen Sonnenhalbmesser weniger von der Erde entfernt, als diejenigen Puncte, welche an der Gränze G oder P des erleuchtenden Segments liegen. Weil aber die Entfernung AB 23436 halbe Erddurchmesser beträgt, wovon 109 den Halbmesser der Sonne ausmachen; so ist auch H noch über 23000 halbe Erddurchmesser von der Erde entfernt. Diesemnach ist der scheinbare Halbmesser der Erde aus jedem Punct in der Oberfläche der Sonne gesehen kleiner als $\frac{1}{23000}$, also kleiner als 0,0000435. Weil nun lin 1′ = 0,0002909 ist, so ist der erwehnte scheinbare Halbmesser der Erde kleiner als $\frac{435}{2909}$ Minute, oder kleiner als 9 Secunden, und der scheinbare Durchmesser kleiner als 18 Secunden. Demnach sind ein Paar auf die Erde fallende Sonnenstrahlen, die von einerley Punct der Sonne kommen, allemahl unter einem viel kleinern Winkel, als dem von 18 Secunden gegen einander geneigt: und Sonnenstrahlen, die aus einerley Punct der Sonne auf ein Stück der Erdfläche, oder solche Körper fallen, womit wir auf der Erde umgeben sind, neigen sich gegen einander nur unter einem so sehr kleinen Winkel, daß ihre Abweichung von der parallelen Lage nicht merklich bleibt. 23 Fig.

67. §.

Wäre die Sonne ein einziger leuchtender Punct; so würde, wenn sie durch eine Oefnung scheint, das durch-

durchfallende Licht allemahl in einem pyramiden- oder kegelförmigen Raum enthalten seyn, dessen Spitze die Sonne, und dessen Grundfläche die Ebene der Oefnung wäre: und wegen der sehr nahe völlig parallelen Lage der durchfallenden Sonnenstrahlen wäre dieser Raum sehr nahe prismatisch oder cylindrisch. Fienge man das durchfallende Licht mit einer der Fläche der Oefnung parallelen Ebene auf; so würde das auf die Ebene fallende Licht sich in einen Flächenraum ausbreiten, dessen Figur der Oefnung gleich und ähnlich wäre. Dieser Raum müste eine gradlinichte eckigte Figur oder ein Kreis seyn, wenn die Oefnung eine eckigte Figur oder ein Kreis wäre. Solcher Puncte giebt es aber unzählig viele auf der leuchtenden Oberfläche der Sonne, soweit sie der Erde zugekehrt ist, und das eben gesagte gilt von jedem dieser Puncte für sich: daher muß die Figur des durch eine Oefnung scheinenden, und mit einer Ebene senkrecht aufgefangenen Sonnenlichts anders ausfallen, und man übersiehet am leichtesten auf folgende Art, wie sich diese Figur bilden müsse.

Man stelle sich von jedem Punct der Sonne anfangs nur einen einzigen Strahl durch die Mitte der Oefnung vor: so liegen alle diese Strahlen in einem kegelförmigen Raum, dessen Grundfläche die scheinbare Sonnenscheibe und dessen Spitze die Mitte der Oefnung ist. Diesem kegelförmigen Raum ist hinter der Oefnung ein andrer entgegengesetzt, in welchem sich die durch die Mitte der Oefnung gehenden Strahlen wieder ausbreiten; ein auf der Axe dieses Kegels senkrechter Schnitt wäre ein Kreis, und diejenigen Strahlen, welche vom Umfang des erleuchtenden Segments der Sonne kommen, und

durch

durch die Mitte der Oefnung gehen, müsten den Umfang dieses Kreises treffen. Statt eines solchergestalt von jedem Punct der Sonne durch die Mitte der Oefnung gehenden einzelnen Strahls aber fällt von jedem Punct der Sonne, mithin auch von jedem Punct ihrer scheinbaren kreisrunden Gränze ein Strahlenprisma auf die Oefnung, die vorhin betrachteten einzelnen Strahlen sind so viele Axen dieser Strahlenprismen, und die Figur des von jeder dieser Lichtprismen auf der mit der Oefnung parallelen Ebene erleuchteten Raums, ist der Figur der Oefnung gleich und ähnlich. Die mittlern Puncte aller dieser Figuren, so wie die Figuren selbst, fallen nahe bey der Oefnung in einerley Raum zusammen, daher ist alsdenn der ganze erleuchtete Raum der Figur der Oefnung ähnlich. In grössern Entfernungen aber ziehen sich die mittlern Puncte dieser Figuren, mithin die Figuren selbst, die einerley Gestalt und Grösse behalten, immer mehr auseinander, die Mittelpuncte aber bleiben beständig in einer Kreisfläche liegen, die bey wachsender Entfernung immer grösser wird: demnach muß die Figur des ganzen erleuchteten Raums auf der Ebene bey wachsender Entfernung sich der Figur eines Kreises immer mehr nähern, welches auch der Erfahrung gemäß ist.

68. §.

Aristoteles hatte schon die Frage als eine optische Aufgabe vorgetragen: warum ein Sonnenstrahl, der durch ein eckigtes Loch gehet, auf einer Ebene, die ihn auffängt, einen kreisförmigen erleuchteten Raum zuwege bringe? auch warum in dem Fall, wenn ein Theil der Sonne verfinstert

ist,

ist, der so erleuchtete Raum auf einer Ebene der jedesmahligen Lichtgestalt der Sonne ähnlich ist? Kepler in den Paralipomenis ad Vitellionem, quibus Astronomiae pars optica traditur im II Cap. erklärt diese Erscheinung richtig aus den im vor. §. vorgetragenen Gründen: auch hatte sie Maurolycus in seiner Schrift de lumine et umbra 1575 schon richtig erklärt. Weil von jedem Punct der leuchtenden Sonnenfläche auf jeden Punct der Oefnung ein Lichtstrahl fällt, so erhält jeder Punct der Oefnung von der ganzen Sonnenscheibe einen Lichtkegel, der sich hinter der Oefnung in einem entgegengesetzten verwandelt: die Axen aller dieser Lichtkegel liegen so, als kämen sie vom Mittelpunct der Sonne her, und sind deswegen parallel. (58. §.) Die senkrechten Schnitte dieser Lichtkegel hinter der Oefnung sind Kreise, und ihre Mittelpuncte liegen in einem Flächenraum, welcher der Figur der Oefnung in jeder Entfernung der schneidenden Ebene gleich und ähnlich bleibt: die Kreise aber werden mit der wachsenden Entfernung immer grösser, und so begreift man ebenfalls, daß die Figur des erleuchteten Flächenraums im ganzen sich der kreisförmigen Figur desto mehr nähern müsse, je grösser die Entfernung, und je kleiner die Oefnung ist.

69. §.

25 Fig. Es sey nun HL eine horizontale Ebene, E ein Punct in derselben, ES eine grade Linie von E nach den Mittelpunct der Sonne gezogen, und eine verticale Ebene durch ES schneide die Ebene HL in EA: so ist AES der Neigungswinkel der Linie ES gegen die Ebene LM. Eben dieser Winkel AES ist die scheinbare Entfernung der Sonne von der horizontalen Ebene,

Ebene, und derselbe heißt auch die Höhe der Sonne über dem Horizont. Man kann E in der horizontalen Ebene wo man will annehmen, der Winkel AES wird immer einerley seyn, (293. §. Geom.) weil alle dergleichen Linien wie ES unter sich parallel sind. (66. §.)

70. §

Eine geometrische grade Linie AC, wenn sie undurchsichtig und dem Sonnenlicht ausgesetzt wäre, würde eigentlich gar keinen Schatten werfen. Eine Ebene durch AC und den Mittelpunct S der Sonne, würde letztere in einem grösten Kreise schneiden, und wenn die in dem Umfange dieses Kreises liegenden Puncte der Sonnenfläche allein leuchtend wären, so würde AC einen Schatten werfen, der ganz in der Ebene ACS läge. Der volle Schatten wäre ein Dreyeck ACB, und der Halbschatten ein nach P und Q zu unbegränztes abgekürztes Dreyeck, das seine Spitze in O hätte. Wegen der von den übrigen Puncten der Sonnenfläche an beyden Seiten der Ebene ACS herrührenden Erleuchtung aber wäre auch in der Ebene des Dreyecks ACB nur Halbschatten, weil von allen diesen Puncten in den Raum des Dreyecks ACB Licht fallen würde. Wenn aber AC nicht für eine geometrische Linie angenommen wird, sondern für einen prismatischen oder cylindrischen Körper, gesetzt auch, daß seine Querschnitte sehr klein wären, so entsteht schon ein voller Schatten.

71. §.

Auf der wagrechten Ebene HL stehe ein undurch- 25
sichtiges Rechteck GHIK lothrecht, AC sey eine loth- Fig.
rechte

rechte Linie, welche dies Rechteck halbirt, und daſſelbe ſey dem Sonnenlicht ſo ausgeſetzt, daß die Ebene durch AC und den Mittelpunct S der Sonne die Ebene GHIK ſenkrecht ſchneide. Wenn dies Rechteck allein vom Mittelpunct der Sonne erleuchtet würde, ſo wäre die Projection des Schattens auf HL ein Rechteck HMNI auf der Grundlinie HI in der Höhe AE. Man kann hier AE die **Länge**, HI = MN die **Breite** des Schattens nennen. Wird alsdenn die Höhe der Sonne = α geſetzt, ſo wäre die Länge des Schattens AE = AC . cot α. Auſſer der bisher angenommenen Erleuchtung aber kommt ferner diejenige hinzu, welche alle in der verticalen Ebene ACS liegenden Puncte der Sonne nach HL ſenden: deswegen erſtreckt ſich der volle Schatten nicht bis E ſondern nur bis D, auch fällt von E bis F, noch Halbſchatten. Der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne ſey = δ, ſo iſt ADC = AEC + DCE = $\alpha + \frac{1}{2}\delta$, AFC = AEC − ECF = $\alpha - \frac{1}{2}\delta$, folglich AD = AC . cot $(\alpha + \frac{1}{2}\delta)$, AF = AC . cot $(\alpha - \frac{1}{2}\delta)$, und DF = AF − AD = AC (cot $(\alpha - \frac{1}{2}\delta)$ − cot $(\alpha + \frac{1}{2}\delta)$).

72. §.

Wegen der von den übrigen Puncten der Sonnenfläche an beyden Seiten der Ebene ACS herrührende Erleuchtung behält der volle Schatten nicht die Figur des Rechtecks HMNI, weil folgende Schlüſſe ergeben, daß ſeine Breiten von HI nach MN allmählig abnehmen müſſen. Die Ebene GKS giebt einen gröſten Kreis auf der Sonne der den vorigen ſenkrecht ſchneidet, und wenn die in dieſem Kreiſe liegenden Puncte allein leuchtend wären, ſo wäre *mn*

der

der volle Schatten, den GK werfen würde, und bis μ und ν würde ſich Halbſchatten erſtrecken, wenn $Em = En = CG - \frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ CE, und $E\mu = E\nu = CG + \frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ CE genommen würde. (65 §.) Es iſt aber CE = AC coſec α, mithin $Em = En = CG - \frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ AC coſec α, und $E\mu = E\nu = CG + \frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ AC coſec α.

In eben dem Rechteck HGKI ſey XY mit GK oder HI parâllel, ſo iſt die Ebene SXY mit GKS ſo nahe parallel, daß keine Abweichung von der parallelen Lage merklich iſt: demnach iſt der gröſte Kreis, worin SXY die Sonne ſchneidet, von demjenigen nicht merklich verſchieden, worin GKS die Sonne ſchneidet. Der volle Schatten von XY würde alſo in XY fallen, und der Halbſchatten würde ſich bis an ξ und ζ erſtrecken, wenn $zx = zy = CG - \frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ AZ coſec α, $z\zeta = z\xi = CG + \frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ AZ coſec α genommen würde. Hieraus ſchließt man leicht, daß die Breite des vollen Schattens von XY nach *mn* abnehme, wenn man vorausſetzt, daß AZ wachſe, daß hingegen des vollen Schattens Breite von XY nach HI zu wachſe, wenn AZ abnimmt, ſo wie dieſe Breite bey HI, der Breite des Rechtecks HGKI ſelbſt gleich wird. Eben ſo leicht ſiehet man, daß die äuſſere Breite des Halbſchattens, welche anfangs bey HI von der Breite des vollen Schattens nicht verſchieden iſt, gegen $\mu\nu$ zu wachſe. 25 Fig.

Wenn LW durch F mit HI parallel iſt, ſo iſt LW die äuſſerſte Gränze des Halbſchattens, dieſer Linie wird nur dasjenige Licht entzogen, was von dem niedrigſten Punct *f* der Sonne kommt, und der Halbſchatten erſtreckt ſich an dieſer Gränze zu beyden Seiten nicht weiter, als bis an L und W. Eine

Ebene durch GK schneide die Sonne so, daß ihr Mittelpunct S oberhalb dieser Ebne liegen bleibt, so giebt sich ein kleinerer Kreis der Sonne, wovon *gh* einen Durchmesser vorstellet. Versteht man nun durch δ den scheinbaren Durchmesser dieses kleinern Kreises in der Ebene GK*g* genommen, und betrachtet man dieses kleinern Kreises Peripherie allein als lenchtend; so giebt solches die Folge, daß GK einen Schatten in *rs* werfe, und daß der Halbschatten sich bis *v* erstrecke, wenn $cv = cw = CG + Cc \cdot \tang \frac{1}{2}\delta$ angenommen wird (§. 64. n. 3. 4). Weil nun δ abnimmt, wenn der Winkel $ECc = SCg$ wächst, und weil δ alsdenn verschwindet, wenn ECc dem halben scheinbaren Durchmesser der Sonne gleich wird; so erhellet, daß die äussere Breite des Halbschattens von E nach F zu abnehme, und zuletzt = LW werde, wenn *c* in F fällt.

73. §.

Aus diesem Beyspiel kann man beurtheilen, wie man sich auch in andern Fällen verhalten müste, wenn man nicht allein den projicirten Kernschatten, sondern auch den ihn umgebenden Halbschatten nach seiner Gestalt und Grösse finden wollte, den ein undurchsichtiger dem Sonnenlicht ausgesetzter Körper auf eine Ebene wirft: allein die Untersuchung hat eben keinen erheblichen practischen Nutzen, wenn man den im 60. §. schon betrachteten Fall ausnimmt, der in der Astronomie seine Anwendung findet. Uebrigens genügt es, wenn man folgende allgemeine Sätze als Folgen aus dem bisher vorgetragenen bemerket.

1) Jeder

1) Jeder Schatten, den ein dem Sonnenlicht ausgesetzter dunkler Körper auf eine Ebene wirft, ist mit einem Halbschatten umgeben.

2) Dieser Halbschatten verursacht, daß die eigentliche Gränze des vollen Schattens nicht recht genau kenntlich seyn kann, weil der Halbschatten von der Gränze des vollen Schattens bis zur Gränze der völligen Erleuchtung allmählig heller wird, und sich auf der einen Seite im vollen Schatten, auf der andern Seite im vollen Licht allmählig verliert.

3) Je näher der undurchsichtige Körper der Ebene ist, die den Schatten auffägt, desto schärfer unterscheiden sich Licht und Schatten von einander: je weiter aber der undurchsichtige Körper von der Ebene entfernt ist, desto mehr breitet sich der Halbschatten aus, und desto kleiner wird der volle Schatten. Wenn des undurchsichtigen Körpers Entfernung von der Stelle der Ebene, wohin der Schatten fällt, mehr denn 215 mahl grösser ist, als des Körpers gröster Durchmesser in einer Ebene, die durch den Mittelpunct der Grösse des Körpers und der Sonne geht, so genommen, daß er auf beyden Seiten die Gränze der Erleuchtung trift; so wirft der Körper gar keinen vollen Schatten mehr, sondern nur Halbschatten.

74. §.

Der Schatten, welchen ein lothrecht stehender Körper auf eine wagrechte Ebene wirft, heißt der grade Schatten, und man hat gewöhnlich nur eine nähere Veranlassung die Länge dieses Schattens zu suchen. Ausser der lothrechten Höhe AC des Körpers kommt alsdenn auf seine übrigen Abmessungen

nichts an, und man kann die Sache so betrachten, als wenn die Länge des Schattens der lothrechten Li-
25 nie AC gesucht würde. Eine solche grade Linie AC,
Fig. die auf einer Ebene HL, senkrecht steht, kommt in die wagrechte Lage, wenn die Ebene HL, wie es die 26ste Figur vorstellt, lothrecht gesetzt wird: eine von
26 A lothrecht herab-gelassene grade Linie AD liegt als-
Fig. denn in der Ebene HL, (288. §. Geom.) und die Ebene CAD ist beydes zugleich auf dem Horizont und auf HL senkrecht. Wenn die Ebene HL dem Sonnenlicht so ausgesetzt ist, daß die Ebene CAD durch den Mittelpunct der Sonne geht, so wirft AC einen Schatten auf HL, der in der Ebene CAD liegt, mithin von A nach D lothrecht herab hängt, da er dann in dieser Lage der **verkehrte Schatten** genannt wird. Bey Bestimmung der Länge dieses Schattens in solchen Fällen, bey welchen der Halbschatten nicht sehr merklich ist, kann man die Sonne als einen einzigen leuchtenden Punct betrachten, und ihren Mittelpunct dafür annehmen. Zwar findet man alsdenn den Schatten etwas länger, als der Kernschatten in der That ist: man kann aber, wenn es nöthig befunden wird, den Fehler leicht verbessern, und die Länge sowohl des Kernschattens als auch des Halbschattens für sich angeben.

75. §.

Setzt man, wie im 71. §., die Höhe der
25 Sonne $= \alpha$ ihren scheinbaren Durchmesser $= \delta$, so
Fig. ist die Länge des wagrechten Kernschattens $AD = AC \cdot \cot(\alpha + \frac{1}{2}\delta)$, und des Halbschattens $AF = AC \cot(\alpha - \frac{1}{2}\delta)$. Wäre der Sonne Mittelpunct allein leuchtend, so wäre die Länge des wagrechten

Schat-

Schattens AE = AC . cot α, und man könnte dies die mittlere Länge des Schattens nennen. Dieser mittlern Länge des Schattens Ueberschuß über der Länge des vollen Schattens ist = AC (cotα — cot (α + $\frac{1}{2}\delta$)), und bey einerley Höhe der Sonne ist derselbe der lothrechten Höhe AC proportional. Wenn aber die Höhe AC dieselbe bleibt, so wächst der bemerkte Ueberschuß, wenn die Höhe der Sonne α abnimmt, und wird unendlich groß, wenn α verschwindet. Aus den trigonometrischen Tafeln findet man cot . (45° 16′) = 0,9913112, und es ist cot 45° = 1, also cot 45° — cot . 45° 16′ = 0,0086888 noch nicht völlig $\frac{1}{100}$. Wenn also AC selbst nicht sehr groß ist, so ist der Unterscheid beyder Schattenlängen so lange nicht beträchtlich, als die Höhe der Sonne nicht unter 45 Grade beträgt. Ueberdem wird der Raum zwischen D und E noch nicht von der Hälfte der Sonne erleuchtet, wogegen der Raum zwischen E und F von mehr als der Hälfte der Sonne Licht erhält: dieserwegen ist von E nach D der Halbschatten merklich dunkler, als von E nach F, und wenn das Auge die Gränze des vollen Schattens schätzen soll, so wird es denselben länger schätzen, als er in der That ist, weil nahe nach D hin sehr wenig Licht kommt. Wenn also nicht andre Gründe vielleicht ein schärferes Verfahren erfodern, so kann man in solchen Fällen die mittlere Länge des Schattens für die Schattenlänge selbst annehmen.

76. §.

Wenn der verlängerte Sonnenstrahl SC, welcher der Vorausseţung im 74. §. gemäß in einer verticalen Ebene durch AC liegt, die Ebene HL in B 26 Fig.

trift, so ist AB die mittlere Länge des verkehrten Schattens, ABS ist der Sonne scheinbare Entfernung von der Scheitellinie, und ACB = α ihre Höhe über dem Horizont. Demnach ist die mittlere Länge des verkehrten Schattens AB = AC tang α, die Länge des vollen Schattens Ab = AC tang $(\alpha - \frac{1}{2}\delta)$, und beyder Unterscheid Bb = AC (tang α — tang $(\alpha \frac{1}{2}\delta)$). Dieser Unterscheid wächst mit α, und wenn $\alpha = 45°$ angenommen wird, so hat man Bb = AC (tang 45° — tang $(45° - \frac{1}{2}\delta)$. Es ist aber tang 45° = cot 45°, und tang $(45° - \frac{1}{2}\delta)$ = cot $(45° + \frac{1}{2}\delta)$ weil die Winkel $45° - \frac{1}{2}\delta$ und $45° + \frac{1}{2}\delta$ einander zu 90° ergänzen. Wenn also die Sonne 45° hoch ist, so ist der Unterscheid der mittlern Länge des Schattens von der Länge des vollen Schattens auf der lothrechten Ebene so groß, als auf der wagrechten Ebene, und auf der lothrechten Ebene würde er unendlich groß werden, wenn der Mittelpunct der Sonne 90° hoch wäre.

Setzt man in der 25 Figur die mittlere Länge des graden Schattens AE = r, die mittlere Länge des verkehrten Schattens AB (26 Fig.) = v, so ist r = AC cot α, v = AC tang α, mithin $r : v$ = cot α : tang α, wenn die Höhe AC des undurchsichtigen Körpers, der den Schatten wirft, gleich angenommen wird.

77. §.

Aus der gemessenen Länge des graden oder verkehrten Schattens läßt sich die Höhe der Sonne finden, (wodurch die Höhe ihres Mittelpuncts zu verstehen ist, 69. §.) wenn die Länge des undurchsichtigen

gen Körpers bekannt ist, und der Fehler wegen des Halbschattens beyseit gesetzt wird. Man hat nemlich $\cot\alpha = \frac{r}{a}$, und $\tang\alpha = \frac{v}{a}$, wobey eigentlich vorauszusetzen ist, daß die mittlere Länge des Schattens gemessen sey. Könnte man den vollen Schatten genau messen, so wäre eigentlich $\cot(\alpha + \frac{1}{2}\delta) = \frac{r}{a}$, und $\tang(\alpha - \frac{1}{2}\delta) = \frac{v}{a}$, wenn r und v die Längen des vollen Schattens bedeuten. Man müste also vom Winkel, dessen Cotangente $= \frac{r}{a}$, noch 16′ abziehen, und zum Winkel, dessen Tangente $\frac{v}{a}$, noch 16′ addiren, um die eigentliche Höhe des Mittelpuncts der Sonne zu haben. Weil aber die Länge des vollen Schattens nie genau gemessen werden, und man bey diesem Verfahren ohnehin nicht erwarten kann, die Höhe der Sonne bis auf einzelne Minuten genau zu finden; überdem auch vermöge der im 75 §. schon angeführten Gründe das Auge allemahl den vollen Schatten etwas länger schätzt, als er in der That ist; so wird man bey der wirklichen Messung der mittlern Länge des Schattens vielleicht näher kommen, als der Länge des vollen Schattens. Am bequemsten wird es allemahl seyn, den graden Schatten zu brauchen, wenn die Sonne mehr als 45° über dem Horizont erhaben ist, den verkehrten Schatten aber, wenn ihre Höhe weniger als 45° beträgt.

Wäre die Höhe der Sonne bekannt, so liesse sich aus der Länge des Schattens die Länge AC = a des undurchsichtigen Körpers finden. Es wird nemlich $a = \frac{r}{\cot \alpha} = r \tang \alpha$. Demnach würde man diese Untersuchung brauchen können, die Höhe eines Thurms zu finden, wenn man seinen Schatten auf einer horizontalen Ebene gemessen hätte.

Die ersten Gründe der Perspectiv.

Der I. Abschnitt.

Von den allgemeinen Gründen der Kunst, perspectivische Zeichnungen zu entwerfen.

1. §.

Aus demjenigen, was im 35 §. der Optik von der Durchschnittsfigur *bedf* ist bemerkt worden, die zuwege gebracht wird, wenn die von einer sichtbaren Sache BEDF ins Auge kommende optische Pyramide OBEDF mit einer Ebene GHIK geschnitten wird, läßt sich einsehen, daß es möglich seyn müsse, eine oder auch mehrere ebene oder körperliche Figuren auf einer Ebene, wie GHIK nach ihrer scheinbaren Gestalt und Lage gegen einander, so abzubilden, wie sie dem Auge in einer angenommenen Stelle erscheinen müssen. Die allgemeine Theorie von den Gründen zur Entwerfung solcher Abbildungen wird als ein Theil der Optik unter dem Nahmen der **Perspectiv** abgehandelt. Wenn nemlich das Auge in O stehet, so hat es einerley Empfindung, es mag den Gegenstand BEDF selbst, oder das Bild *bedf* desselben auf der Ebene GHIK betrachten: es wird im letzten Fall eben die Empfindung haben, als wenn es den Gegenstand 11 Fig.

BEDF durch eine durchsichtige Tafel betrachtete, und das hat den Nahmen der **Perspectiv** veranlasset.

2. §.

11 Fig. Jede solche Ebene, wie GHIK, welche die Strahlenpyramide des von dem Auge betrachteten Gegenstandes schneidet, heißt in der Perspectiv die **Tafel**, der Durchschnittspunct *b* eines Lichtstrahls mit der Tafel aber **das Bild**, oder die Projection des Puncts B, wovon er ausgehet, so wie die ganze Durchschnittsfigur *bedf* mit der Strahlenpyramide **das Bild** oder **die Projection** des betrachteten Gegenstandes BEDF.

Das Bild eines Puncts ist demnach auf der Tafel ebenfalls ein Punct, und das Bild *bd* einer graden Linie BD ebenfalls eine grade Linie. Es ist nemlich *bd* der Durchschnitt der Ebene des Dreyecks OBD mit der Tafel, und die grade Linie BD liegt allemahl mit ihrem Bilde *bd* in einerley Ebene, die zugleich durchs Auge gehet.

Ob es gleich am gewöhnlichsten ist, daß man die Tafel als eine durchsichtige Ebene betrachtet, die zwischen dem Auge und dem Gegenstande befindlich ist; so ist es doch an sich eben nicht nothwendig. Der 27 Fig. Gegenstand BEDF stehe zwischen dem Auge O und der Tafel GHIK, und man verlängere alle Strahlen in dem Raum der optischen Pyramide OBEDF bis sie die Tafel treffen: so giebt sich auf derselben ebenfalls eine Durchschnittsfigur *bedf*, die man als **das Bild**, oder **die Projection** des Gegenstandes betrachten kann. Wäre die Entfernung des Auges von der Tafel sehr vielmahl grösser, als die Entfernung des Gegenstandes von der Tafel; so würde der Gegen-

genstand auf der Tafel selbst den Raum *bedf* einzunehmen scheinen. Auch wenn O ein leuchtender Punct, und BEDF ein dunkler Körper wäre, so würde derselbe in *bedf* seinen Schatten werfen.

3. §.

Je weiter das Auge vom Object und der Tafel wegrückt, desto mehr nähern sich die Gesichtsstrahlen, welche von allen betrachteten Puncten des Objects kommen, der parallelen Lage. Wenn das Auge vom Object und der Tafel unendlich weit wegrückte; so würden alle Gesichtsstrahlen einander parallel werden, die Strahlenpyramide würde sich in ein Prisma, oder wenn es ein Strahlenkegel ist, so würde er sich in einen Cylinder verwandeln. Die Projection auf der Tafel erhält bey dieser Voraussetzung der unendlich grossen Entfernung des Auges von dem abzubildenden Object den Nahmen der **orthographischen Projection**. Obgleich dieser Nahme dem besondern Fall eigentlich nur angemessen zu seyn scheint, wenn die Tafel eine solche Lage hat, daß sie alle parallel darauf fallende Gesichtsstrahlen senkrecht schneidet; so wird derselbe doch auch alsdenn gebraucht, wenn gleich diese Gesichtsstrahlen gegen die Tafel unter einem schiefen Winkel geneigt sind.

4. §.

Wenn man Gegenstände abbilden will, die alle in einerley horizontalen Ebene liegen, so nimmt man gewöhnlich die Voraussetzung an, daß die Tafel vertical stehe, wofern man nicht besondrer Gründe halber davon abzugehen genöthiget ist. Sind alsdenn unter den abzubildenden Sachen solche befindlich, die

auf

auf der abzubildenden horizontalen Ebene ſenkrecht, alſo vertical ſtehen, ſo hat jene Vorausſetzung den Vortheil, daß dergleichen aufrecht ſtehende Sachen auch aufrecht ſtehend erſcheinen. Ueberdem kommt noch der Vortheil hinzu, daß man ſich dabey am leichteſten nach und nach dazu gewöhnt, von demjenigen, was perſpectiviſche Zeichnungen eigenes haben, ſich die rechte Vorſtellung zu machen.

5. §.

28 Fig. Es ſey alſo CD die vertical ſtehende Tafel, und das Auge befinde ſich in O, die Ebene AB aber ſey diejenige wagrechte Ebene, worin entweder alle, oder doch die merkwürdigſten Puncte der abzubildenden Gegenſtände liegen. Durchs Auge O ſey OR auf der Tafel und OS auf den Horizont AB ſenkrecht gezogen; ſo iſt OR des Auges Abſtand von der Tafel, und OS die Höhe des Auges über dem Horizont AB. Der Punct R heißt der **Augenpunct**, und OR nennt man kurz den **Abſtand des Auges**, OS die **Höhe des Auges**. Wenn nun die Ebene AB und die Tafel CD einander in CE ſchneiden, ſo iſt CE horizontal, die Ebene AB ſelbſt heißt die **Fundamental-Ebene**, und ihre Durchſchnittslinie CE mit der Tafel die **Fundamentallinie** oder **Grundlinie** dieſes Horizonts, auch iſt CE zugleich die Grundlinie der Tafel.

Auf der Tafel ſey RH durch den Augenpunct R mit CE parallel und RT auf CE ſenkrecht gezogen: ſo iſt RH horizontal, und RT vertical. (281. 288. §. Geom.) Die Ebene ORH iſt horizontal, ORT iſt vertical, und auf der Tafel ſenkrecht: (286. §. Geom.) jene heißt die **Horizontalfläche**, dieſe die

Ver-

Verticalfläche des Auges, mithin kann RH die Horizontallinie, RT die Verticallinie des Auges heissen. Wie nun R der Augenpunct hieß, so kann man in einem ähnlichen Sinn T den Fußpunct nennen. Wenn nemlich entweder in S selbst ein Zuschauer auf dem Horizont AB aufrecht steht, oder doch sonst S lothrecht unter der Stelle des Auges O liegt; so ist die Verticallinie OS mit RT parallel, (279. §. Geom.) also liegt sie in der Ebene ORT. In eben dieser Ebene liegt ST und zugleich in AB, also ist ST auf der Tafel senkrecht. (289. §. Geom.) Diesemnach ist ORTS ein Rechteck, RT ist der Höhe des Auges, und ST dem Abstand des Auges gleich.

Wenn ST hinter der Tafel verlängert nach Q läuft, so kann man TQ die Grundlinie der Verticalfläche des Auges nennen. Sie schneidet allemahl die Grundlinie CE der Tafel im Fußpunct T senkrecht.

6. §.

Ein Punct des abzubildenden Gegenstandes mag 28
hinter der Tafel liegen, wo er wolle, so läßt sich der Fig.
Ort desselben bestimmt angeben, wenn man weiß, wie weit derselbe von der Tafel, von der Verticalfläche des Auges, und vom Horizont des Auges entfernt ist. Zugleich muß man wissen, ob er unter oder über dem Horizont des Auges, rechter oder linker Hand der Verticalfläche des Auges liegt. Wenn G ein Punct im Horizont des Auges und GH auf der Tafel senkrecht ist, so ist RH seine Entfernung von der Verticalfläche des Auges, und HG seine Entfernung von der Tafel. Liegt L über dem Horizont

des

des Auges, ſo ſey LG auf dieſem Horizont, und GH auf der Tafel ſenkrecht: alsdenn iſt GL des Puncts L Höhe über dem Horizont des Auges, GH und RH ſind ſeine Entfernungen von der Tafel und der Verticalfläche des Auges.

Iſt dagegen von einem Punct M die Rede, der im Horizont AB liegt, über den das Auge um die Höhe SO erhaben iſt; ſo iſt die Stelle deſſelben beſtimmt, wenn man ſeine Entfernungen MN und TN von der Tafel und der Verticalfläche des Auges kennet. Dieſe ſind einerley mit den Entfernungen dieſes Puncts von den Grundlinien CE der Tafel und TQ der Verticalfläche des Auges.

7. §.

30 Fig. **Wenn zwey oder mehr grade Linien, wie** *CD, MV, FG,* **mit einander parallel ſind, ſie mögen alle in einerley Ebene, oder in verſchiedenen Ebenen liegen: ſo laufen ihre Bilder insgeſamt in demjenigen Punct der Tafel zuſammen, worin der mit ihnen parallele Geſichtsſtrahl** *OP* **die Tafel trift.**

Beweis. Wenn MV mit der Tafel in K zuſammenſtößt; ſo erhellet, daß die Tafel von der Ebene der Parallellinien KM, OP, in KP geſchnitten werde. In eben dieſer Durchſchnittslinie muß das Bild *m* eines jeden Puncts M der graden Linie KM liegen: denn *m* liegt in der Tafel, und in der Ebene der Parallellinien KM, OP, mithin in beyder Ebenen Durchſchnittslinie KP. Demnach iſt K*m* das Bild von KM, und wenn M nach V weiter hinausrückt, ſo rückt zugleich *m* weiter nach P. Wenn M in der graden Linie MV unendlich weit wegrückte, ſo würde

m in

m in P fallen, weil alsdenn OM mit KM parallel werden, also mit OP zusammen fallen müste. Weil nun diese Schlüsse allemahl ihre Anwendung finden, der Punct K mag in der Tafel, wo man will seine Stelle haben, so erhellet, daß die Bilder aller mit KM parallelen Linien in P zusammen laufen.

8. §.

Das Bild *Ip* einer graden Linie *MP*, die mit der Tafel parallel liegt, ist mit der abgebildeten Linie *MP* selbst parallel. Denn das Bild *Ip* ist der Ebene OMP Durchschnitt mit der Tafel, (2. §.) also ist *Ip* mit MP parallel. (281 §. Geomet.) 28 Fig.

Wenn also die graden Linien CD, MV, FG, (30 Fig.) nicht allein unter sich, sondern auch mit der Tafel parallel sind, so sind ihre Bilder *cd*, *mu*, *fg*, auf der Tafel ebenfalls unter sich parallel. Denn alsdenn ist CD mit *mu* parallel, (280. §. Geom.) und eben darum auch *cd* mit *mu* parallel.

Diese letzte Folge hängt auch mit den Schlüssen im vor. 7. §. so zusammen. Wenn CD, MV, FG, mit der Tafel parallel sind, so ist der durch O damit parallel laufende Gesichtsstrahl mit der Tafel ebenfalls parallel, und es giebt weiter keinen Vereinigungspunct P auf der Tafel für die Bilder von diesen Linien. Das will sagen: die Bilder sind unter sich parallel.

Das Bild IK einer auf dem Horizont AB senkrechten graden Linie ML ist selbst auf AB senkrecht, (278. §. Geom.) also ist IK auch auf der Grundlinie CE senkrecht. Wenn ferner MP im Horizont AB

mit

mit der Grundlinie CE parallel, also mit der Tafel parallel ist, (281. §. Geom.) so ist das Bild *Ip* ebenfalls mit der Grundlinie CE parallel.

9. §.

28 Fig. **Die Bilder aller graden Linien, die auf der Tafel senkrecht sind, laufen im Augenpunct *R* zusammen.**

Beweis. Alle auf der Tafel senkrechte grade Linien, wie FZ, NM, sind mit einander parallel, (279. §. Geom.) und der durchs Auge O mit ihnen parallel laufende Gesichtsstrahl OR steht auf der Tafel senkrecht. (278. §. G.) Derselbe trift also die Tafel im Augenpunct R, (5. §.) und in diesem Punct laufen die Bilder der auf der Tafel senkrechten Parallellinien zusammen. (7. §.)

Alle in der Fundamentalebene AB liegende auf der Grundlinie CE der Tafel senkrechte grade Linien, wie NM, sind zugleich auf der Tafel senkrecht: (288. §. Geom.) demnach laufen ihre Bilder, wie NI ebenfalls insgesammt im Augenpunct R zusammen.

10. §.

28 Fig. Diese im Augenpunct zusammen laufenden graden Linien wie NR heissen bey einigen practischen Schriftstellern die **Gesichtslinien**, und jedes Stück NI einer solchen Gesichtslinie ist das Bild einer durch N auf der Tafel senkrechten Horizontallinie NM. Wie nun NM die wahre senkrechte Entfernung des Puncts M von der Grundlinie der Tafel ist; so kann man NI die **perspectivische Entfernung** des Bildes I von der Grundlinie nennen. Denn obgleich die Tafel verticalstehend angenommen wird, so betrachtet man

man doch NI als horizontal liegend, weil man sich die Tafel als durchsichtig vorstellet. Die senkrechte Entfernung NM des Puncts M hinter der Tafel heißt auch seine Tiefe hinter der Tafel, weil die Redensart gewöhnlich ist, der Punct M liege so und so viele Fusse tief hinter der Tafel: in dieser Rücksicht heißt auch NI die perspectivische Vertiefung des Bildes I.

Wenn dagegen IK das Bild der verticalstehenden Linie ML ist, so wird IK als vertical stehend betrachtet, mit der wahren Höhe ML eines vertical stehenden Objects gehört die perspectivische Höhe IK zusammen, und IK ist auf CE senkrecht. (8. §.)

11. §.

Die Horizontallinie des Auges RH läuft durch den Augenpunct mit der Grundlinie CE der Tafel CD oder des Horizonts AB parallel, und das Bild I eines jeden Puncts M im Horizont AB liegt auf der Tafel zwischen diesen Parallellinien CE und RH, in der graden Linie NR zwischen dem Augenpunct R und demjenigen Punct N in der Grundlinie CE, worin dieselbe von der aus M darauf senkrecht fallenden Linie MN geschnitten wird. Dieserwegen heißt die Horizontallinie RH des Auges auch die Gränzlinie des Horizonts AB, weil das Bild eines solchen Puncts, der in AB liegt, nie jenseits RH seine Stelle haben kann. 28 Fig.

Die Stelle des Puncts M hinter der Tafel ist gegeben, wenn die Entfernung desselben von der Verticalfläche des Auges TN = Δ, und seine Entfernung NM = δ von der Tafel oder seine senkrechte Ver-

tiefung hinter der Tafel gegeben ist. Wenn ferner auf der Tafel der Augenpunct R, worin die Horizontallinie RH und Verticallinie RT des Auges einander schneiden, und überdem die Höhe des Auges RT = *a* gegeben ist; so kann man die Grundlinie des Horizonts worin M liegt, mit RH durch T parallel ziehen. Alsdenn ist zugleich durch die Entfernung TN = Δ der Punct N in der Grundlinie gegeben, durch welchen die mit NM zusammengehörige perspectivische Vertiefung NI läuft, und die Lage dieser perspectivischen Vertiefung ebenfalls, weil sie in den Augenpunct laufen muß. Um also die Stelle des Bildes I auf der Tafel zu finden, wird nur noch erfodert, daß man die perspectivische Vertiefung NI finden könne: diese aber wird ausser der Entfernung NM = δ des Puncts M von der Tafel auch noch durch die Entfernung OR = D des Auges von der Tafel bestimmt. Im folgenden sollen nun allemahl die Buchstaben D, *a*, Δ, δ, die hier angezeigte Bedeutung behalten.

12. §.

28 Fig. Die Entfernung *D* des Auges von der Tafel ist gegeben, und die senkrechte Vertiefung *NM* = δ des Puncts *M* im Horizont *AB*: man soll die dazu gehörige perspectivische Vertiefung *NI* finden.

Aufl. Weil OM und RN einander in I schneiden und zwischen den Parallellinien OR, NM, liegen; so sind die Dreyecke MNI und ORI einander ähnlich: mithin hat man OR : MN = RI : NI, also auch OR + MN : MN = RI + NI : NI, oder D + δ : δ = RN : NI. Im rechtwinklichten Dreyeck RTN

aber

aber ist $RN = \sqrt{(TR^2 + TN^2)} = \sqrt{(a^2 + \Delta^2)}$ gegeben, also findet man $NI = \frac{\delta}{D+\delta} : NR.$

Durch NI ist in der Gesichtslinie NR die Stelle des Bildes I des Puncts M gegeben: auch wird eben diese Stelle durch die Entfernung RI desselben vom Augenpunct bestimmt. Es ist nemlich $RI = NR - NI$, also $RI = NR - \frac{\delta}{D+\delta} . NR$, oder $RI = \frac{D}{D+\delta} . NR.$

Wenn man NM bis *m* verlängert, und $Mm = l$, $NR = L$ setzt, so ist $Nm = \delta + l$, und $NI = \frac{\delta . L}{D+\delta}$. Ist nun N*i* das Bild von N*m*, so hat man $Ni = \frac{(\delta + l) L}{D + \delta + l}$, also $Ii = Ni - NI = \left(\frac{\delta + l}{D + \delta + l} - \frac{\delta}{D+\delta}\right) L = \frac{D . L . l}{(D + \delta + l)(D + \delta)}$. Wenn demnach die Länge $Mm = l$ einer graden Linie im Horizont AB, welche gegen die Tafel senkrecht liegt, und die Entfernung $NM = \delta$ desjenigen Endpuncts von der Tafel, der ihr am nächsten liegt, gegeben ist; so findet man die Länge ihres Bildes $Ii = \frac{D . L . l}{(D + \delta + l)(D + \delta)}$.

13. §.

29 Fig. Auf der Tafel iſt der Augenpunct *R* mit der Horizontallinie *RH* und Verticallinie *RT* des Auges gegeben, auch iſt die Entfernung *D* und Höhe *a* des Auges bekannt. Ferner iſt die Entfernung Δ eines Puncts in der Fundamentalebene von der Verticalfläche des Auges, und ſeine Entfernung δ von der Tafel gegeben: man ſoll die Stelle ſeines Bildes auf der Tafel durch Zeichnung finden.

Aufl. Man nehme RT = *a*, und ziehe die Grundlinie CE mit der Horizontallinie RH parallel. Auf der Grundlinie nehme man TN = Δ, und ziehe die Geſichtslinie NR, ſo liegt darin das geſuchte Bild. Auf der Horizontallinie des Auges nehme man RF = D, an der andern Seite der Geſichtslinie NR aber auf der Grundlinie mache man NG = Δ, und ziehe FG; ſo iſt der Durchſchnittspunct I mit NR das geſuchte Bild.

Beweis. Die Dreyecke RFI und NGI ſind einander ähnlich; alſo hat man RF : NG = RI : NI, mithin ferner RF + NG : NG = RI + NI : NI, oder D + δ : δ = NR : NI, folglich iſt NI = $\frac{\delta}{D+\delta}$. NR die geſuchte perſpectiviſche Vertiefung.

14. §.

29 Fig. Die Puncte F und G heiſſen die Diſtanzpuncte, jener der Diſtanzpunct des Auges, dieſer des abzubildenden Puncts; NR heißt die Geſichtslinie des abzubildenden Puncts, RF, NG, die Diſtanzlinie, und FG die Durchſchnittslinie. Der

Ver-

Vertiefung NI schreibt man eben so viele vertiefte Fusse im perspectivischen Maasse zu, als NM im geometrischen Maasse lang ist: und wenn NM bey α, β, γ, in gleich grosse geometrische Fusse getheilt ist, so findet man leicht durch Zeichnung auf der Tafel die Bilder a, b, c, der Puncte α, β, γ, und theilt auf solche Art NI vertiefte perspectivische Fusse ein. Wenn nemlich die Entfernung D des Auges von der Tafel, und die Entfernung Δ der Vertiefung NM von der Verticalfläche des Auges in Fussen gegeben sind; so muß man auf der Tafel nach einem gegebenen oder willkührlich gewählten verjüngten Maaßstabe von R nach F soviele Fusse tragen als D, und von N nach G soviele Fusse, als Δ fassen soll. Demnach trage man die einzelnen Fusse dieses verjüngten Maasstabes von N nach G auf, und theile solchergestallt NG bey α, β, γ, in gleich grosse geometrische Fusse ein, ziehe die Durchschnittslinie Fα, Fβ, Fγ, so bestimmen die Durchschnittspuncte a, b, c, die Länge des ersten, zweyten, dritten, und der folgenden vertieften Fusse. 29 Fig.

Diese perspectivischen in die Tiefe laufenden Fusse fallen desto kleiner aus, je weiter die dadurch abgebildeten geometrischen Fusse hinter der Tafel von derselben entfernt sind. Man siehet leicht, daß solches der Natur der Sache gemäß sey; auch ergiebt der allgemeine Ausdruck $Ii = \frac{D \cdot L \cdot l}{(D+\delta+l)(D+\delta)}$ 12. §, daß das Bild Ii von M$m = \frac{1}{2}l$ desto kleiner ausfalle, je grösser δ angenommen wird, wenn alles übrige einerley bleibt.

15. §.

Die Länge *MP* einer graden Linie ist gegeben, die mit der Tafel parallel liegt: man soll die Länge *Ip* ihres Bildes finden.

Aufl. Es sey MN auf der Tafel senkrecht, also mit OR parallel, und die Ebene dieser Parallellinien schneide die Tafel in NR, so liegt das Bild I des Puncts M in NR. Weil ferner I*p* und MP parallel sind, (8. §.) so hat man OM : OI = MP : I*p*, und OM : OI = RN : RI, (176. §. Geom.) also auch RN : RI = MP : I*p*, und $Ip = \frac{RI}{RN} . MP.$

Es war aber $\frac{RI}{RN} = \frac{D}{D+\delta}$, (12. §.) also findet man $Ip = \frac{D}{D+\delta} . MP.$

Wenn demnach die Stelle M im Horizont AB gegeben ist, über welcher ein Object ML lothrecht steht, so wird aus der bekannten wahren Höhe ML die perspectivische Höhe $IK = \frac{D}{D+\delta} . ML$ gefunden.

16. §.

29 Fig. **Ausser den im 12. §. gegebenen Stücken ist noch die wahre Höhe α eines über dem Punct M im Horizont lothrecht stehenden Objects gegeben: man soll auf der Tafel die perspectivische Höhe durch Zeichnung finden.**

Aufl. Um zuerst das Bild I des Puncts M im Horizont nach den Regeln des 11. §. zu finden, muß man

man TN = Δ nehmen, und die Vertiefung oder Gesichtslinie NR ziehen, worin I liegt. Man hat also schon N und kann aus N über der Grundlinie CE eine andre NV senkrecht setzen. Auf dieser senkrechten Linie nehme man NV = α, ziehe RV, und IK mit NV parallel, also gleichfalls auf CE senkrecht, so ist IK die gesuchte perspectivische Höhe.

Beweis. Daß diese perspectivische Höhe auf CE senkrecht seyn müsse, ist schon bekannt. (8. §.) Ueberdem sind nun RKI und VRN ähnliche Dreyecke, also hat man RN : RI = NV : IK, oder RN : $\frac{D}{D+\delta}$. RN (12. §.) = α : IK, mithin IK = $\frac{D}{D+\delta}$. α, wie erfodert wird. (15. §.)

17. §.

Der perspectivischen Höhe IK schreibt man wiederum eben soviele perspectivische Fusse zu, als die wahre Höhe ML fasset: siie heissen hier **verkürzte** oder **verjüngte Fusse**, und sie unterscheiden sich von den vertieften Fussen dadurch, daß sie bey gleicher Entfernung der aufrecht stehenden Objecte von der Tafel, mithin auch für einerley Object insgesamt gleich groß sind, da im Gegentheil jene bey grösserer Vertiefung immer kliner ausfallen. Im Dreyeck OML ist IK mit ML parallel. Wenn also ML in gleiche Fusse getheilt ist und aus O nach allen Theilungspuncten grade Linien gezogen werden; so theilen diese auch IK in gleiche Theile. Man kann also auf der Tafel auch MV = α bey ε, ζ, η, ϑ, in gleiche Fusse theilen, und aus R bis an diese Theilungspun-

28 Fig.

29 Fig.

ete grade Linien ziehen; so wird dadurch IK bey *e*, *f*, *h*, *k*, in verkürzte perspectivische Fusse getheilt.

18. §.

28 Fig. Die Stelle K des Bildes auf der Tafel ändert sich nicht, wenn gleich der abgebildete Punct L in der graden Linie OL weiter von O wegrückt, oder sich dem Auge mehr nähert. Zwar ändern sich alsdenn die Entfernungen TN, NM, ML, des Puncts L von der Verticalfläche des Auges, von der Tafel, und von der Fundamentalebene: allein die Winkel ROg = ΓSM, und gOK oder GOL, bleiben unverändert. Demnach muß die Stelle des Bildes K auf der Tafel auch gefunden werden können, wenn beyde erwehnte Winkel gegeben sind: und das ist vornehmlich in solchen Fällen vortheilhaft, wenn L sehr weit entlegen ist, mithin die Entfernungen TN, NM, ML, sehr groß ausfallen.

Die Ebene OLMS ist eine Verticalfläche durchs Auge und den abzubildenden Punct L, die man kurz **die Verticalfläche des abzubildenden Puncts** L nennen kann. Ferner liegt ROG in der Horizontalfläche des Auges, und OG ist beyder Ebenen Durchschnittslinie. Die Verticalfläche des Auges ORTS und die Verticalfläche OLMS des Puncts L schneiden einander in OS, und ROG = TSM ist der Neigungswinkel beyder Verticalflächen des Auges und des Puncts L gegen einander: er kann **die Abweichung des Puncts *L* von der Verticalfläche des Auges** heissen. Weiter ist GOL der scheinbare Abstand des Puncts L vom Horizont des Auges, oder **die optische Höhe des Puncts *L* über dem Horizont des Auges.** (47. §. Opt.)

Wenn

Wenn die perspectivische Zeichnung eine von der Sonne erleuchtete Gegend vorstellen, und das Bild der Soune mit auf die Tafel gebracht werden soll: so stelle man sich L als den Mittelpunct der Sonne vor. Alsdenn ist eine verticale Ebene OLMS durchs Auge und den Mittelpunct der Sonne die **Verticalfläche der Sonne**, und ihr Winkel ROG mit der Verticalfläche des Auges heißt in der Astronomie **der Azimuthalwinkel der Sonne**: der Neigungswinkel GOL der vom Auge in den Mittelpunct der Sonne gezogenen Gesichtslinie OL gegen den Horizont des Auges ist die **Höhe der Sonne über dem Horizont.**

19. §.

Ausser dem Abstand *D* des Auges von der 28
Tafel sind die Abweichung des Puncts *L* von Fig.
der Verticalfläche, und seine optische Höhe über dem Horizont des Auges gegeben: man soll die Stelle des Bildes *K* auf der Tafel finden.

Aufl. Die Stelle des Bildes wird durch den Abstand R*g* von der Verticallinie, und den Abstand *g*K von der Horizontallinie des Auges bestimmt. Wenn aber ROG $= \alpha$ und GOL $= \beta$ gesetzt wird, so findet man R*g* = D tang α, O*g* = D sec α, und *g*K = O*g* . tang β, also *g*K = D sec α tang β.

Man nehme demnach auf der Tafel RO = D, 29
und RO*g* $= \alpha$, so giebt sich auf der Horizontallinie Fig.
R*g* = D tang α. Aus *g* nehme man auf der Horizontallinie *g*P = *g*O = D sec α, und mache *g*PK = β, so erhält man *g*K = D sec α tang β, und K ist das gesuchte Bild.

Das Bild I des Puncts M in der horizontalen Grundfläche lothrecht unter L rückt in der lothrechten Durchschnittslinie WK der Ebene OSML mit der Tafel desto höher hinauf nach *g*, je weiter L selbst in OL wegrückt. In dem Fall, wenn OL unendlich groß würde, müste I mit *g* zusammen fallen: es würde nun OM mit OG parallel werden, und der Winkel MOG verschwinden. Demnach ist W*g* das Bild von der ins unendliche verlängerten graden Linie WM.

20. §.

28 Fig. Die Stelle *M* eines von den beyden Endpuncten der mit der Grundlinie *CE* der Tafel im Horizont parallel laufenden graden Linie *MP*, und ihre Länge sind gegeben: man soll ihr Bild auf der Tafel zeichnen.

29 Fig. Aufl. Man suche auf der Tafel das Bild I des Anfangspuncts M nach den Regeln des 12 §., ziehe I*p* mit CE parallel, nehme auf der Grundlinie NQ von so vielen Fussen des geometrischen Maasses als die Länge der abzubildenden Linie ausmachen sollen, und ziehe RQ, so giebt sich der Durchschnittspunct *p*, und I*p* ist das verlangte Bild.

Beweis. Weil MP mit CE parallel ist, so muß das Bild I*p* ebenfalls mit CE parallel seyn, (8. §.) und das Bild muß die Länge $Ip = \frac{D}{D+\delta} . MP$ haben. (15 §.) Man hat aber in der 29 Fig. RN : RI = NQ (oder MP 28 Fig.) : I*p*, also $Ip = \frac{RI}{RN} . MP = \frac{D}{D+\delta} . MP$, (12 §.) wie erfodert wird.

21. §.

21. §.

Auch diesem Bilde werden soviele perspectivi-
sche Fusse zugeschrieben, als geometrische Fusse die
Länge der abgebildeten Linie ausmachen: das sind
alsdenn wie bey den Höhen verkürzte, übrigens
gleiche Fusse. Wenn MP in gleiche Fusse getheilt 28
ist, und von O nach allen Theilungspuncten grade Fig.
Linien gezogen werden, so theilen selbige auch Ip in
gleiche Theile. Um also Ip auf der Tafel in ver-
kürzte perspectivische Fusse zu theilen, kann man NQ 29
in geometrische Fusse theilen. Wenn alsdenn α, β, Fig.
γ, G, T, δ, die Theilungspuncte sind, und aus den-
selben grade Linien in den Augenpunct R gezogen
werden, so theilen selbige Ip in verkürzte perspecti-
sche Fusse. In gleichen Entfernungen hinter der
Tafel sind die verkürzten Fusse für die perspectivischen
Höhen und die mit der Fundamentallinie parallel lau-
fenden Linien gleich groß: es sind die geometrischen
Fusse im Verhältniß $D + \delta$ zu D verjüngt.

Der II. Abschnitt.

Die perspectivische Zeichnung solcher Figuren, die in einer auf der Tafel senkrechten Ebene liegen.

22. §.

Es sey FG eine grade Linie in der Fundamental- 30
ebene, die, wenn sie verlängert wird, die Grund- Fig.
linie XY in A trift, und FN sey auf XY senkrecht:

so

so ist NAF der Linie FG Neigungswinkel gegen die Tafel, NFA aber ihr Neigungswinkel gegen die Verticalfläche des Auges. Jener Winkel soll hinführo der Linie FG **Abweichung von der Tafel**, dieser aber ihre **Abweichung von der Verticalfläche des Auges** heissen. Durchs Auge sey OP mit FG parallel gezogen, und treffe die Ebene der Tafel in P: so ist P der Vereinigungspunct der Bilder aller mit FG parallelen Linien, (7. §.) und AP ist das Bild von AG ins unendliche verlängert. Wenn also eine in der Grundfläche mit FG parallel gezogene grade Linie CD die Grundlinie in B trift, so liegt ihr Bild in BP, und beyde Bilder laufen in P zusammen. Weil nun FG, CD, horizontal sind, und OP mit FG parallel ist; so ist OP horizontal. Ferner sey R der Augenpunct, so ist OR ebenfalls horizontal; folglich liegt die Ebene OPR horizontal, ihre Durchschnittslinie RP mit der Tafel ist die Horizontallinie des Auges, (5. §.) und in dieser Horizontallinie liegt der Vereinigungspunct P der Bilder aller mit FG parallelen Linien.

23. §.

Der Punct P ist für alle Parallellinien FG, CD, welche gegen die Tafel unter dem Winkel NAF $= \eta$ geneigt sind, das, was der Augenpunct R für alle Parallellinien in der Fundamentalebene war, welche auf der Tafel senkrecht sind. Die graden Linien AP, BP sind **perspectivisch parallel**, und ihr **Vereinigungspunct** P ist das Bild eines unendlich weit entlegenen Puncts in jeder graden Linie FG oder CD, welche die Fundamentallinie unter dem Winkel NAF $=$ TBC $= \eta$ schneidet. Die Stelle einer solchen graden

graden Linie, wie FG, im Horizont ist gegeben, wenn TA = f, als die Entfernung ihres Durchschnittspuncts mit der Grundlinie von der Verticalfläche, also auch von der Verticallinie RT des Auges, und ihr Neigungswinkel η gegen die Tafel gegeben ist.

24. §.

Aus der gegebenen Lage einer graden Linie *FG* in der Fundamentalebene gegen die Tafel, wenn auch ihr Durchschnittspunct *A* mit der Grundlinie gegeben ist, die Lage ihres Bildes auf der Tafel zu finden. 30 Fig.

Aufl. Das Bild geht durch A, und durch den Vereinigungspunct P der Bilder aller mit FG parallelen Linien, der in der Horizontallinie des Auges liegt. Weil nun A gegeben ist, so suche man RP als die Entfernung des Vereinigungspuncts P vom Augenpunct. Es ist aber im Dreyeck ROP die Seite OR die Entfernung des Auges von der Tafel = D, und OR ist mit NF, OP mit AF parallel, mithin der Winkel ROP = NFA = $90° - \eta$. Demnach findet man RP = OR tang ROP, oder RP = D cot η. Setzt man den Neigungswinkel NFA der graden Linie FG gegen die Verticalfläche des Auges = ϑ, so hat man auch RP = D tang ϑ. Wenn also nunmehro auf der Tafel TA = f, RP = D cot η genommen ist, so kann man AP ziehen, und die Lage des Bildes der graden Linie AG auf der Tafel ist gefunden.

Weil jedoch auf jeder Seite des Augenpuncts R auf der horizontallinie des Auges eine Entfernung = RP cot η genommen werden kann; so muß man bemer-

merken, daß RP und TA in Absicht auf die Verticallinie RT des Auges eine entgegen gesetzte Lage haben, so lange $\eta = TAF$ ein spitzer Winkel ist. Für $\eta = 90°$ wird $RP = D \cot \eta = 0$, das heißt P fällt in R, wie erfodert wird. In dem Fall aber, wenn η grösser als 90° ausfällt, wird $D \cot \eta$ negativ: das heißt man muß RP auf der andern Seite von R nehmen, also muß in Absicht auf die Verticallinie des Auges nun RP mit TA eine übereinstimmige Lage haben.

25. §.

Um auf der Tafel selbst, welche die 32 Figur besonders vorstellet, mit Vortheil zu zeichnen, wenn man nach dem 24 §. das Bild einer graden Linie von gegebener Lage perspectivisch entwerfen soll, dient folgende Vorbereitung. Durch den Augenpunct R sey schon die Horizontallinie und Verticallinie des Auges gezogen, so kann man auf der Horizontallinie an beyden Seiten von R aus die Tangenten aller Winkel von 0° bis 90° für den Halbmesser OR = D auftragen. In solcher Absicht nemlich nehme man auf der Verticallinie RT des Auges RO = D, beschreibe aus dem Mittelpunct O mit dem Halbmesser OR einen Halbkreis, und theile ihn in seine Grade gehörig ein. Dabey zähle man die 90 Grade beyder Quadranten von R aus nach der Rechten und Linken herum, und ziehe die Halbmesser von O aus durch die Theilungspuncte bis an die Horizontallinie, so geben sich auf derselben zu beyden Seiten des Puncts D die Tangenten aller Winkel von 0° bis 90° für den Halbmesser OR = D.

32 Fig.

Um nun das Bild einer graden Linie zu haben, die um 30° von der Tafel, mithin um 60° von der

Ver-

Verticalfläche des Auges abweicht, und durch A läuft, ziehe man von A aus in den 60sten Grad der Horizontallinie die grade Linie AP, so hat man das verlangte Bild gezeichnet.

26. §.

Der Winkel TAP = ζ auf der Tafel ist das 30
Bild des Winkels TAG = η in der horizontalen Fig.
Grundfläche. Hat man die Horizontallinie im Verhältniß der Tangenten in ihre Grade gehörig eingetheilet; so liegen zwischen den Schenkeln des Winkels 32
TAP von P aus ins unendliche fort soviele Grade, als Fig.
der durch TAP abzubildete Winkel fasset, welches in der 32 Figur 30 Grade sind. Eben so bildet TAΠ einen stumpfen Winkel von 120 Graden ab: von Π angerechnet liegen über R und P hinaus so viele Grade auf der Horizontallinie, als der durch TAΠ abgebildete Winkel fasset. Demnach vertritt die solchergestalt eingetheilte Horizontallinie für alle perspectivisch gezeichnete Winkel die Stelle des Transporteurs, wenn der eine Schenkel eines solchen Winkels in der Grundlinie der Tafel liegt.

27. §.

Das Bild eines gradlinichten Dreyecks *ABF*, 31 u.
dessen Grundlinie *AB* in der Fundamentallinie liegt, und dessen Winkel gegeben sind, 32
Fig.
auf der Tafel zu zeichnen.

Aufl. Man nehme P in der Horizontallinie des Auges so an, daß von P über W ins unendliche hinaus soviele Grade liegen, als der Winkel BAF fassen soll, und ziehe AP, so ist AP das Bild von AF unbestimmt verlängert. Weiter nehme man *p* in der Horizontallinie so an, daß von *p* über Z hinaus soviele

soviele Grade liegen, als der Winkel ABF fassen soll, und ziehe B*p*, so ist B*p* das Bild von BF unbestimmt verlängert. Das Bild der Spitze F muß in beyden graden Linien AP und B*p* zugleich, also in *f* liegen, da wo AP und B*p* einander schneiden: also ist AB*f* das Bild des Dreyecks ABF.

Weil die Zahl aller Grade auf der Horizontallinie zusammen 180 beträgt, und die drey Winkel des Dreyecks ABF zusammen eben soviele Grade ausmachen; so erhellet, daß zwischen *f*P und *fp* soviele Grade liegen müssen, als der Winkel AFB fasset, der durch A*f*B abgebildet wird. Demnach vertritt die in Grade eingetheilte Horizontallinie für die perspectivisch gezeichneten Winkel aufs vollkommenste die Stelle des Transporteurs. Ist *f* die Spitze eines solchen Winkels *afb*, so hat man sogleich die Grösse des dadurch abgebildeten Winkels in Graden, wenn man seine Schenkel *fa*, *fb* bis an die Horizontallinie nach P und *p* verlängert, und nachzählt, wieviele Grade auf der Horizontallinie zwischen den Schenkeln dieses Winkels liegen. Diese Schenkel treffen verlängert allemahl auch die Grundlinie, wie *fa* und *fb* in A und B: alsdenn ist AB*f* das Bild eines Dreyecks über der Grundlinie AB, und so siehet man gleich, daß der durch A*f*B oder *afb* abgebildete Winkel soviele Grade fasse, als auf der Horizontallinie zwischen seinen Schenkeln liegen. Wenn demnach die Stelle seiner Spitze und die Lage des einen Schenkels auf der Tafel schon gegeben ist, so kann man leicht den andern Schenkel ziehen, wenn die Zahl seiner Grade gegeben ist.

28. §.

28. §.

Auf der Tafel ist Af das Bild von AF und f das Bild von F. Wenn ferner NF auf der Grundlinie senkrecht ist, so ist Nf das Bild von NF. Wie man nun Nf auf der Tafel, die man sich durchsichtig vorstellt, als eine horizontal liegende Linie betrachten muß; so muß man sich auch an die Vorstellung gewöhnen, dergleichen Bilder horizontal liegender Linien, wie Af als horizontal liegend zu betrachten. In einem ähnlichen Sinn, wie NF die senkrechte Vertiefung des Puncts F hinter der Tafel hieß, kann AF die schiefe unter dem Winkel η gegen die Tafel geneigte Vertiefung und das Bild Af die damit zusammen gehörige schiefe perspectivische Vertiefung des Puncts F heissen.

29. §.

Aus dem bekannten schiefen Abstande des Puncts F im Horizont von der Fundamentallinie die dazu gehörige schiefe Vertiefung des Bildes f zu finden. 31 Fig.

Aufl. Weil $ROP = AFN = 90° - \eta$ war, (24. §.) so ist OP, als der Abstand des Auges vom Vereinigungspunct der Bilder aller mit AF parallelen Linien, $= D \operatorname{cosec} \eta$, und weil die Dreyecke OPf und BFf einander ähnlich sind; so hat man $OP : AF = Pf : Af$, also auch $OP + AF : AF = Pf + Af : Af$, oder $D \operatorname{cosec} \eta + AF : AF = AP : Af$, mithin 31 Fig.

$$Af = \frac{AF \cdot AP}{D \operatorname{cosec} \eta + AF}.$$

Durch Zeichnung auf der Tafel wird demnach Af so gefunden. Weil der Punct A in der Grundlinie und der Winkel $TAF = \eta$ gegeben seyn müssen, 32 Fig.

so ziehe man AP nach Vorschrift des 24. §. Alsdenn liegen zwischen R und P auf der Horizontallinie des Auges soviele Grade, als ein Winkel $= 90 - \eta$ fasset, und wenn RO nach Vorschrift des 25. §. $=$ D genommen ist, so hat man $OP = D \operatorname{cosec} \eta$. Also trage man OP aus P nach Δ, und nehme auf der Grundlinie AC von sovielen Fussen, als die Länge der abzubildenden Vertiefung ausmachen, ziehe hiernächst die Durchschnittslinie ΔC, so schneidet selbige die gesuchte perspectivische Vertiefung Af auf AP ab.

Es ist nemlich $P\Delta : AC = Pf : Af$, und $P\Delta + AC : AC = Pf + Af : Af$. Weil nun AC soviele Fusse lang genommen ist, als die abzubildende Vertiefung AF hinter der Tafel fassen soll; so ist $D \operatorname{cosec} \eta + AF : AF = AP : Af$, und $Af = \frac{AF \cdot AP}{D \operatorname{cosec} \eta + AF}$.

30. §.

Der Punct P ist für die Bilder aller unter dem Winkel η geneigten Parallellinien, was der Augenpunct R für die auf der Tafel senkrechten Linien war, und die Zeichnung der schrägen Vertiefung bleibt der im 13. §. gewiesenen Zeichnung der senkrechten Vertiefung völlig ähnlich. Statt der senkrechten Distanz des Auges von der Tafel wird nun der Abstand des Auges von dem Vereinigungspunct P gebraucht. Demnach kann man auch Af auf völlig ähnliche Art in vertiefte Fusse theilen, wie man sich im 14. §. bey Eintheilung der senkrechten perspectivischen Vertiefungen verhielte. Nachdem nemlich AC in geometrische Fusse getheilt ist, ziehet man aus Δ Durchschnittslinien nach den Theilungspuncten in AC, so theilen selbige Af in vertiefte Fusse.

Weil

Weil Af das Bild einer graden Linie ist, die im geometrischen Maasse so lang als AC ist, so ist ACf das Bild eines gleichschenklichten Dreyecks, und ACf, AfC, sind perspectivische Winkel, die gleichviele Grade fassen. Wird der durch TAf abgebildete Winkel $= \eta$ gesetzt, so ist jeder von den Winkeln, die ACf, AfC, abbilden, $= 90° - \frac{1}{2}\eta$, mithin müssen auf der Horizontallinie zwischen P und Δ so viele Grade liegen, als ein Winkel fasset, der den halben Neigungswinkel TAF zu 90° ergänzet. Aber RP ist das Maaß eines Winkels $= 90° - \eta$, also muß $R\Delta = P\Delta - PR$ das Maaß eines Winkels seyn, der $= 90° - \frac{1}{2}\eta - (90° - \eta)$ ist, oder eines Winkels $= \frac{1}{2}\eta$.

Der Punct Δ ist der Distanzpunct des Auges für diejenigen Parallellinien, deren Bilder in P zusammen laufen, in einem ähnlichen Sinn, wie es im 14. §. F für die auf der Grundlinie der Tafel senkrechten Linien war. Für diese leztern fällt der Distanzpunct des Auges in den 45sten Grad der Horizontallinie, und in der 32 Figur ist es der Punct D.

31. §.

Wenn man die Fundamentallinie auf der Tafel ein für allemahl in gleiche Theile eintheilet, wie man sonst einen verjüngten Maaßstab einzutheilen gewohnt ist, und die gleichen Theile derselben nach Beschaffenheit der Umstände Ruthen, Fusse, was man will, bedeuten lässet, so dient die solchergestalt eingetheilte Grundlinie zugleich als Maaßstab, um den perspectivischen Bildern grader Linien, die im Horizont eine Lage, welche man will, haben sollen, ihre gehörige Länge zu geben, oder auch solche, die auf der Tafel

schon gezeichnet sind, zu messen. Will man wissen, wie lang die durch *fa* abgebildete grade Linie sey, so verlängere man sie bis an die Horizontallinie in P, nehme PΔ = OP, und ziehe Δ*f*, Δ*a*, bis an die Grundlinie nach C und H. Soviele Fusse oder Ruthen alsdenn auf der Grundlinie sich von C nach H erstrecken, die man zählen kann, wenn die Grundlinie gehörig eingetheilt ist, soviele Fusse oder Ruthen ist diejenige Linie lang, welche *fa* abbildet. Man kann demnach auf einer Linie, die auf der Tafel, wie *fa* schon gezeichnet ist, eben so jedes Stück abschneiden, wenn die Länge derjenigen Linie im Horizont, die das abzuschneidende Stück abbilden soll, in Ruthen oder Fussen gegeben ist.

32. §.

Wer nun eine perspectivische Zeichnung entwerfen will, der muß den bisherigen Lehren gemäß auf der Tafel den Augenpunct mit der Lage der Horizontallinie und Verticallinie des Auges als gegeben annehmen. Ferner muß der Abstand des Auges D von der Tafel als gegeben angenommen seyn. Dieser dient alsdenn, die Horizontallinie gehörig in Grade einzutheilen, damit sie die Stelle des Winkelmessers vertrete. Um hiernächst jeder graden Linie im Horizont ihre gehörige Länge geben zu können, wird die Grundlinie nach eben dem verjüngten Maaß in gleiche Ruthen oder Fusse getheilt, in welchem der Abstand des Auges RO = D gemessen ist. Uebrigens kann man von dem perspectivischen Grundriß einer horizontal liegenden Figur eben so reden, als wenn es ein geometrischer Grundriß wäre: man kann den perspectivischen Winkeln eben die Zahl der Grade

zu-

zuschreiben, welche die dadurch abgebildeten Winkel fassen, die der perspectivische Winkelmesser, oder die im Verhältniß der Tangenten eingetheilte Horizontallinie unmittelbar anzeigt. Den perspectivischen Linien kann man eben die Länge in Ruthen oder Fussen ausgedruckt beylegen, welche die dadurch abgebildeten Linien haben, und ihre Länge kann man auf der in gleiche Theile eingetheilten Grundlinie unmittelbar messen.

33. §.

Es fehlt gar nicht, daß derjenige, welcher sich die bisherigen Lehren recht bekannt und geläufig gemacht hat, nicht mit ungemein leichter Mühe jede horizontal liegende gradlinichte Figur auf der Tafel perspectivisch zeichnen könne, wenn alle ihre Seitenlinien und Winkel gegeben sind, auch überdem die Entfernung nur eines ihrer Winkelpuncte von der Tafel und von der Verticalfläche des Auges, nebst der Lage einer durch diesen Punct laufenden Seitenlinie gegen die Tafel oder die Verticalfläche des Auges. Wer in der Geometrie geübt ist, weiß, daß jede gradlinichte Figur durch Diagonallinien in Dreyecke getheilt werden könne; daß aus den Seiten und Winkeln der Figur auch die Diagonallinien nebst den Winkeln, welche die Diagonallinien unter sich und mit den Seitenlinien der Figur einschliessen, gefunden werden können; daß hinwiederum jede gradlinichte Figur sich aus Dreyecken zusammen setzen lasse, mithin die ganze Figur, wenn nur eine Seitenlinie gegeben ist, allein vermittelst der Winkel gezeichnet werden könne, welche die Seitenlinien unter sich und mit den Diagonallinien einschliessen. Demnach kann man das Bild der Figur auf der Tafel eben so leicht

zeichnen, als wenn man den geometriſchen Grundriß der Figur ſelbſt zeichnen ſollte. Bevor man darin recht geübt iſt, hat es ſeine Vortheile, wenn man zuerſt den geometriſchen Grundriß der Figur für ſich allein auf einem beſondern Blatte in der rechten Lage gegen zwey grade Linien zeichnet, die einander ſenkrecht ſchneiden, wovon eine die **Grundlinie der Tafel**, die andre die **Grundlinie der Verticalfläche des Auges**, und ihr Durchſchnittspunct den **Fußpunct** auf der Tafel vorſtellet.

34. §.

Selbſt krummlinichte Figuren, dergleichen die Kreiſe und Kreisſtücke ſind, laſſen ſich den vorgetragenen Gründen gemäß perſpectiviſch zeichnen: man muß nämlich die Bilder ſovieler einander ſehr nahe liegender Puncte im Umfang der krummlinichten Figur ſuchen, damit man hiernächſt auf der Tafel durch alle ſo gefundenen Puncte den Umfang des Bildes der Figur hindurch führen kann. Die Bilder dieſer Puncte im Umfang der krummen Linie können aus ihren Entfernungen von den Grundlinien der Tafel und der Verticalfläche des Auges gefunden werden, die man um deswillen im geometriſchen Grundriß ausdrücken muß: ein geübter Zeichner verfällt dabey aber leicht von ſelbſt auf allerley Vortheile, welche die Sache erleichtern. Für den Kreis kann man zuerſt auf der Tafel das Bild ſeines Mittelpuncts ſuchen, und hiernächſt die Bilder ſo vieler Durchmeſſer als man will, die ſich insgeſammt unter gleichen Winkeln ſchneiden: durch die Endpuncte dieſer abgebildeten Durchmeſſer läßt ſich alsdenn das Bild des Kreiſes zeichnen.

Auch

Auch bey der perspectivischen Abbildung der gradlinichten Figuren kann es oft die Mühe erleichtern, wenn man zuerst das Bild eines solchen Puncts sucht, dessen Stelle innerhalb der Fläche der Figur bekannt ist, und hiernächst die Bilder der Entfernungen aller ihrer Winkelpuncte von jenem zuerst abgebildeten Punct. Sollte man ein reguläres Polygon perspectivisch zeichnen, so könnte man dieser Maxime gemäß zuerst für den Mittelpunct desselben das dazu gehörige Bild suchen, und hiernächst die Bilder aller Halbmesser, die vom Mittelpunct nach den Winkelpuncten laufen.

35. §.

Diesen Gründen gemäß bedarf es keiner weitläuftigen Beschreibung dessen, wie in der 33 Figur rechter Hand der Verticalfläche des Auges der Kreis, und in demselben das reguläre Achteck perspectivisch sind gezeichnet worden. Der zu beyden gehörige Mittelpunct *c* ist 10 Fuß weit von der Verticalfläche des Auges, und 5 Fuß weit von der Tafel entfernt: der Halbmesser *ca* beträgt 5 Fuß, und der Kreis berührt die Grundlinie der Tafel. Wie nun der auf der Grundlinie der Tafel senkrechte Halbmesser *ca* in den Augenpunct R laufen muß, so werden von *a*R leicht 5 Fuß von *a* nach *c*, und andre 5 Fuß von *c* nach *g* abgeschnitten, vermittelst der in D zusammen laufenden Durchschnittslinien. Von *a* ab nimmt man zu beyden Seiten auf der Grundlinie 5 Fuß, und zieht nach R die Gesichtslinien, welche den mit der Tafel parallelen Durchmesser *ei* geben. Weiter kann man nun um *c* herum leicht die Centriwinkel zeichnen, die für das Achteck 45 Grade betragen, und auf ihren 33 Fig.

Schenkeln von *c* nach *b*, *f*, *h*, *k*, allemahl 5 Fuß abschneiden. Die in *m* zusammen laufenden Durchschnittslinien geben *cb* und *ch*; die in *n* zusammen laufenden Durchschnittslinien eben so *cf* und *ck*. Hiemit hat man zugleich acht Puncte, die in der Peripherie des Kreises liegen, und man kann so viele dergleichen Puncte suchen, als man nöthig findet, um hiernächst die Peripherie des Kreises durch diese Puncte durchzuführen.

36. §.

Die Voraussetzung, daß die Ebene, worauf dergleichen abzubildende Figuren befindlich sind, horizontal seyn solle, ist bisher nur deswegen angenommen worden, um den Vortrag der ersten Gründe dieser Wissenschaft desto mehr zu erleichtern, an sich aber liegt bey den bisherigen Schlüssen nichts zum Grunde, was die Sache darauf einschränkte, daß die Ebene der abzubildenden Figuren horizontal seyn müsse. Alles kommt auf den Umstand an, daß diese Ebene der abzubildenden Figuren auf der Tafel
33 senkrecht angenommen ist. Es sey nemlich R der
Fig. Augenpunct, RH die Gränzlinie einer wirklich horizontal liegenden Ebene, und AT die dazu gehörige Grundlinie. Eine andre Ebene, welche das Auge aus eben der Stelle zugleich mit übersehen kann, sey auf der Tafel ebenfalls senkrecht, und schneide selbige in der graden Linie VW: so hat diese Ebene mit dem Horizont einerley Augenpunct R. Durch diesen Augenpunct R sey XY mit VW parallel gezogen: so muß alles, was auf der erwehnten Ebene abzubilden vorkommt, zwischen den Parallellinien VW und XY

ent-

enthalten seyn: demnach kann VW die Grundlinie, und XY die Gränzlinie dieser Ebene heissen.

37. §.

Alle dergleichen Ebenen, die auf der Tafel senkrecht sind, haben einerley Augenpunct R, wenn man voraussetzt, daß das Auge sie alle zugleich aus einerley Stelle betrachte. Wenn MO und NP die Bilder zweyer graden Linien vorstellen, die in der Ebene WVXY unter sich parallel und auf der Tafel senkrecht sind; so müssen sie im Augenpunct R zusammen laufen. Wenn überdem OP mit MN parallel ist; so stellt MOPN ein in der Ebene WVXY liegendes Rechteck vor. Weil alsdenn OMN, OMT rechte Winkel sind, so ist TMN der Ebene WVXY Neigungswinkel gegen den Horizont, den sie in der graden Linie MO schneidet.

38. §

Setzt man RS auf XY senkrecht, so hat man für die zwischen der Grundlinie VW und Gränzlinie XY abzubildende Ebene die Linie des Auges: eben diese Entfernung RS beyder Parallellinien VW und XY von einander ist zugleich die Höhe des Auges über der Ebene WVXY. Die Gränzlinie XY theilt man im Verhältniß der Tangenten für den der Distanz des Auges von der Tafel gleichen Halbmesser eben so ein, wie die Gränzlinie RH des Horizonts, und auf die Grundlinie VW trägt man gleiche Ruthen oder Fusse eben so auf, wie sie auf der Grundlinie AT aufgetragen sind: so können hiernächst alle in der Ebene WVXY liegende Figuren eben so abgebildet werden, wie man diejenigen zeichnet, welche im eigentlichen Horizont liegen.

39. §.

Zwey und mehr parallele Ebenen, wenn sie die Tafel in AT, FC, senkrecht schneiden, haben einerley Gränzlinie, ihre Grundlinien AT, FC, sind parallel, und mit denselben läuft die Gränzlinie durch den Augenpunct R parallel. Wenn ferner AC die Durchschnittslinie der Tafel mit einer solchen Ebene vorstellt, die beydes zugleich vertical und auf der Tafel senkrecht ist, so ist AC vertical, und mit der Linie des Auges R′Γ parallel. Wie nun AC dieser Ebene Grundlinie ist; so fällt ihre Gränzlinie mit der Linie des Auges R′Γ zusammen. In der 33sten Figur sind EABZ und FCKG die Bilder zweyer horizontalen Rechtecke, wovon das eine um die Höhe AC höher als das andre liegt. Die Seitenlinien AE, CF, liegen in der Tafel, und AB, EZ, CK, FG, laufen in den Augenpunct. In der Ebene des Rechtecks EABZ ist noch ein andres *eabz* gezeichnet, das mit der Winkelspitze *a* an die Tafel stösst, und die Seitenlinien *ae*, *bz*, sind gegen die Tafel unter dem Winkel von 60 Graden geneigt. Eben so ist in der darüber liegenden Ebene FCKG auch das Rechteck *fckg* gezeichnet, dessen Winkelspitze *c* in der Tafel liegt.

40. §.

Das Bild einer ebenen Figur, die mit der Tafel parallel liegt, ist der Figur selbst ähnlich: denn es ist die Durchschnittsfigur der optischen Strahlenpyramide, wozu die abzubildende Figur als eine Grundfläche gehört, und die schneidende Ebene ist die mit dieser Grundfläche parallele Tafel. Demnach folgt dieser Satz aus dem 326sten und 341. §. der Geometrie. Wenn also die Figur gradlinicht, und

um

um den Abstand δ von der Tafel entfernt ist; so ist das Verhältniß eines jeden Paars gleichnahmiger Seiten oder Diagonallinien der Figur und des Bildes $= D + \delta : D$. Auch ist eben dies das Verhältniß der Halbmesser der abzubildenden Figur und des Bildes, wenn jene ein Kreis ist. Diesemnach sind die perspectivischen Ruthen oder Fusse auf den Bildern aller Figuren, die in einer mit der Tafel parallelen Ebene liegen, gleich groß, und der Maaßstab dazu ist der Maaßstab des geometrischen Grundrisses in dem Verhältniß $D + \delta : D$ verjüngt. In eben diesem Verhältniß verjüngt sich der Maasstab zu den perspectivischen Höhen, (15-17 §.) weil die lothrechten Höhen mit der verticalstehenden Tafel parallel sind.

41. §.

Diesem bisher vorgetragenen Gründen gemäß kann man schon die bekanntesten Arten der geometrischen Körper sehr leicht in solchen Lagen zeichnen, in den sie wenigstens einige ebene auf der Tafel oder dem Horizont senkrechte, oder damit parallele Seitenflächen haben. Dabey kommen die zwey Fälle vor, daß man entweder annimmt, das Auge betrachte den Körper von aussen, oder es befinde sich im innern hohlen Raum desselben, und betrachte die Seitenflächen desselben, die ihn umgeben, wie wenn der innere Raum eines Zimmers perspectivisch abgebildet werden sollte. Gewöhnlich wird alsdenn die Maxime beobachtet, daß man nur diejenigen Seitenflächen in die Zeichnung bringt, welche das Auge auf einmahl übersehen kann. Betrachtet das Auge den Körper von aussen, so zeichnet man nur die dem Auge zugekehrten Seitenflächen, es wäre denn, daß man den Körper als durchsichtig vorstellen wollte. In der 33 Figur ist

AEFC

AEFCGKBZ ein rechtwinklichtes Parallelepipedum, wovon die Seitenfläche AEFC in der Tafel liegt. Demnach sind die Seitenlinien AB, CK, FG, EZ, auf der Tafel senkrecht, und laufen in den Augenpunct: aber BZ, GK, sind mit der Tafel, also mit ihrer Grundlinie parallel.

Auf der andern Seite der Ebene des Auges ist *abkcefgz* ein rechtwinklichtes Parallelepipedum, dessen Seitenlinie *ac* in der Tafel liegt, und dessen Seitenfläche *acfc* gegen die Tafel unter dem Winkel T*ae* von 60 Graden geneigt ist. Alle mit *ae* parallele Seitenlinien müssen also in dem 30sten Grade der Horizontallinie zusammen laufen, und die mit *ab* parallelen Seitenlinien auf der andern Seite des Augenpuncts im 60sten Grade. Nachdem man also den Seitenlinien *ae*, *ab* die gehörige Länge den Regeln des 29. §. gemäß gegeben hat, wird die übrige Zeichnung leicht bewerkstelliget.

42. §.

Betrachtet das Auge den innern Raum eines Zimmers, so wäre es unnatürlich, mehr in die Zeichnung zu bringen, als das Auge auf einmahl übersehen kann. Man stellet alsdenn die Sache so vor, als wenn eine von den vier Wänden des Zimmers weggenommen wäre, damit das Auge von aussen hinein sehen, und auf solche Art die drey übrigen Wände, den Fußboden und die Decke des Zimmers betrachten könne. Die 36 Figur stellet ein solches Zimmer perspectivisch vor, die Breite der vordern weggenommenen Wand, an deren Statt ADCB die durchsichtige Tafel vorstellt, beträgt 18 Fuß, die Länge des Zimmers läuft 21 Fuß in die Tiefe, und es ist $10\frac{1}{2}$

Fuß

Fuß hoch. Die Höhe des Auges über der Ebene des Bodens ist von $5\frac{1}{4}$ Fuß angenommen, und des Auges Abstand von der Tafel 12 Fuß: AEHB, DFGC, sind der Fußboden und die Decke des Zimmers, BHGC, AEFD, die beyden Seitenwände zur Rechten und Linken, EFGH ist die hintere mit der Tafel parallele Wand. Die beyden Seitenwände, der Fußboden und die Decke sind auf der Tafel senkrechte Rechtecke, wovon die auf der Tafel senkrechten Seitenlinien in den Augenpunct R laufen. Das Auge steht in der Mitte zwischen den Ebenen der beyden Seitenwände, 9 Fuß von jeder entfernt. Wie man die Vertiefungen AE, BH, von 21 Fuß, und ihre nöthigen Eintheilungen in Fusse vermittelst der in *p* oder *q* zusammenlauffenden Durchschnittslinien findet, lehrt der 14. §. Der Fußboden und die Decke des Zimmers haben einerley Gränzlinie *pq*, und die Gränzlinie beyder Seitenwände ist RT. (39. §.) Wenn demnach der Fußboden getäfelt wäre, oder an der Decke des Zimmers Figuren befindlich wären, so würde man sie nach den bisher vorgetragenen Regeln darauf zeichnen können. Die Fenster- und Thüröfnungen an den Wänden zeichnet man eben so leicht: wenn es Rechtecke sind, so müssen die horizontalen Seitenlinien derer die auf den Seitenwänden befindlich sind, wie LM, NO, in den Augenpunct laufen, die verticalen Seitenlinien LN, MO, sind auf der Grundlinie AB senkrecht. Was auf der hintern Wand abzubilden vorkommt, wie die Thüröffnung VWXY, das wird gezeichnet, als wenn es ein geometrischer Grundriß wäre, und man hat auf EH den Maaßstab dazu, wenn man aus allen Theilungspuncten der Grundlinie AB grade Linien in den Augenpunct ziehet.

43. §.

43. §.

Damit alles desto natürlicher aussehe, muß man die Decke der Wand oder der Mauer bey Zeichnung der Fensteröfnungen mit ausdrücken, weil die Fensteröfnung sich dem Auge so darstellet, als wenn ein körperliches Stück, das die Gestalt eines rechtwinklichten Parallelepipedi, oder sonst auch eines andern eckigten Körpers hat, aus der Wand heraus geschnitten wäre. Demnach nehme man AI und BK der Dicke der Mauer gleich, so sind die Rechtecke AIZD, KBCS, Durchschnitte der Tafel mit der Mauer. Wenn ferner A*a* = I*b* der Höhe der Fensterbrüstungen gleich genommen wird, so ist das Dreyeck *ab*R das Bild der Durchschnittsfigur der Wand mit einer horizontalen Ebene in der Höhe der Fensterbrüstung. Eben so nimmt man *bd* = *ac* der Höhe der Fensteröfnungen gleich, und ziehet *c*R, *d*R, so ist auch *cd*R das Bild eines horizontalen Schnitts der Wand. Wenn nun MP und L*l* horizontal gezogen werden, so ist das Viereck PML*l* das Bild der höchsten Fläche der Brüstung, wovon aber der hier nur punctirte Theil durch die hervorragende Ecke der Wand dem Ange entzogen wird. Oben hat es mit dem Viereck NOQ*n* eine ähnliche Bewandniß. Das Rechteck NL*ln* sieht das Auge gar nicht, nur das gegen über liegende OMPQ ist ganz sichtbar.

44. §.

In der 39 Figur stellet ABC*abcd* ein Haus vor, wovon die Giebelwand in der Ebene der Tafel liegt, die Wand B*bc*C aber auf der Tafel senkrecht ist. Bis ans Dach ist dasselbe ein rechtwinklichtes Parallelepipedum, wie AEFCGKBZ in der 33 Figur war,

und

und wird eben so gezeichnet, die Dachfläche *abcd* ist eine gegen den Horizont geneigte und auf der Tafel senkrechte Ebene, wie NMOP, TNPQ in der 33sten Figur waren. Was auf der Giebelwand AB*ba* vorkommt, wird wie ein geometrischer Grundriß gezeichnet. Was von den Seitenlinien der rechteckigten Fensteröfnungen, der Schornsteine, auch zum Theil der Dachfenster auf der Tafel senkrecht ist, läuft alles in den Augenpunct, und man kann aus Betrachtung der Figur leicht abnehmen, wie sich die Stellen aller Winkelpuncte dieser Oefnungen in den Wänden und der Dachfläche aus den bekannten Abmessungen des Hauses finden lassen. Weiter unten (im 64. §.) wird noch etwas zur mehrern Erläuterung vorkommen.

Das Haus GEF*gefh* stößt mit der Ecklinie E*e* an die Tafel, und die vordere Wand EG*ge* ist gegen die Tafel unter einem Winkel von 60 Graden geneigt. Die viereckten Fensteröfnungen auf dieser Wand haben keine andre als verticale und horizontale Seitenlinien, letztere also müssen in dem 30sten Grade der Horizontallinie zusammen laufen. Die Grundlinie der Giebelwand, und alles, was mit ihr parallel ist, läuft auf der andern Seite des Augenpuncts in den 60sten Grad der Horizontallinie. Die Dachfläche *efgh* ist zwar schon beydes gegen den Horizont und gegen die Tafel geneigt: weil jedoch *fh* mit *eg* parallel ist, so muß auch *fh* mit *eg* und EG in einerley Vereinigungspunct zusammen laufen. Die parallelen Seitenlinien *ef*, *gh*, des Dachs haben ebenfalls einen Vereinigungspunct, (7. §.) und wie derselbe gefunden werde, dazu wird nun die nähere Anleitung folgen.

Der

Der III. Abschnitt.

Die Gründe der perspectivischen Zeichnung solcher Figuren, die in einer gegen die Tafel geneigten Ebene liegen.

45. §.

34 Fig. Die Ebene AB sey gegen die Tafel CDXS unter einem spitzen Winkel ψ geneigt, das Auge stehe in O, und es sey OR auf der Tafel, OG aber auf der Ebene AB senkrecht: so ist R der Augenpunct, OR = D der Abstand des Auges von der Tafel, OG die Höhe des Auges über der Ebene AB. Ferner ist GOR die Ebene des Neigungswinkels ψ, weil sie auf der Tafel und der Ebene AB zugleich senkrecht ist. (286. 289. §. Geom.) Die Durchschnittslinie CD der Tafel mit der Ebene AB heisse hier die Grundlinie der Ebene AB: wenn diese von der Ebene GOR in *t* geschnitten wird, so sind *t*R, *t*G, der Neigungsebene GOR Durchschnitte mit der Tafel und der Ebene AB, und G*t* nach H verlängert giebt den Neigungswinkel R*t*H = ψ = GOR.

46. §.

Die Ebene GOR heisse hier die Ebene des Auges: sie ist die Verticalfläche des Auges, wenn AB horizontal liegt, und *t*H ist ihre Grundlinie. Das Bild *h* eines jeden Puncts H der graden Linie *t*H liegt in *t*R, und *th* wächst mit *t*H. Wenn sich H von *t* über alle Gränzen entfernt, so wird OH mit

*t*H

tH parallel, und das Bild h fällt in r, dahin wo die durchs Auge O mit tH parallel gezogene grade Linie Or die Tafel trift. Es sey EF eine andre auf CD senkrechte grade Linie in der Ebene AB, die von der Ebene des Auges um den Abstand $tE = \Delta$ entfernt ist, so ist EF mit tH und Or parallel. Wenn alsdenn EF die Tafel in f durchbort, so liegen E, f, r, in grader Linie, weil alle drey Puncte in der Tafel, und in der Ebene der Parallellinien Or, EF, mithin in beyder Ebenen Durchschnitt liegen. Der Punct f ist das Bild von F, und wenn EF unendlich groß wird, so fällt f in r. Demnach ist r der Vereinigungspunct der Bilder aller der Parallellinien in der Ebene AB, welche die Grundlinie CD senkrecht schneiden; und dieser Punct kann der zur Ebene AB gehörige Augenpunct heissen.

Alle auf der Tafel senkrechte Ebenen, die das Auge aus einerley Stelle auf einmahl übersehen kann, haben einerley Augenpunct R, (37. §.) und das ist derjenige, worin eine vom Auge auf die Tafel senkrecht gezogene grade Linie OR die Tafel trift. Dieser kann der Hauptaugenpunct heissen: er ist alsdenn verschieden von dem Augenpunct r einer andern gegen die Tafel unter dem Winkel ψ geneigten Ebene, die das Auge aus einerley Stelle mit einer oder mehrern auf der Tafel senkrechten Ebenen zugleich übersehen kann.

47. §.

Beyde Augenpuncte R und r liegen in der Ebene des Auges GOR und in der Tafel, mithin in beyder Durchschnittslinie Rt, die auf der Durchschnittslinie der Ebene AB mit der Tafel senkrecht ist. Demnach 34 Fig.

kann R*t* die zur Ebene AB gehörige Linie des Auges heissen.

Wenn auf der Tafel der Hauptaugenpunct R und die grade Linie CD gegeben ist, worin sie von der unter dem Winkel ψ dagegen geneigten Ebene geschnitten wird, so hat man die zur Ebene AB gehörige Linie des Auges, wenn man durch den Hauptaugenpunct auf CD die grade Linie R*t* senkrecht setzt. In eben dieser senkrechten Linie R*t* liegt der zur Ebene AB gehörige Augenpunct *r*, und weil $Or\mathrm{R} = \psi$ ist, so hat man zugleich die Entfernung beyder Augenpuncte $\mathrm{R}r = \mathrm{D}\cot\psi$, mithin ist zugleich der zu AB gehörige Augenpunct gegeben.

48. §.

34 Fig. Eine andre in AB liegende grade Linie KL schneide CD unter dem Winkel $\mathrm{DKL} = \varepsilon$, und LC sey auf der Grundlinie CD senkrecht, also mit *t*H parallel: so ist ε die Abweichung der graden Linie KL von der zur Ebene AB gehörigen Grundlinie CD, und $\mathrm{CLK} = 90° - \varepsilon$ ihre Abweichung von der Grundlinie *t*H der Ebene des Auges, also zugleich von der Ebene des Auges selbst, worauf CD senkrecht ist. Es würden nemlich KL und *t*H verlängert einander ebenfalls unter einem Winkel schneiden, der eben so groß wäre als $\mathrm{CLK} = 90° - \varepsilon$. Durchs Auge O sey O*p* mit KL parallel gezogen, und treffe die Tafel in *p*; so ist die Ebene *p*O*r* mit der Ebene AB parallel, und der Winkel $r\mathrm{O}p = \mathrm{CLK} = 90° - \varepsilon$, (282. 296. §. Geom.) mithin ist auch *rp* mit CD parallel. (295. §. Geom.) Wenn nun *l* das Bild von L ist, so liegen K, *l*, *p*, in grader Linie, weil alle drey Puncte in der Ebene der Tafel

und

und in der Ebene der Parallellinien KL, Op, liegen: und wenn L in der Linie KL unendlich weit hinaus rückt, so fällt *l* in *p*. Demnach ist *p* der **Vereinigungspunct** der Bilder aller in AB liegenden Parallellinien, welche die Grundlinie CD unter einerley Winkel ε schneiden, (7. §.) und dieser Vereinigungspunct liegt in der graden Linie, die durch den Augenpunct *r* der Ebene AB mit ihrer Grundlinie parallel läuft.

49. §.

Es sey also *np* durch den Augenpunct *r* der Ebene AB mit ihrer Grundlinie CD parallel: so erhellet, daß die Bilder aller ebenen Figuren, welche in der Ebene AB jenseits der Tafel liegen, zwischen den Parallellinien CD und *np* auf der Tafel ihre Stelle haben müssen. Der auf beyden Seiten unbegränzte Raum zwischen diesen Parallellinien CD, *np*, ist das Bild der unbegränzten Ebene CBD, so weit sie in Ansehung des Auges hinter der Tafel liegt. Demnach kann *np* die **perspectivische Gränzlinie** dieser Ebene heissen, so wie CD ihre **Grundlinie** hieß. 34 Fig.

Wenn die Lage einer von diesen beyden graden Linien auf der Tafel gegeben ist, so ist die Lage der andern auch gegeben: ihre Entfernung von einander *rt* aber wird durch die Höhe des Auges über der Ebene AB bestimmt. Wird die Höhe des Auges über AB $= a$ gesetzt, so ist $a = rt \cdot \sin\psi$, also $rt = a \cdot \operatorname{cosec}\psi$.

50. §.

Weil ferner die Linie des Auges *rt* auf der Grundlinie CD senkrecht ist, so ist sie auch auf der Gränz-

linie *np* und zwar im Augenpunct ſenkrecht. Wenn alſo der Hauptaugenpunct R auf der Tafel gegeben iſt, und die Gränzlinie oder Grundlinie einer unter dem Winkel ψ gegen die Tafel geneigten Ebene AB, ſo iſt auch dieſer Ebene AB Augenpunct *r* gegeben: er liegt in der Gränzlinie da, wo eine vom Hauptaugenpunct R darauf ſenkrecht herab gelaſſene grade Linie die Gränzlinie trift. Wäre die Grundlinie CD nicht die Gränzlinie gegeben, ſo wäre die aus R auf CD ſenkrecht gezogene grade Linie R*t* die Linie des Auges. Auf derſelben kann man $Rr = D \cot \psi$ nehmen, (47. §.) ſo iſt *r* der zur Ebene AB gehörige Augenpunct, und wenn man *pn* durch *r* mit CD parallel ziehet, ſo iſt *pn* die Gränzlinie.

Parallele Ebenen ſchneiden die Tafel unter einerley Winkel ψ, und ihre Grundlinien ſind parallel: (295. §. Geom.) mithin haben ſie einerley Augenpunct und Gränzlinie.

Ebenen aber, die mit der Tafel parallel ſind, haben ſo wenig eine Grundlinie als Gränzlinie, ihr Augenpunct iſt vom Hauptaugenpuuct unendlich weit entfernt.

51. §.

34 Fig. Weil O*r* mit G*t*, und *np* mit CD parallel iſt, ſo ſind die Winkel O*rp*, G*t*V, gleich groß, mithin iſt O*r* auf *np* ſenkrecht, und man hat $rp = Or \cdot \text{tang } rOp$. Es war aber $rOp = CLK = 90° - \varepsilon$, und $\varepsilon = CKL$; (48. §.) alſo $rp = Or \cdot \cot \varepsilon$. Weiter iſt $Or = OR \sec ROr$, $= OR \sec (90° - \psi$ alſo $Or = D \operatorname{cosec} \psi$, und man erhält $rp = D \operatorname{cosec} \psi \cot \varepsilon$. Aus dem Abſtand $Or = D \operatorname{cosec} \psi$ des Auges vom Augenpunct der gegen die Tafel geneigten Ebene AB wird demnach der in der Gränzlinie liegende

gende Vereinigungspunct p der Bilder aller in AB liegenden gegen die Grundlinie CD unter einerley Winkel ε geneigten Parallellinien eben ſo gefunden, wie der ähnliche Vereinigungspunct der Bilder ſolcher Parallellinien gefunden wird, wenn ſie in einer Ebene liegen, die den Horizont ſenkrecht ſchneidet. (24. §.) Man theile alſo die Gränzlinie der Ebene AB auf beyden Seiten des Augenpuncts r im Verhältniß der Tangenten für den Halbmeſſer $Or = D \operatorname{cosec} \psi$ eben ſo ein, wie im 25. §. die Gränzlinie einer die Tafel ſenkrecht ſchneidenden Ebene eingetheilt ward, ſo leiſtet ſie bey Zeichnung der Bilder aller graden Linien in der gegen die Tafel geneigten Ebene AB eben die Dienſte, wie die eingetheilte Gränzlinie des Horizonts bey Zeichnung der Bilder der Figuren im Horizont auf der vertical ſtehenden Tafel. Ueberhaupt dient ſie als Winkelmeſſer für alle diejenigen Winkel auf der Tafel, die ſolche Winkel abbilden, die in der Ebene AB liegen.

52. §.

Die Länge des Bildes Kl der graden Linie KL, oder die mit KL zuſammen gehörige perſpectiviſche Vertiefung wird durch Zeichnung auf der Tafel vermittelſt der Diſtanzen $Op = D \operatorname{cosec} \psi \operatorname{cosec} \varepsilon$ und KL ſelbſt eben ſo gefunden, wie man ſich in ähnlicher Abſicht verhält bey Vertiefungen, die Bilder horizontal liegender Linien auf der vertical ſtehenden Tafel ſind. (29. §.) Weil nemlich KL und Op parallel ſind, ſo hat man $Op : KL = pl : Kl$, alſo $Op + KL : KL = pl + Kl : Kl$, oder $D \operatorname{cosec} \psi \operatorname{cosec} \varepsilon + KL : KL = Kp : Kl$, und $Kl = \frac{KL \cdot Kp}{D \operatorname{cosec} \psi \operatorname{cosec} \varepsilon + KL}$.

34 Fig. Was oben D und D cosec η war, das ist hier O. cosec $\psi = Or$, und D cosec ψ cosec $\varepsilon = Op$.
35 Fig. Man mache also auf der Gränzlinie $p\Delta =$ D cosec ψ cosec ε, nehme auf der Grundlinie von K nach P soviele Ruthen oder Fusse, als die Länge KL ausmachen sollen, und ziehe die Durchschnittslinie ΔP, so schneidet sie die mit KL zusammengehörige perspectivische Vertiefung K*l* von K*p* ab. Um bey der Zeichnung auf der Tafel hiemit desto leichter fertig zu werden, sind einige Vorbereitungen nöthig, wozu die nähere Anleitung bald weiter folgen wird.

Der IV. Abschnitt.

Die Zeichnung der perspectivischen Höhen auf einer gegen die Tafel geneigten Ebene.

53. §.

34 Fig. Eine grade Linie *LW* stehet auf der gegen die Tafel geneigten Ebene *AB* senkrecht, und in dieser Ebene *AB* ist die Stelle des Puncts *L* gegeben: man soll den Punct *S* finden, worin *LW* mit der Tafel zusammen stößt.

Aufl. Wenn LC auf CD senkrecht ist, und in der Tafel CZ ebenfalls auf CD senkrecht gesetzt wird; so ist LCZ die Ebene des Neigungswinkels ψ, (283. §. Geom.) der hier spitz angenommen wird, und LS liegt in dieser Ebene: (286. 288. §. Geom.) also müssen LW und CZ, mithin auch LW und die Tafel in einem solchen Punct S zusammen stossen, der in der

der Ebene des Neigungswinkels LCZ liegt. Alsdenn ist die Stelle des Puncts S auf der Tafel bestimmt, wenn *t*C und CS gegeben sind. Weil aber *t*C und CL, als die Entfernungen des Puncts L von der Ebene des Auges, und von der Grundlinie der Tafel gegeben sind, so ist S auf der Tafel gefunden, wenn man durch C eine grade Linie CZ auf der Grundlinie senkrecht setzt, und CS = CL . sec ψ nimmt.

54. §.

Den Vereinigungspunct der Bilder aller auf dem Horizont *AB* senkrechten Parallellinien zu finden. 34 Fig.

Aufl. Alle diese Bilder haben einerley Vereinigungspunct, und derselbe liegt da, wo eine durchs Auge O auf AB senkrecht herabgelassene Linie OG die Tafel trift; (7. §.) denn OG ist mit allen auf AB senkrechten graden Linien, wie LW, ebenfalls parallel. (279. §. Geom.) Das Bild *lw* von LW läuft durch S und liegt übrigens in der Ebene der Parallellinien OG und LS, also müssen *lw* und OG nach *l* und G hinaus verlängert irgendwo in *q* zusammen stossen. (87. §. Geom.) Eben dieser Punct *q* ist der gesuchte Vereinigungspunct, weil *lw* mithin auch *q* in der Tafel liegt. Derselbe Punct *q* liegt auch in der Ebene des Auges OG*tr*, also in ihrer Durchschnittslinie mit der Tafel oder der Linie des Auges *tr*. Im Viereck OG*t*R ist der Winkel GOR = 180° − G*t*R, also GOR = R*t*H = ψ, und man findet R*q* = D . tang ψ.

55. §.

Wenn auf der Tafel der Hauptaugenpunct R gegeben ist, und die Grundlinie CD, worin die Ebene

AB und die Tafel einander ſchneiden, ſo iſt die Lage der Linie des Auges R*t* gegeben, weil ſie auf CD ſenkrecht iſt, mithin auch in derſelben der Punct *q* in der Entfernung R*q* = D tang ψ vom Hauptaugenpunct. Die auf der Ebene AB ſenkrechten graden Linien wie LS ſind gegen die Tafel unter dem Winkel CSL = 90° − ψ geneigt: wenn alſo ψ verſchwindet, ſo iſt CSL = 90°, und wenn AB die Tafel ſenkrecht ſchneidet, ſo wird CSL = 0. Im erſten Fall hat man R*q* = 0, im letzten Fall wird R*q* unendlich groß: das heißt die Bilder der auf der Tafel ſenkrechten graden Linien laufen in den Hauptaugenpunct, und die Bilder der lothrechten Höhen ſind auf der vertical ſtehenden Tafel mit der Linie des Auges parallel, wie es dem 8 und 9 §. gemäß iſt.

56. §.

35 Fig. Die 35 Figur ſtelle die Tafel für ſich allein vor, DE ſey die Grundlinie der gegen die Tafel unter dem Winkel ψ geneigten Ebene AB (34. Fig.) und R der Hauptaugenpunct, R*t* aber auf DE ſenkrecht. Durch R ziehe man RO auf R*t* ſenkrecht und nehme RO = D. An O zeichne man den Winkel RO*r* = 90° − ψ ſo wird R*r* = D cot ψ und *r* iſt der zur Ebene AB gehörige Augenpunct. Weiter ſetze man O*q* auf O*r* ſenkrecht, ſo iſt RO*q* = ψ, alſo R*q* = D tang ψ, und *q* der Vereinigungspunct der Bilder aller der graden Linien, die auf der gegen die Tafel unter dem Winkel ψ geneigten Ebene AB ſenkrecht ſind. Wird endlich noch *tg* auf OR ſenkrecht geſetzt, ſo iſt *tg* = *rt* . ſin ψ die Höhe des Auges über der abzubildenden Ebene AB. (49. §.)

Wenn

Wenn eine von solchen auf AB senkrechten graden Linien wie LW (34 Figur) von der Ebene des Auges um den Abstand f und von der Grundlinie DE der Ebene AB um den Abstand δ entfernt ist; so nehme man $tC = f$, ziehe CS durch C auf tC senkrecht, und mache den Winkel $tCL = 90° - \psi$, also $LCS = \psi$. Ferner nehme man $Cl. = \delta$, und setze LS auf CL senkrecht; so ist $CS = \delta \sec \psi$, und S ist der Punct worin LW die Tafel trift; (44. §.) also liegt das Bild von LW in qS.

57. §.

Wenn LW die geometrische Höhe der über AB 34
aus L senkrecht aufgerichteten graden Linie ist, so ist 35
lw die perspectivische Höhe ihres Bildes. Die Fig.
Stelle des Bildes l desjenigen Puncts L von LW, der in AB liegt, oder die mit CL zusammen gehörige perspectivische Vertiefung wird dem 52. §. gemäß gefunden, wenn man Cr in den Augenpunct ziehet, dieser Gesichtslinie Durchschnittspunct mit qS ist das Bild von L.

Aus der gegebenen Höhe LW findet man $SW = \delta \tang \psi - LW$ und die Dreyecke Oqw, WSw, sind einander ähnlich. Demnach hat man $Oq : SW = qw : Sw$, also auch $Oq + SW : SW = qS : Sw$, oder $D \sec \psi + SW : SW = qS : Sw$.

58. §.

Aus der wahren Höhe LW die perspecti- 35
vische Höhe lw durch Zeichnung auf der Tafel Fig.
zu finden.

Aufl. Durch q ziehe man $q\Omega$ und durch S ebenfalls SX mit der Grundlinie CD parallel, nehme

darauf $q\Omega = qO = D \sec\psi$, und auf CS nehme man W im geometrischen Maaß so lang, als die abzubildende wahre Höhe ist, von S nach V aber trage man SV = SW. Hiernächst ziehe man die Durchschnittslinie ΩV, welche qS in w schneidet; so ist lw die gesuchte perspectivische Höhe.

Beweis. Es ist $q\Omega : SV = qw : Sw$, oder $qO : SW = qw : Sw$, wie nach dem 57. §. erfodert wird, mithin ist lw das Bild, welches verlangt ward.

Bey dieser Zeichnung ist $D \sec\psi = qO$ der Abstand des Auges von dem Vereinigungspunct q, und SV die wahre Länge der graden Linie, wovon Sw das Bild ist. Demnach ist diese Zeichnung der im 52 §. vorgekommenen wieder ganz ähnlich. Wenn eine Ebene die Tafel in SX unter dem Winkel $90° - \psi$ schnitte, so wäre SX ihre Grundlinie q ihr Augenpunct und $q\Omega$ ihre Gränzlinie. In einer solchen Ebene liegen alle diejenigen mit der durch lw abgebildeten parallel laufenden Linien, welche die Tafel in Puncten treffen, die in SX liegen. Man kann also SX in gleiche Ruthen oder Fusse theilen, so dient diese so eingetheilte Grundlinie, von jedem Bilde Sq einer von S aus auf die durch CDr abgebildete Ebene senkrecht fallende Linie soviele perspectivische Ruthen oder Fusse, als man will, vermittelst der aus Ω nach den Theilungspuncten zu laufenden Durchschnittslinien abzuschneiden.

59. §.

34 Fig. Wenn in der 34 Figur LN der Höhe des Auges über der Ebene AB gleich ist, so liegt das Bild n des Puncts N in der Gränzlinie der Ebene AB. Denn

der

der Punct N liegt nun in der Ebene O*rp*, die durch O in der Entfernung GO = LN mit AB parallel ist: (48. §.) also liegt ON mithin auch *n* in der Ebene O*rp*. Aber *n* liegt zugleich in der Tafel, mithin in der Gränzlinie *rp*, worin die Ebene O*rp* und die Tafel einander schneiden.

Demnach ist in der 35 Figur die durch *ln* abgebildete Höhe der Höhe des Auges über der durch CD*r* abgebildeten Ebene gleich. Wenn ferner Ω*n* mit SX in N und Ω*l* mit eben der Gränzlinie in L zusammen stößt; so ist LN im geometrischen Maaß so lang, als *ln* im perspectivischen Maaß, oder LN ist der wahren Höhe des Auges über der durch CD*r* abgebildeten Ebene gleich. Eben diese Höhe ist = *rt* lin ψ (49. §.) = *tg*. (35. Fig.) Wird also LN in eben soviele gleiche Theile getheilet, als in dieser Höhe Fusse enthalten sind, so theilen die aus Ω bis an die Theilungspuncte gezogenen Durchschnittslinien auch *ln* in perspectivische Fusse ein. 35 Fig.

Auf der Gränzlinie wird vermittelst eben dieser Durchschnittslinien zugleich λ*n* in eben soviele gleiche Theile getheilt: und umgekehrt, durch die aus Ω laufenden Durchschnittslinien, welche λ*n* in gleiche Theile theilen, wird LN in eben soviele gleiche Theile getheilt. Diesemnach theilt man auch *ln* in perspectivische Fusse, wenn man auf der Gränzlinie λ*n* in soviele gleiche Theile eintheilt, als die Höhe des Auges über der durch CD*r* abgebildeten Ebene ausmachen, und aus den Theilungspuncten Durchschnittslinien nach Ω ziehet.

Der V. Abschnitt.

Die allgemeine Theorie der perspectivischen Scenographie.

60. §.

40 Wenn der zwischen der Gränzlinie *pn* und
41 der Grundlinie *CV* abgebildete Horizont
Fig. von einer andern durch *MAC* abgebildeten Ebene in *CA* geschnitten wird, und wenn diese Durchschnittslinie *CA* in den Punct *p* der Gränzlinie läuft; so liegt eben dieser Durchschnittspunct zugleich in der Gränzlinie der Ebene *MAC*.

Beweis. Alle im Horizont mit *Cp* perspectivisch parallele Linien laufen in *p* zusammen, und eben den Vereinigungspunct haben auch alle diejenigen graden Linien, welche in der Ebene MAC mit *Cp* parallel sind: (7. §.) also liegt *p* in der Gränzlinie der Ebene MAC.

61. §.

40 Wenn über *Cp* eine Ebene *CABK* auf
41 dem zwischen der Gränzlinie *pn* und Grund-
Fig. linie *CV* abgebildeten Horizont senkrecht steht; so liegt der Vereinigungspunct aller auf ihr senkrechten graden Linien in der Gränzlinie *pn* des Horizonts um 90° von *p* entfernt.

Beweis. Diejenigen graden Linien, welche im Horizont auf *Cp* senkrecht gezogen werden, sind zugleich

gleich auf der Ebene CABK senkrecht, (288. §. Geom.) und die Bilder von ihnen haben ihren Vereinigungspunct in der Gränzlinie *pn* des Horizonts. Wenn alsdenn A*n* eine von diesen auf C*p* senkrechten graden Linien abbildet, so ist *n* der Vereinigungspunct, und es müssen von *p* nach *n* um deßwillen 90 Grade liegen, weil *pAn* das Bild eines rechten Winkels ist. In eben dem Vereinigungspunct aber laufen die Bilder aller auf CABK senkrechten graden Linien zusammen, (7. §.) weil diese Linien alle unter sich parallel sind. (279. §. Geom.)

62. §.

Eine Ebene *CAB* soll den Horizont in *Cp* senkrecht schneiden: man soll ihre Gränzlinie und ihren Augenpunct finden. 41 Fig.

Aufl. Auf der Gränzlinie des Horizonts zähle man 90 Grade von *p* bis *n*, ziehe *n*R, und setze von *p* auf *n*R die grade Linie *p*ε senkrecht, so ist das die Gränzlinie und ε der Augenpunct.

Beweis. Die gesuchte Gränzlinie läuft durch *p* (60. §.) als den Vereinigungspunct aller mit C*p* perspectivisch paralleler Linien, und *n* ist der Vereinigungspunct der Bilder aller auf CAB senkrechter Linien (61. §.) Der letztere liegt in der zur Ebene CAB gehörigen Linie des Auges, (54. §.) und auf dieser muß die Gränzlinie senkrecht seyn.

In dem besondern Fall, wenn die Tafel auf dem Horizont senkrecht ist, wie es die 40 Figur vorstellet, fällt der Hauptaugenpunct R in die Gränzlinie des Horizonts. Wenn alsdenn EF durch *p* auf *pn* senkrecht gesetzt wird; so ist EF die gesuchte Gränzlinie und *p* selbst der Augenpunct.

63. §.

41 Fig. Eine Ebene *CAM* ſoll den Horizont in *CA* unter einem ſchiefen Winkel ϑ ſchneiden: man ſoll ihre Gränzlinie und ihren Augenpunct finden.

Aufl. Man ſuche zuerſt die Gränzlinie ihrer Neigungsebene gegen den Horizont. Dieſe muß AC ſenkrecht ſchneiden, und wenn AG ihre Durchſchnittslinie mit dem Horizont iſt, ſo muß CAG ein rechter Winkel ſeyn. Um alſo AG zu finden, zähle man 90 Grade von *p* bis *n*, und ziehe AG ſo, daß dieſe Linie in den Punct *n* läuft. Ferner zähle man dem 62 §. gemäß 90 Grade von *n* nach *p*, ziehe *p*R, und *n*ϱ auf *p*R ſenkrecht, ſo iſt *n*ϱ die Gränzlinie der über GN auf dem Horizont ſenkrecht ſtehenden Neigungsebene ARG*n*.

Die Gränzlinie *n*ϱ verlängere man an beyden Seiten nach P und Q und theile ſie gehörig in Grade: (51. §.) ſo kann man AM in der Ebene ARG*n* ſo ziehen, daß MA*n* dem gegebenen Winkel ϑ gleich wird. Man muß nemlich von *n* nach *m* ſoviele Grade zählen, als ϑ faſſen ſoll, und AM nach *m* hin ziehen: alsdenn iſt die Ebene MAC gegen den Horizont unter dem Winkel ϑ geneigt, und *pm* iſt die geſuchte Gränzlinie dieſer Ebene.

In dem Fall, wenn etwa *m* von *n* ſehr weit entlegen wäre, zähle man von *n* nach *q* ſoviele Grade, als des Winkels ϑ Ergänzung zu 90 Graden faſſet, ziehe R*q*, und ſetze *pr* und *p*R ſenkrecht; ſo iſt *pr* die für die Ebene CAM gehörige Gränzlinie, und *r* ihr Augenpunct.

Beweis.

Beweis. Wenn man MN mit AC perspectivisch parallel ziehet, so muß MN nach *p* laufen: denn alle im Horizont mit AC parallele Linien laufen in *p* zusammen, und eben den Vereinigungspunct haben auch alle übrige mit AC parallele Linien. Wenn man ferner IN mit AM perspectivisch parallel ziehet, so muß aus demselben Grunde IN nach *m* laufen. Demnach liegen *p* und *m* in der Gränzlini der Ebene CAM.

Die gegen den Horizont geneigte Ebene CAM schneidet die Neigungsebene ABG*n* in A*m* senkrecht: also liegt der Vereinigungspunct aller auf CA*m* senkrechten graden Linien in der Gränzlinie PQ der Neigungsebene um 90° von *m* entfernt. (61. §.) Wenn man demnach 90 Grade von *m* nach *q*, also von *n* nach *q* soviele Grade zählt, als die Ergänzung des Neigungswinkels $nAm = \vartheta$ zu 90° fasset; so ist *q* der Vereinigungspunct aller auf CA*m* senkrechter grader Linien, und eben der Punct *q* liegt in der zur Ebene CA*m* gehörigen Linie des Auges, die auf ihrer Gränzlinie senkrecht ist. Demnach muß R*q* in *r* auf *pm* senkrecht seyn, und daraus erhellet die Richtigkeit der zweyten Auflösung.

64. §.

Wenn alle Abmessungen des in der 39sten Figur linker Hand der Ebene des Auges abgebildeten Hauses als bekannt angenommen werden; so kann man sich bey der Zeichnung selbst an die folgenden Vorschriften halten, die um deßwillen nun etwas umständlicher aus einander gesetzt werden müssen, damit die ganze VII. Kupfertafel als ein Beyspiel zur Erläuterung der bisher vorgetragenen allgemeinen Lehren diene.

diene. Man ziehe die Grundlinie AE, und theile sie in gleiche Theile ein, die hier Fusse bedeuten sollen. Den Fußpunct T des Auges kann man auf derselben zwar willkührlich annehmen, jedoch wird man von selbst ermessen, daß es rathsam sey, die Stelle des Auges so anzunehmen, wie erfodert wird, wenn die seitwärts liegenden Gegenstände soviel thunlich deutlich ins Auge fallen sollen. Diesemnach sey TR die Linie des Auges, und das Auge stehe 18 Fuß hoch über dem Horizont: so muß TR 18 Fuß hoch genommen werden, und R ist der Augenpunct, durch welchen man die Gränzlinie VR des Horizonts mit der Grundlinie AE parallel ziehet. Das Auge sey 68 Fuß weit von der Tafel entfernt, also theile man die Gränzlinie RV auf beyden Seiten des Augenpuncts für den Halbmesser RV = 68 Fuß gehörig in Grade ein. Die Ecke des Hauses B sey 50 Fuß von der Ebene des Auges entfernt, und die halbe Breite BA sey 14 Fuß. Aus B ziehe man BL in den Augenpunct, und wenn die Länge des Hauses 36 Fuß betragen soll, so zähle man von B nach S 36 Fuß, und ziehe VS, welche BL in C schneidet, so ist BC 36 vertiefte Fusse lang. Die Wand über BC sey 30 Fuß und das ganze Haus 50 Fuß hoch: so muß man aus B eine 30 Fuß hohe, aus A aber eine 50 Fuß hohe Verticallinie aufrichten. Jene sey B*b*, diese A*a*, so ist *a* die Spitze des Giebels. Aus *a* und *b* ziehe man grade Linien in den Augenpunct, richte aus C eine Verticallinie auf, welche *b*R in *c* schneidet, und ziehe alsdenn *cd* mit *ba* parallel, so giebt sich die Dachfläche *abcd* und die Wand BC*cb*.

65. §.

65. §.

Weiß man nun, wie hoch die horizontalen Fensterrahmen sowohl des Kellergeschosses, als auch der beyden darüber stehenden Stockwerke über dem Horizont erhaben sind; so darf man nur alle diese Höhen auf *Bb* von *B* nach *b* hinauf tragen. Weis man ferner die Breite der Fensteröfnungen, und ihre Entfernungen von einander, so trägt man die Entfernungen und Breiten für die Giebelwand von B nach A, für die vertiefte Wand von B nach S. Von den Theilungspuncten N, O, P, Q, der letztern zieht man Durchschnittslinien in den Distanzpunct des Auges V, so theilen diese BC in *n*, *o*, *p*, *q*, u. s. f. gehörig ein. Aus allen Theilungspuncten in BA und BC richtet man verticale Linien auf, durch die Theilungspuncte in *Bb* ziehet man in der Giebelwand mit AB Parallellinien, in der vertieften Wand BC*cb* aber Linien in den Augenpunct, so geben ihre Durchschnitte mit den Verticallinien die Winkelpuncte der Fensteröfnungen. Wenn die horizontalen Fensterrahmen nicht auf beyden Wänden gleich hoch über dem Horizont lägen, so müste man *Bb* für jede Wand besonders eintheilen.

66. §.

Die Eckpuncte der Dachfenster kann man auf mancherley Art finden, man bemerke nur, daß die Ebene $\alpha\beta\zeta\gamma\delta$ vertical ist, und wenn $\zeta\varepsilon$ auf $\alpha\delta$ senkrecht fällt, daß $\alpha\eta$, $\varepsilon\vartheta$, mit *ab*, und $\beta\eta$, $\zeta\vartheta$, mit dem Horizont, also mit dessen Gränzlinie und Grundlinie parallel sind. Um nun den Punct α zu finden, zähle man von B nach S soviele Schuhe, als die Entfernung des Puncts α von *ba* ausmachen, ziehe VS, so fasset B*u* soviele vertiefte Schuhe, als man von B

nach S genommen hat. Aus *u* richte man *uw* ſenkrecht auf, ſo iſt *bw* ſo lang als B*u*. Durch *w* ziehe man eine grade Linie mit *bu* parallel, nehme von *b* nach λ ſoviele geometriſche Schuhe, als die Entfernung des Puncts α von *bc* ausmachen, und ziehe λR, ſo giebt ſich der Durchſchnittspunct α. Auf λR kann man nun auch noch die Vertiefungen λε, λδ eben ſo finden, wie man λα gefunden hat. Nun laſſe man λκ auf die Grundlinie des Horizonts ſenkrecht herab; trage von λ nach ϱ ſoviele Fuſſe, als die Höhen αβ, δγ, faſſen, und von λ nach σ ſoviele, als die Höhe εζ faſſet. Von ϱ und σ ziehe man grade Linien in den Augenpunct, und aus α, ε, δ, richte man verticale Linien auf, ſo hat man die Durchſchnittspuncte β, ζ, γ. Endlich ziehe man durch β, ζ, grade Linien mit der Grundlinie parallel, welche die durch α, ε, mit *ab* parallel laufenden Linien in η und ϑ ſchneiden.

67. §.

Die Zahl der Fuſſe auf der Grundlinie von B bis κ giebt den Abſtand der Ebene αβζγδ von der Ebene B*bc*C. Wenn alſo dieſer Abſtand bekannt iſt, ſo kann man ihn von B nach κ tragen, aus κ eine lothrechte Linie aufrichten, und ſo den Punct λ finden. Wie lang die Linien αη, εϑ, ſind, kann man auf *ba* von λ nach μ und von λ nach ν meſſen, weil *ba* in der Tafel liegt. Wenn alſo die Länge dieſer Linien bekannt iſt, ſo geben ſich auch die Puncte η, ϑ, wenn man μR und νR ziehet. Durch dieſe Puncte η, ϑ, ziehe man grade Linien mit der Grundlinie parallel, und richte aus α, ε, lothrechte Linien auf, ſo geben ſich β, ζ; aus β ziehe man eine Linie in den Augen-

punct,

punct, und richte $\delta\gamma$ lothrecht auf, so hat man auch γ. Bey den Schornsteinen werden die Puncte φ, χ, ψ, vermittelst der in den Augenpunct laufenden Linien τR, νR, eben so gefunden, wie vorhin die Puncte α, δ, η; von b trägt man nach τ und ν soviele Schuhe, als die Entfernung der Puncte φ und ψ von der Dachlinie hc ausmachen. Aus dem Punct τ wird eine Verticallinie $\tau\xi$ aufgerichtet, so hoch als die vordere Schornsteinhöhe φy seyn soll; hiernächst ziehet man ξR, richtet aus φ und χ verticale Linien bis an ξR auf, aus ψ aber eine Verticallinie bis an eine durch y mit AB parallel laufende Linie. Eben so leicht zeichnet man die Kronen der Schornsteine, wovon die in die Tiefe laufenden Seitenlinien gegen den Augenpunct zu, die mit der Tafel parallelen Seitenlinien aber mit AB parallel gezogen werden.

68. §.

Von dem andern in der 39 Figur auf der VII. Kupfertafel gezeichneten Hause liegt nur die Ecklinie *Ee* in der Ebene der Tafel, die Wand *EegG* ist aber gegen die Tafel unter einem Winkel von 60 Graden, mithin die Wand *EefF* gegen die Tafel unter einem Winkel von 30 Graden geneigt, weil beyde Wände auf einander senkrecht angenommen werden. Die Stelle E, wo das Haus an die Grundlinie der Tafel stößt, muß gegeben seyn, und hier ist TE von 45 Fuß angenommen. Man ziehe nun EI in den 30sten Grad, EF aber in den 60sten Grad der Gränzlinie des Horizonts auf der andern Seite des Augenpuncts, so ist FEI das Bild eines rechten Winkels. Der Abstand des Auges vom Vereinigungspunct *v* ist = D cosec 60° = *vw*: also laufen die Gesichtslinien,

welche zur Eintheilung des Schenkels EI dienen, in *w* zusammen. Die Seitenwand E*g* sey 43 Fuß lang, so trägt man von E nach X 43 Schuh, zieht *w*X, welche EI in G schneidet, so ist EG 43 Fuß lang. Eben so erhellet, daß der 15te Grad auf RV der Vereinigungspunct derjenigen Gesichtslinien sey, welche EF einzutheilen dienen. Hier ist EF 34 Fuß lang. Man ziehe F*v*, und von G aus eine grade Linie in den 60sten Grad auf R*w*, so giebt sich das Rechteck EGHF, als die Grundfläche von der Hälfte des Hauses. Die Höhe des Hauses bis ans Dach von 30 Fuß trage man von E nach *e*, und die ganze Höhe des Hauses bis an die Spitze des Giebels aus E in ⊖. Aus E, F, H, G, richte man verticale Linien auf, ziehe ⊖*f* in den 60sten Grad der Gränzlinie, so hat man die Spitze *f* des Giebels. Aus *e* und *f* ziehe man Linien nach *v*, welche die Durchschnittspuncte *g*, *h*, mit den beyden übrigen Verticallinien geben, so hat man die vier Winkelpuncte der Dachfläche.

69. §.

Die Fensteröfnungen, Thüren, und was sonst auf den Wänden E*eg*G, und E*ef*F zu zeichnen vorkommt, werden nun leicht entworfen. Wenn es nöthig wäre, könnte man durch *v* die Gränzlinie der Wand E*eg*G ziehen, und gehörig eintheilen, auch eben so durch den 60sten Grad auf der andern Seite von R die Gränzlinie der Wand E*ef*F. Weil aber hier nur Fensterrahmen mit horizontalen und verticalen Seitenlinien zu zeichnen vorkommen; so trägt man die Höhen aller Winkelpuncte über dem Horizont auf E*e* auf, die Entfernungen dieser Winkelpuncte von E*e* für die Wand E*eg*G von E nach T auf die

Grund-

Grundlinie, und für die Wand E*e*f F von E nach Y. Durch die gefundenen Theilungspuncte ziehet man die Gesichtslinien in *w* für die Wand E*eg*G, und in *v* für die Wand E*e*f F. Aus den Durchschnittspuncten mit EG und EF richtet man verticale Linien auf, und durch die Theilungspuncte in E*e* ziehet man sowohl nach *v*, als auch auf der andern Seite in den 60sten Grad grade Linien, so geben sich die Winkelpuncte aller Fensteröfnungen.

70. §.

Um Figuren, die in der Dachfläche liegen, zu zeichnen, könnte man ihre Gränzlinie so suchen. Die Seitenlinien *eg* und *fh* des Rechtecks *efgh* laufen in *v* zusammen, also liegt *v* in der Gränzlinie der Dachfläche. Auch laufen *gh* und *ef* in einem Punct *s* zusammen, (der in der gezeichneten Figur über der Ebene des Papiers hinaus fällt) also liegt der Punct *s* ebenfalls in der Gränzlinie der Dachfläche, die mithin zwischen beyden Puncten gezogen werden kann, da dann *eL* mit *vs* parallel gezogen die Grundlinie ist. Weil aber nur die Durchschnittsfiguren der Dachfenster und Schornsteine mit der Dachfläche zu zeichnen vorkommen, so kann man ohnedem auf folgende Art fertig werden.

Es sind $\alpha\beta$, $\varepsilon\zeta$, $\delta\gamma$, vertical, $\alpha\eta$, $\varepsilon\vartheta$, $\phi\psi$, mit *ef*, so wie $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, $\phi\chi$, mit *eg* parallel. Die Ebene $\alpha\beta\zeta\gamma\delta$ ist vertical und schneidet die Tafel unter einem Winkel von 60 Graden, weil sie mit der Wand E*eg*G parallel ist, ihre Gränzlinie geht durch *v*, und ist auf der Gränzlinie des Horizonts senkrecht. Die Entfernung δ eben dieser Ebene von der Wand E*eg*G ist ebenfalls bekannt, wenn die Abmessungen des

Hauſes bekannt ſind, alſo iſt die Entfernung $E\varkappa = \delta$ cosec 60° ihrer Grundlinie $\varkappa\lambda$ von Ee bekannt. Man mache alſo $E\varkappa$ dieſer Entfernung gleich, richte $\varkappa\lambda$ über der Grundlinie des Horizonts ſenkrecht auf, ſo liegt ihr Durchſchnittspunct λ mit der Grundlinie eZ der Dachfläche in der lothrechten Ebene $\alpha\delta\gamma\zeta\beta$ und in der Dachfläche: wenn alſo λv gezogen wird, ſo liegen die Puncte α, ε, δ, in dieſer Linie. Um α zu finden, nehme man ſoviele Fuſſe, als die Entfernung dieſes Puncts von ef ausmachen, von E bis S, ziehe wS, welche EG in u ſchneidet, ſo faſſet Eu eben ſoviele vertiefte Fuſſe. Aus u richte man uW lothrecht auf, ſo faſſet eW ſo viele Schuhe, als Eu. Aus W ziehe man eine Linie in den Vereinigungspunct s, ſo giebt ihr Durchſchnitt mit λv den Punct α. Eben ſo kann man ε und δ finden. Aus λ trägt man nach ϱ und σ ſoviele Schuhe, als die Höhen $\alpha\beta$, $\varepsilon\zeta$, ausmachen, zieht ϱv und σv, richtet hiernächſt aus α, ε, δ, lothrechte Linien auf, ſo hat man β, ζ, γ. Durch β und ζ zieht man grade Linien, die in den 60ſten Grad rechter Hand von R laufen, welche die von α und ε nach s laufenden Linien ſchneiden, ſo hat man η und ϑ.

71. §.

Um die Schornſteine zu zeichnen, ſucht man die Puncte Φ, χ, ψ, eben ſo, wie vorhin die Puncte α, ε, δ, ſind geſucht worden, da dann die Entfernung der vordern und hintern Seitenfläche der Schornſteine von der Ebene EegG als bekannt angenommen, und übrigens auch leicht die Höhe Φy gefunden wird, wenn man nur bemerkt, daß hier der Vereinigungspunct v ſtatt des Augenpuncts R für die mit EG paral=

parallelen Linien gebraucht wird, der 60ste Grad rechter Hand von R aber für die mit EF parallelen Linien.

Auf der Horizontfläche zwischen beyden Häusern lassen sich noch allerley Gegenstände, als Bäume, weiter entfernt liegende Häuser, und dergleichen mehr zeichnen, deren Lage gegen einander und ihrer Entfernung gemässe perspectivische Höhe, so wie auch ihre übrigen perspectivischen Abmessungen leicht gefunden werden. Damit die Figur wegen zuvieler durch einander laufender Hülfslinien nicht zu undeutlich werden mögte, ist im Horizont ausser einem Gartengeländer bey jedem Hause sonst nichts gezeichnet. Bey diesen Geländern ist nur zu bemerken, daß die Seitenlinien CL, DC, in den Augenpunct R lausen, LM, *lm*, aber mit der Grundlinie des Horizonts parallel sind. Dagegen müssen die Seitenlinien GI, und *gi* in *v* zusammen laufen, so wie IK, und *ik* in den 60sten Grad der Gränzlinie des Horizonts laufen müssen.

Der VI. Abschnitt.

Die allgemeine Theorie der Sciagraphie.

72. §.

Wenn man zur völligen Auszierung einer perspectivischen Zeichnung auch den Schatten ausdrücken will, den die abgebildeten Körper werfen, so muß man sich aus der Optik erinnern, daß die Gestalt und Grösse des Schattens nicht allein von der Gestalt und Grösse des undurchsichtigen Körpers, der

den Schatten wirft, sondern auch von der Gestalt und Grösse des Lichts abhänge, von welchem die Erleuchtung herrührt. Man setzt entweder voraus, daß das Licht einer angezündeten Kerze die Gegenstände erleuchte; oder man nimmt an, daß selbige vom Sonnenlicht, auch wohl statt dessen vom Mondenlicht, erleuchtet werden; oder man setzt zum Grunde, daß die Erleuchtung vom Tageslicht herrühre, ohne daß die Körper, welche den Schatten werfen, dem Sonnenlicht unmittelbar ausgesetzt wären. Die Rede ist übrigens hier nicht vom körperlichen Schatten, sondern von der Projection desselben auf eine oder mehr Ebenen von gegebener Lage, oder überhaupt auf die Fläche andrer umher befindlicher Gegenstände, welche auch der Schlagschatten heißt: und gewöhnlich hat die Zeichnung dieses Schattens wenig Schwierigkeit, wenn vorher die Gegenstände selbst, welche den Schatten werfen, richtig gezeichnet sind.

73. §.

Die Flamme einer angezündeten Kerze oder Lampe hat nur eine so geringe Grösse, daß man sie bey Zeichnung des Schattens, den die von ihr erleuchteten Körper werfen, als einen leuchtenden Punct betrachten kann, weil hier überhaupt keine grosse Schärfe nöthig ist. Demnach ist der körperliche Schatten hier die Erweiterung der Strahlenpyramide, welche die Lichtflamme als ein leuchtender Punct betrachtet auf den dunklen Körper wirft, nach der andern Seite desselben der Lichtflamme gegen über. Wenn nun eine Ebene so liegt, daß sie diesen körperlichen Schatten schneidet, so muß man vom mittlern Punct der

Licht-

Lichtflamme, dessen Stelle in der Zeichnung als gegeben angenommen wird, durch soviele Puncte in den Gränzen des dunklen Körpers, als man nöthig findet, grade Linien ziehen, die zugleich in der äussern Gränze der auffallenden Lichtpyramide liegen: wo nun jede dieser Linien die beschattete Ebene trift, da hat man einen Punct im Umfange des projicirten Schattens. Demnach kommt alles darauf an, daß man einen solchen Punct richtig zu finden wisse, worin ein Lichtstrahl, welcher den Schatten werfenden Körper in seinen Gränzen berührt, die beschattete Ebene trift.

74. §.

Weil der in die Zeichnung zu bringende Schatten mit der Projection des dunklen Körpers auf die gegebene Ebene einerley ist; so kann man sich die Vorstellung machen, als ob der Schatten eines Puncts ein Punct, der Schatten einer graden Linie ebenfalls eine grade Linie wäre, die mit jener und dem leuchtenden Punct in einer Ebene liegt. Man hat also den Schatten einer graden Linie gefunden, wenn der Schatten eines jeden ihrer Endpuncte gefunden ist. Eine Ebene durch den leuchtenden Punct und die grade Linie, deren Schatten gesucht wird, kann Kürze halber die Ebene des Schattendreyecks heissen: alsdenn liegt der Schatten, den die grade Linie auf die gegebene Ebene wirft, in der Durchschnittslinie dieser Ebene und des Schattendreyecks. In solchen Fällen, wenn die von den Lichtstrahlen berührte Gränze des dunklen Körpers eine gradlinichte Figur ist, wird der Schlagschatten ebenfalls eine gradlinichte Figur.

75. §.

Die Stelle des leuchtenden und dunklen Puncts iſt gegeben, man ſoll den Schatten des letztern auf einer Ebene, deren Lage bekannt iſt, zeichnen.

Aufl. Von beyden Puncten ziehe man auf die gegebene Ebene ſenkrechte grade Linien: weil dieſe parallel ſind, mithin in einerley Ebene liegen, ſo liegen auch die beyden Puncte, worin ſie die gegebene Ebene treffen, zugleich in jener Ebene, alſo mit dem leuchtenden und dunklen Punct in einer Ebene. Man ziehe alſo durch jene beyden Puncte ſowohl als auch durch dieſe eine grade Linie, ſo iſt beyder Durchſchnittspunct der geſuchte Schatten.

36 Fig. Die 36ſte Figur ſtellet den innern Raum eines Zimmers vor, wovon der Boden nebſt der Decke horizontal iſt, die drey verticalen Seitenwände aber einander ſenkrecht ſchneiden. In λ befindet ſich die Lichtflamme, in α aber ein dunkler Punct, der ſeinen Schatten auf den wagrechten Boden wirft. Weil die Stelle beyder Puncte im Zimmer als bekannt angenommen wird, ſo kennt man die Entfernungen $T\varphi$ und $T\psi$ dieſer Puncte von der Ebene des Auges, und kann demnach $R\varphi$ und $R\psi$ ziehen, hiernächſt aber die verticalen Linien $\lambda\mu$, $\alpha\beta$, herab laſſen. Wenn alsdenn $\mu\beta$ und $\lambda\alpha$ gezogen werden, die ſich in π ſchneiden, ſo iſt π der Schatten von α.

Für Puncte, die eine ſolche Stelle hätten, daß ihr Schatten auf eine von den Wänden des Zimmers fallen könnte, würde man eben ſo λv auf die Wand EFGH, λw auf AEFD ſenkrecht ſetzen müſſen; und daher kommt es, daß die Puncte μ, v, w, wohin die von der Lichtflamme ſenkrecht auf die beſchattete

Ebene

Ebene herabgelassenen Linien diese Ebene treffen, von den practischen Schriftstellern als Hülfspuncte angesehen werden.

76. §.

Zur Probe, wie man diese Regeln in solchen Fällen anwendet, wenn die Lage der Spitzen und Ecken oder andrer merkwürdiger Puncte des Körpers, der den Schatten wirft, leicht zu erkennen sind, und von denselben die senkrechten Linien auf die beschattete Ebene leicht herab gelassen werden können, ist in der 36sten Figur ein auf dem Fußboden des abgebildeten Zimmers stehendes Prisma, auch darneben seitwärts eine Pyramide gezeichnet. Wenn man $\mu\beta$, $\mu\delta$, $\mu\zeta$, imgleichen $\lambda\alpha$, $\lambda\gamma$, $\lambda\varepsilon$, ziehet, und bis zum Zusammenstossen in π, ϱ, σ, verlängert, so kann man den Schatten $\beta\pi\varrho\sigma\zeta$ des Prismen zeichnen. Ferner läßt man aus der Spitze *g* der Pyramide *gh* lothrecht herab, ziehet λg und μh; so würden beyde einander in *i* schneiden, und dahin würde auf dem horizontalen Boden der Schatten der Spitze *g* fallen, wenn die verticale Wand BHGC nicht da wäre. Weil aber *hi* die Grundlinie BH der Wand in *z* schneidet, so richte man *zt* lothrecht auf bis an λh, so ist *t* der Schatten, den *g* auf die Wand wirft. Ziehet man noch *eh* und *fh*, die BH in *r* und *s* schneiden, hiernächst aber *rt* und *st*, so ist der völlige Schatten der Pyramide gezeichnet. Dabey ist für den Zeichner noch zu beobachten, daß da, wo Licht und Schatten aneinander gränzen, der volle Schatten mit einem Halbschatten umgeben sey, weil die Lichtflamme wirklich einige Grösse hat: deßwegen muß die Gränze des Schattens nicht völlig scharf abgeschnitten gezeichnet werden.

77. §.

77. §.

37 Fig. Das Bild S des Mittelpuncts der Sonne ist auf der vertical stehenden Tafel gegeben, oder auch nach Anleitung des 19. §. gefunden; die Zeichnung stellet einen horizontalen Prospect vor, und *AB* ist das Bild einer dem Sonnenlicht ausgesetzten verticalen Linie: man soll das Bild ihres Schattens zeichnen.

Aufl. Aus dem Bilde S des Mittelpuncts der Sonne ziehe man SG auf der Horizontallinie des Auges senkrecht, hiernächst aber SA und GB, die einander in C schneiden, so ist BC der Schatten.

Beweis. Wegen der sehr grossen Entfernung der Sonne von der Erde, liegt das Bild des Puncts, worin eine von S lothrecht herab gelassene Linie die Fundamentalebene treffen würde, in der Horizontallinie des Auges. (19. §.) Also ist SG das Bild einer vom Mittelpunct der Sonne auf die Fundamentalebene senkrecht herab gelassenen Linie, G ist als der Hülfspunct anzusehen, und so ist diese Aufgabe nur ein besonderer Fall der Aufgabe des 75 §.

Man stelle sich die Ebene TVW horizontal, die Tafel aber vertical vor; ferner sey V die Stelle lothrecht unter dem Auge, die in der 28 Figur mit S bezeichnet war, und SVW sey die Verticalfläche durchs Auge und den Mittelpunct der Sonne: (in der 28ten Figur ist es OLMS) so ist WG das Bild von VW hinter der Tafel ins unendliche verlängert. Mit dieser Ebene SVW ist die Ebene SAB wegen der sehr grossen Entfernung der Sonne parallel; also sind VW und der durch BC abgebildete Schatten parallel, und ihre Bilder WG, BC, müssen in der Horizontallinie

linie des Auges zusammen laufen. Daraus folgt demnach ebenfalls, daß BC in G laufen müsse.

78. §.

Der Azimuthalwinkel der Sonne $ROG = \alpha$ ist hier linker Hand der Ebene des Auges, und kleiner als 90 Grad angenommen: daher giebt es ein wirkliches Bild der Sonne auf der Tafel. Wenn bey einerley Höhe β der Azimuthalwinkel $\alpha = ROG$ der Sonne wächst, so rückt G weiter von R weg, und BC drehet sich gegen BK. Wird $\alpha = 90°$, so wird RG unendlich groß, und BC fällt in die mit der Horizontallinie des Auges parallele Lage BK. Auf der Tafel giebt es nun kein Bild der Sonne mehr, weil der Mittelpunct der Sonne nun in der Ebene der Tafel liegt. Wenn $\alpha = RO\gamma$ über 90° wächst, so fällt der Linie $O\gamma$ Durchschnittspunct mit der Horizontallinie des Auges in g. $Rg = D \operatorname{tang} \alpha$ ist negativ, und wenn man $gp = gO = D \operatorname{sec} \alpha$ nimmt, so muß man an p den Winkel $\beta = gps$ nicht oberhalb, sondern unterhalb der Horizontallinie des Auges zeichnen, damit $gs = D \operatorname{sec} \alpha \operatorname{tang} \beta$ ebenfalls negativ werde. Nun ist s als das geometrische Bild der Sonne anzusehen, der Schatten hat die Lage von B nach g, und wenn man As ziehet, so giebt dieser Linie Durchschnitt mit Bg die Länge des Schattens Bc.

79. §.

Bey der Zeichnung des Schattens, den von der Sonne erleuchtete Gegenstände werfen, verhält man sich übrigens eben so wie bey der Zeichnung des Schattens, wenn die Erleuchtung von einer Lichtflamme herrührt. Man betrachtet die Sonne, eben

so

ſo wie die Lichtflamme, als einen leuchtenden Punct: demnach dienen die im 76. §. gegebenen leichten Beyſpiele zugleich zur Probe, wie man ſich in den gewöhnlichſten Fällen zu verhalten habe. Was wegen des Halbſchattens am Ende des 76. §. iſt erinnert worden, das findet auch hier ſeine Anwendung, denn die Sonne iſt ſo wenig als die Lichtflamme nur ein einziger leuchtender Punct. Der Zeichner muß demnach auf dasjenige Rückſicht nehmen, was davon im 73. §. der Optik ſchon vorgekommen iſt. Je mehr der Zeichner in der Geometrie geübt iſt, und je mehr er ſich die bisher vorgetragene allgemeine Theorie der Perſpectiv geläufig gemacht hat, deſto leichter wird es ihm werden, unter den mancherley Wegen, die man in beſondern Fällen nehmen kann, eine geſchickte auf richtigen Schlüſſen gegründete Wahl zu treffen. Soll der Proſpect eine vom Monde erleuchtete Gegend vorſtellen, ſo verhält man ſich bey der Zeichnung des Schattens eben ſo, als wenn die Erleuchtung vom Sonnenlicht käme: nur muß alles, was im Schatten liegt, dunkler, und was erleuchtet iſt, nicht ſo helle gezeichnet werden, als in dem Fall, wenn man eine von der Sonne erleuchtete Gegend abbilden will.

80. §.

Wenn das Tageslicht durch eine Fenſter- oder Thüröfnung in ein Zimmer fällt, ohne daß die Sonne ſelbſt hinein ſcheint; ſo iſt die ganze Oefnung, durch welche das Licht hinein fällt, als eine leuchtende Fläche zu betrachten. Dunkle Körper, welche dieſem Tageslicht ausgeſetzt ſind, werfen alsdenn auſſer dem vollen Schatten auch einen Halbſchatten von ſo beträchtlicher Gröſſe, daß man die eigentlichen Grän-

zen

zen desselben etwas genauer suchen muß, als in den bisher betrachteten Fällen nöthig gewesen ist. Ja selbst die Zeichnung des Halbschattens wird dabey ein Mittel, die eigentliche Gränze des Kernschattens zu finden, und aus demjenigen, was im 62. §. der Optik davon schon vorgekommen ist, weiß man, daß es für jeden Punct des leuchtenden Körpers, welcher sein Licht auf den dunklen Körper werfen kann, eine Halbschattenpyramide gebe, und daß der Raum, den alle diese Pyramiden gemein haben, der Kernschatten sey. Auf der beschatteten Ebene müste man also den Raum zeichnen, den die Projectionen aller Halbschattenpyramiden auf derselben gemein haben, um den projicirten Kernschatten vorzustellen. Dabey hilft man sich durch allerley Vortheile, welche theils die Gestalt der Oefnung an die Hand giebt, welche das Tageslicht durchscheinen läßt, theils die Gestalt des Körpers, dessen Schatten gezeichnet werden soll. Gewöhnlich haben die Thür- und Fensteröfnungen in Wohnzimmern die Gestalt rechtwinklichter Parallelogramme, wovon zwey Seitenlinien vertical stehen, die übrigen aber horizontal liegen. Alsdenn genügt es in den gewöhnlichsten Fällen, wenn man den Schatten einmahl in der Voraussetzung sucht, als wenn eine von den verticalen Seitenlinien allein leuchtend wäre, hiernächst aber auch in der Voraussetzung, als wenn die andre verticale Seitenlinie allein leuchtend wäre. So erhält man einen zwiefachen Halbschatten, und der Raum, den beyde gemein haben, ist der Kernschatten.

81. §

Es sey ABCD eine Thüröfnung, oder auch PBCQ eine Fensteröfnung, und auf dem horizontalen Bo- 38 Fig.

den

den stehe das Prisma EM. Man ziehe AE, AG, AL, und BF, BH, BM; so geben sich die Durchschnittspuncte *e*, *g*, *l*, mithin würde E*egl*L der Schatten seyn, wenn AB oder auch PQ allein leuchtend wäre. Weiter ziehe man DE, DG, DL, und CF, CH, CM, so geben sich die Durchschnittspuncte ε, γ, λ, und der Schatten Eεγλ L, für den Fall, wenn die Erleuchtung allein von CD oder CQ käme. Der beyden Schatten gemeinschaftliche Raum E*eh*λL ist der Kernschatten. Man könnte nemlich für jede verticale Linie zwischen AB und CD in der Thür- oder Fensteröfnung eben so einen Schatten finden, diese würden alle zwischen den Gränzen L*l* und E*e* liegen, und alle würden den Raum E*eh*λL gemein haben: mithin kann kein Punct der Thür- oder Fensteröfnung dahin scheinen. Hat man richtig gezeichnet, so muß *g*γ mit AD und BC perspectivisch parallel seyn, und eben so *e*ε und *l*λ. Denn BC liegt in einer horizontalen Ebene, und BC, *g*γ, eben so wie BC, *e*ε, und BC, *l*λ, sind Schnitte zweyer horizontalen Ebenen mit einer dritten.

82. §.

Weil jede Mauer einige Dicke hat, so muß man bey jeder Thür- und Fensteröfnung die innere Oefnung von der äussern unterscheiden, wie auch oben im 43. §. schon bemerkt ist. Durch die äussere Oefnung fällt eigentlich das Licht ins Zimmer hinein: wegen der Dicke der Mauer aber kann sich nicht alles durch diese äussere Oefnung ins Zimmer hinein fallende Licht überall im Zimmer ausbreiten. Wenn in das Zimmer, was die 36 Figur verstellt, das Tageslicht durch die Fensteröfnung P*ln*Q hinein scheint, so sind PQ, *ln*, nur für diejenigen Gegenstände

stände die verticalen Gränzen des darauf scheinenden Lichts, die sich in dem Raum zwischen den erweiterten Ebenen LN*nl* und MPQO befinden. Für diejenigen, welche diesseits der Ebene L*l*nN ihre Stelle haben, sind es PQ und LN; für diejenigen aber, die sich hinter der Ebene OMPQ befinden, sind es OM und *ln*. Darauf muß man bey Zeichnung des Schattens nach Anleitung des vor. §. Rücksicht nehmen.

83. §.

Nach der mit den Seitenflächen OMPQ, L*l*nN, 36
parallelen Richtung geht mehr Licht ins Zimmer hin- Fig.
ein, als nach jeder andern Richtung, und überhaupt nach jeder andern Richtung desto weniger, je mehr selbige gegen die erwehnten Ebenen geneigt ist. Wegen der Dicke der Mauer giebt es Stellen im Zimmer, wohin gar kein Licht grade zu kommen kann, die also nur vom anderswoher zurück geworfenen Licht erleuchtet sind. Die Ebene der Parallellinien LM, *n*Q, schneidet den Fußboden in einer mit AE parallelen Linie, und in den Raum zwischen diesen beyden Parallellinien kann grade zu kein Licht kommen. Einen solchen Raum längst FD an der Decke des Zimmers bestimmt auch die Ebene P*l*NO zwischen DF und der damit parallelen Durchschnittslinie der Ebene P*l*NO mit der Decke des Zimmers. An der hintern Wand EFGH bestimmt die Ebene O*nl*M zwischen EF und der Durchschnittslinie der Ebene O*nl*M mit EFGH eben so einen beschatteten Raum, dessen mit EF parallele Gränze jedoch etwas näher nach EF rückt, wenn weiter nach EF hin noch ein Fenster in der Wand AEFD befindlich ist. Ueberhaupt kommt die Erleuchtung einer gegebenen Stelle im Zimmer auf

einer von den Seitenwänden auf die Lage und Anzahl der Fensteröfnungen an. Eine Wand zwischen zweenen Fensteröfnungen mit ihnen in einerley Ebene ist allemahl weniger erleuchtet, als eine gegenüberstehende, wofern nicht gegenüber ebenfalls Fensteröfnungen sind: auch ist der Fußboden allemahl weit heller, als die Decke, besonders im untern Stockwerk eines Gebäudes, weil von oben herab weit mehr Licht, als von unten hinauf fällt.

84. §.

Will man bey der perspectivischen Zeichnung eines Prospects voraussetzen, daß der Himmel mit Wolken bedeckt sey; so muß der Schatten, welcher von den Strahlen der wolkenfrey scheinenden Sonne herrühren würde, wegbleiben. Statt dessen wird nun die abgebildete Gegend von der ganzen scheinbaren Halbkugel des Himmels erleuchtet, und da giebt es wiederum eine Art von Schatten, der ausgedruckt werden muß, um der Zeichnung ihr natürliches Ansehen zu geben. Der Boden, welcher am Fuß einer Mauer liegt, wird nur von dem halben Himmel beschienen, mithin ist derselbe nicht so erleuchtet, als andre Stellen, worauf das Licht vom ganzen Himmel fallen kann, und er muß um deßwillen leicht schattirt werden. Wenn zwo Mauren rechtwinklicht zusammen stossen, so wird der Boden unten in der Ecke nur von dem vierten Theil des Himmels beschienen, er ist also wiederum weniger erleuchtet, und muß noch stärker schattirt werden. Eben so verhält es sich mit einer engen Gasse, und jedem andern durch umstehende hohe Gebäude, Bäume und dergleichen mehr eingeschlossenen Platz: er ist desto dunkler je kleiner

der-

derjenige Theil des Himmels ist, der sein Licht dahin werfen kann. Genauere Theorien hievon muß die Photometrie lehren, die dem Zeichner bey regelmäßiger Vertheilung des Lichts und Schattens vorzüglich gute Dienste leisten, wenn er mit ihnen bekannt ist. Uebrigens bleibt die Kunst, die Schwärze des Schattens in der Zeichnung nach diesen Gründen zu mäßigen, eine Sache für den geübten Maler und Zeichner: so wie überhaupt die feinere Ausbildung aller Theile einer perspectivischen Zeichnung, die Kunst der Farben und der natürlichen Austheilung des Lichts und Schattens ein Eigenthum der Malerkunst bleibt, deren Reichthum die Perspectiv, in wie fern sie eine geometrische Wissenschaft ist, nicht erschöpfen kann.

Der VII. Abschnitt.

Theorie der orthographischen Projection solcher ebenen Figuren, welche die Tafel senkrecht schneiden.

85. §.

Die orthographischen Projectionen aller gegen die Tafel unter einerley Winkel geneigten Parallellinien, sind geometrisch parallel.

Beweis. Wenn das Auge O in der graden Linie FO oder MO unendlich weit wegrückt, so werden RT und RP unendlich groß, und der Durchschnitts- 30 Fig.

punct P der Bilder AP und KP entfernt ſich von A und K über alle Gränzen. Die Ebene AOPG, KOPV werden parallel, alſo auch ihre Durchſchnitte AP und KP mit der Tafel. (295 §. G.)

86. §.

Es ſey XY die Fundamentalebene, und die Tafel darauf ſenkrecht, M ein abzubildender Punct, MΩ der ins unendliche fortlaufende Geſichtsſtrahl; ſo ſchneidet derſelbe alle auf der Tafel ſenkrechte Verticalflächen unter einerley Winkel. Eine unter allen dieſen verticalen Ebenen wie RTS nehme man für die erſte an, um die Stelle, wo der abzubildende Punct M hinter der Tafel liegt, durch ſeine Entfernungen TN = Δ von der erſten Verticalebene, und NM = δ von der Tafel, beſtimmt anzugeben. Die erſte Verticalebene STR ſchneide den Geſichtsſtrahl MΩ in O, die Tafel in RT, die Fundamentalebene in TS, und OS ſey auf TS ſenkrecht: ſo iſt nicht allein OS ſondern auch die Ebene OSM vertical. Ferner iſt TSM der Ebene OSM Neigungswinkel gegen die erſte Verticalebene ORTS, und SMO iſt die Neigung des ins unendliche fortlaufenden Geſichtsſtrahls MΩ gegen die Fundamentalebene.

42 Fig.

Für einen andern abzubildenden Punct *m* treffe der Geſichtsſtrahl *m*Ω die erſte Verticalebene in *o*, und *os* ſey auf TS ſenkrecht, ſo iſt allemahl T*sm* = TSM, und *smo* = SMO. Beyde Winkel TSM und SMO beſtimmen alſo die Lage des Geſichtsſtrahls MΩ nicht allein, ſondern zugleich aller übrigen, weil ſie insgeſammt unter einander parallel ſind.

87. §.

87. §.

Der Winkel TSM ist die Neigung einer Verti- 42
calfläche durchs Auge und jeden abzubildenden Punct Fig.
gegen die erste auf der Tafel senkrechte Verticalebene, und er kann kurz die Abweichung des Auges von der ersten Verticalebene heissen. Der Winkel SMO ist die optische Höhe des Auges über der Fundamentalebene AB. Man setze OR auf R'T, also auf der Tafel senkrecht, und ziehe OG mit SM parallel: so ist die Ebene ROG horizontal, und schneidet die Tafel in R*g*. Wenn ferner OM von der Tafel in I geschnitten wird, so ist I das Bild von M, und die Stelle des Bildes ist durch R*g* und *g*I bestimmt. Es sey nun TSM = ROG = α, und SMO = MOG = β, so hat man R*g* = RO . tang α, O*g* = RO . sec α, und *g*I = O*g* . tang β, oder *g*I = RO sec α tang β. Das giebt tang *g*RI = tang TNI = $\frac{gI}{Rg} = \frac{\sec\alpha \tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{\tan\beta}{\sin\alpha}$, oder tang TNI = cosec α tang β, und die Lage des Bildes NI der auf der Tafel senkrechten Linie NM wird allein durch α und β bestimmt. Zugleich ist eben dadurch die Lage des Bildes *ni* einer jeden andern auf der Tafel senkrechten Linie *nm* bestimmt, weil die Bilder aller dieser Linien geometrisch parallel sind.

Man setze den Winkel TNI = ζ, und NM = δ, so ist NI = NW sec ζ, und NW = δ tang α, mithin NI = δ tang α sec ζ. Demnach wird auch die Länge des Bildes NI der auf der Tafel senkrechten Linie NM = δ aus ihrer Länge und beyden Winkeln α und β bestimmt. Die Stelle N, wo sie an die Tafel stößt, wird als gegeben angenommen, weil die Entfernung TN = Δ von der ersten Verticalebene

gegeben seyn muß. Bey orthographisch-perspectivischen Zeichnungen müssen also statt der sonst als bekannt angenommenen Entfernung des Auges D von der Tafel, und der Höhe *a* des Auges über der Fundamentalebene, die beyden Winkel α und β gegeben seyn.

88. §.

Um bey den Zeichnungen auf der Tafel die Aehnlichkeit mit dem Verfahren bey stereographischen Zeichnungen beyzubehalten, kann man den Durchschnitt RT der ersten Verticalebene mit der Tafel, die erste Verticallinie nennen, und in willkührlich angenommener Höhe TR über der Fundamentallinie TN eine Horizontallinie RH ziehen. Wenn man sich alsdenn durch RH eine horizontale Ebene vorstellet, welche die erste Verticalebene in der auf der Tafel senkrechten graden Linie RO schneidet: so würde die Projection stereographisch seyn, wenn das Auge irgendwo in RO seine Stelle hätte. Wenn dagegen das Auge von den in der Fundamentalebene liegenden Figuren unendlich weit entfernt angenommen wird; so geht durch jeden Punct O, dessen Entfernung RO von der Tafel endlich ist, einer von den ins unendlich weit entfernte Auge laufenden parallelen Gesichtsstrahlen. Diesemnach kann man sich jeden solchen Punct O in RO als eine auf die erste Verticalebene reducirte Stelle des Auges, RO als den reducirten Abstand des Auges, und R als den auf die Horizontalebene *ORH* reducirten Augenpunct vorstellen: auch kann R'T die reducirte Höhe des Auges heissen.

89. §.

89. §.

Auf der Tafel, welche die 43 Figur besonders 43
vorstellet, ziehe man RH als die Horizontallinie, Fig.
und RT als die erste Verticallinie darauf senkrecht, so ist R der reducirte Augenpunct. Auf RT nehme man RO = D, als den reducirten Abstand des Auges, willkührlich an, mache den Winkel $ROg = \alpha$, nehme $g\omega = gO = D \sec \alpha$, ziehe gG auf RH senkrecht, und mache $g\omega G = \beta$, so wird $gG = D \sec \alpha \operatorname{tang} \beta$, und $\operatorname{tang} gRG = \frac{gG}{gR} = \frac{\sec\alpha \operatorname{tg}.\beta}{\operatorname{tang}\alpha}$ $= \frac{\operatorname{tang}\beta}{\sin\alpha} = \operatorname{tang}\zeta$. (87. §.) Demnach ist gRG derjenige Winkel, unter welchem die Bilder aller auf der Tafel senkrechten Parallellinien gegen die Fundamentallinie geneigt sind. Die reducirte Höhe des Auges RT kann man willkührlich annehmen, und durch T die Fundamentallinie TN ziehen: so ist alles zur Zeichnung vorbereitet. Der Punct G dient ein für allemahl zur Bestimmung der Lage der Bilder aller auf der Tafel senkrechten Parallellinien, weil diese Bilder insgesammt mit GR parallel sind: deswegen kann G Kürze halber der Hülfspunct heissen.

90. §.

Die Länge der senkrechten Vertiefung *NM* 42
$= \delta$, und ihre Entfernung Δ von der ersten Fig.
Verticalfläche ist gegeben: man soll die damit zusammen gehörige perspectivische Vertiefung durch Zeichnung auf der Tafel finden.

43 Fig. **Aufl.** Auf der Fundamentallinie nehme man TN = Δ, und ziehe NV mit GR parallel. Auf der Horizontallinie nehme man RD = RO = D, und auf der Fundamentallinie NM = δ, ziehe GD und die Durchſchnittslinie MI mit GD parallel, ſo iſt NI die geſuchte perſpectiviſche Vertiefung.

Beweis. Weil GR und NI, GD und MI, RD und MN parallel ſind, ſo haben die Dreyecke RGD und MNI gleiche Winkel, und es iſt RD : RG = MN : NI. Ferner hat man Rg = D tang α, und RG = D tang α ſec ζ, mithin 1 : tang α ſec ζ = δ : NI, und NI = δ tang α ſec ζ wie erfodert wird. (87. §.)

91. §.

43 Fig. Der Vertiefung NI werden ſoviele perſpectiviſche Fuſſe oder Ruthen zugeſchrieben, als die ſenkrechte Vertiefung NM faſſet, und hier ſind alle perſpectiviſche Fuſſe oder Ruthen gleich lang, weil ſich NI wie δ verhält. Das iſt der Natur der Sache nicht anders gemäß, weil die aus allen Puncten der graden Linie NM parallel laufenden Geſichtsſtrahlen NI eben ſo theilen, als NM getheilt iſt. (172. §. Geom.) Man kann demnach auf der Grundlinie NM in gleiche geometriſche Fuſſe oder Ruthen theilen, und durch alle Theilungspuncte mit MI Parallellinien ziehen, ſo wird dadurch NI gehörig eingetheilt.

92. §.

Die perſpectiviſche Höhe IK iſt der geometriſchen Höhe ML gleich, und überhaupt iſt das Bild einer jeden mit der Tafel parallelen graden Linie der abgebildeten Linie ſelbſt gleich, weil MIKL

ein

ein Parallelogramm wird. Die perspectivischen Fusse oder Ruthen der lothrechten Höhen, und überhaupt aller Bilder der mit der Tafel parallel laufenden graden Linien, sind also den geometrischen gleich, und der Maaßstab dazu ist mit dem geometrischen einerley.

93. §.

Die Lage und Länge der schrägen Vertiefung *AM* ist gegeben: man soll die Lage und Länge der damit zusammen gehörigen perspectivischen Vertiefung *AI* finden. 42 Fig.

Aufl. Man ziehe OP mit AM parallel, so ist OP horizontal, also liegt OP in der Ebene ROg, und P in der Horizontallinie RH. Weil nun der Gesichtsstrahl OM in der Ebene OAM und in eben der Ebene auch OP liegt, P und A aber in der Tafel liegen, so ist AP der Ebene OAM Durchschnitt mit der Tafel, und AP ins unendliche verlängert ist das Bild von AM gleichfalls ins unendliche verlängert. Man setze $TAM = \eta$, so ist $AMN = 90° - \eta = ROP$, und $RP = D \cot \eta$, also $gP = D (\text{tang}\, \alpha + \cot \eta)$. Ferner ist $gI = D \sec \alpha \text{ tang}\, \beta$, also wird $\text{tang.}\, gPI = \frac{gI}{gP} = \frac{\sec \alpha \text{ tang}\, \beta}{\text{tang}\, \alpha + \cot \eta}$. Wenn man nun den Winkel $TAP = \zeta$ setzt, so ist $\zeta = gPI$, und $\text{tang}\, \zeta = \frac{\sec \alpha \text{ tang}\, \beta}{\text{tang}\, \alpha + \cot \eta}$.

Im Dreyeck AWM ist $WAM = \eta$, $AMW = 90° - \eta + \alpha = 90° - (\eta - \alpha)$, also $AMW + WAM = 90° + \alpha$, und $AWM = 180° - (90° + \alpha) = 90° - \alpha$. Das giebt $AW = \frac{\sin AMW}{\sin AWM} . AM$

$. AM = \frac{\text{cof}(\eta - \alpha)}{\text{cof}\,\alpha}$. AM, also AW = (cof η + sin η tang α) AM, und daraus findet man AI = AW sec ζ.

94. §.

42 Fig. Wenn die Stelle A, worin AM die Fundamentallinie trift, durch die Entfernung TA = f gegeben ist; so kann man die zur schrägen Vertiefung AM = L. gehörige perspectivische Vertiefung auf der Tafel nach ihrer Lage und Länge, wenn der Hülfspunct G schon gefunden ist, auf folgende Art zeichnen. Man
43 Fig. nehme RP = D cot η, und ziehe GP. Ferner nehme man TA = f, und ziehe Af mit GP parallel, so ist der Winkel TAf = ζ. Denn er ist = gPG, und man hat gP = D (tang α + cot η), gG = D sec α tang β, also tang gPG = $\frac{\text{sec}\,\alpha\,\text{tang}\,\beta}{\text{tang}\,\alpha + \text{cot}\,\eta}$. Weiter nehme man P$\Delta$ = PO, ziehe GΔ, nehme AB = L auf der Grundlinie von sovielen Fussen, als die Länge der Vertiefung ausmachen sollen, und ziehe die Durchschnittslinie BI mit GΔ parallel, so ist AI die gesuchte Vertiefung.

Es ist nemlich PG = Pg . sec ζ, und Pg = D (cot η + tang α), also PG = D (cot η + tg. α) sec ζ. Ferner ist PΔ = PO = D colec η, also PΔ : PG = colec η : (cot η + tang α) sec ζ = 1 : (cof η + sin η tang α) sec ζ. Wegen der ähnlichen Dreyecke GPΔ und ABI ist PΔ : PG = AB : AI, also AI = AB (cof η + sin η tang α) sec ζ, wie den Schlüssen des vor. §. gemäß ist.

Weil

Weil sich AI bey einerley Winkel η wie AB = L verhält, so sind die perspectivischen Fusse, welche der Vertiefung AI zugehören, wiederum alle gleich lang: welches auch darum nicht anders seyn kann, weil die aus allen Puncten der graden Linie AM (42 Fig.) 42 parallel laufenden Gesichtsstrahlen AI eben so theilen, Fig. als AM getheilt ist. Demnach kann man auf der Grundlinie AB (43 Fig.) in gleiche Ruthen oder 43 Fusse theilen, und durch alle Theilungspuncte mit BI Fig. Parallellinien ziehen, so wird dadurch AI gehörig eingetheilt.

95. §.

Man kann P als den reducirten Vereinigungs- 43 punct der Bilder aller der Parallellinien betrachten, Fig. welche gegen die Tafel unter einerley Winkel η geneigt sind. Eigentlich liegt dieser Vereinigungspunct in GP unendlich weit über P hinaus: indessen hat hier der Punct P in Verbindung mit dem Hülfspunct G einen ähnlichen Nutzen, wie der wirkliche Vereinigungspunct bey den stereographischen Projectionen. Wenn man die Horizontallinie im Verhältniß der Tangenten für denjenigen Halbmesser RO gehörig eintheilt, welchen man gebraucht hat, den Hülfspunct zu finden; so dient selbige für die orthographischen Projectionen als Transporteur, und die orthographisch = perspectivische Zeichnung horizontal liegender Figuren auf der verticalstehenden Tafel, auch überhaupt solcher, deren Ebene die Tafel senkrecht schneidet, ist nunmehro auf ganz ähnliche Regeln mit denjenigen gebracht, nach welchen man stereographische Projectionen zeichnet.

96. §.

96. §.

Am gewöhnlichsten bedient man sich dieser Projectionsart, wenn der ganze Umfang der abzubildenden Sache in Vergleichung mit dem Abstande des Auges sehr klein ist: denn alsdenn sind die Strahlen, welche die Sache ins Auge schickt, beynahe parallel; und weil auf die geringe Abweichung wenig ankommt, so nimmt man sie völlig parallel an. Weil übrigens bey der orthographischen Projection alle scheinbare Verkürzung und Schmählerung wegfällt; so wählt man sie bey Zeichnungen einzelner Gegenstände vornemlich alsdenn, wenn man dabey mehr eine solche Deutlichkeit des Bildes, die alle Theile soviel möglich auseinander gesetzt darstellet, als das völlig natürliche Ansehen des Bildes zur Absicht hat. Daher werden Aufrisse von Maschienen und Gebäuden orthographisch = perspectivisch gezeichnet. Auch braucht man diese Projectionsart bey Festungen und Städten, wenn alles ohne scheinbare Schmählerung ins Auge fallen soll.

97. §.

Wenn ein abzubildender Körper von Rechtecken als Seitenflächen eingeschlossen ist; so entwirft man das Bild desselben gemeiniglich so, daß eine Seitenlinie desselben mit der Grundlinie parallel liege, damit dieselbe, und alle mit ihr parallel laufende Linien ohne weitere Umstände nach dem natürlichen Maaßstabe können ausgemessen werden. Um die Lage des Auges zu bestimmen giebt man sich eben nicht viele Mühe, es wäre denn, daß man mehrere Sachen in bestimmter Lage gegen einander abbilden wollte.

Bey

Bey Abbildung einer einzigen Sache für sich allein ist beynahe alles willkührlich, wie man aus dem Beyspiel des in der 45 Figur gezeichneten viereckten Gefässes abnehmen kann.

Man zieht AD, welches die Seitenlinie ist, die ganz ins Auge fallen soll, mit der Horizontallinie parallel, giebt ihr die gehörige Länge nach dem angenommenen natürlichen Maaßstabe, und nach eben demselben zeichnet man auch die Höhe $Aa = Dd$. Der anliegenden Seitenlinie AB giebt man eine solche Lage, daß sie nicht allein hinlänglich ins Auge falle, sondern auch die obere Oefnung des Gefässes auseinander gesetzt erscheine, und kein zu sehr verzogenes Viereck vorstelle: in solcher Absicht kann der Winkel $ARH = RAL = \zeta$ zwischen 40 und 50 Graden genommen werden. Ferner kann man der Seitenlinie AB ihre Länge ebenfalls nach einem willkührlich gewählten Maaßstabe geben, dessen Abtheilungen eben so groß, grösser oder kleiner seyn können, als die Abtheilungen des für AD gebrauchten Maaßstabes, nachdem man will, daß AB länger oder kürzer und mit AB zugleich die obere Oefnung des Gefässes weiter oder enger erscheinen soll. Ueber dem Parallelogramm ABCD als der Grundfläche werden aus allen Mittelpuncten die perspectivischen Höhen nach dem für AD gebrauchten Maaßstabe insgesammt gleich groß senkrecht aufgerichtet, so giebt sich die obere Oefnung von selbst. 45 Fig.

98. §.

Wenn die Länge des geometrischen Maasses L, und des für AB gebrauchten perspectivischen Maasses $= \lambda$ gesetzt wird, so ist $\lambda = L \cdot \text{tang}\,\alpha \sec\zeta$, und

tang ζ

$\text{tang}\,\zeta = \frac{\text{tang}\,\beta}{\sin\alpha}$: also bestimmt man α und β, wenn man ζ und λ willkührlich annimmt. Durch Zeichnung kann man die Winkel α und β, welche mit den willkührlich angenommenen Grössen ζ und λ zusammen gehören, so finden. Man nehme an, daß A mit dem Hülfspunct G (89. §.) zusammen falle, und ziehe in willkührlicher Höhe über AD die Horizontallinie RH damit parallel, verlängere AD nach L soweit, bis AL im geometrischen Maaß so lang ist, als AB im perspectivischen Maaß, ziehe BL und durch A die Linie AF mit LB parallel: so ist RF der reducirte Abstand des Auges. Man setze Ag und RT auf RH senkrecht, nehme RO = RF = D, und ziehe Og; man nehme ferner $g\omega = g$O und ziehe ωA; so hat man RO$g = \alpha$, $g\omega$A $= \beta$.

99. §.

45 Fig. Will man mehr Sachen in die Zeichnung bringen, die das Auge zugleich mit übersiehet, so kann dabey nichts mehr willkührlich genommen werden, was α und β anders bestimmen würde: man muß vielmehr für alles übrige, was noch in die Zeichnung gebracht werden soll, RH als die Horizontallinie, RT als die erste Verticallinie, A als den Hülfspunct der im 89. §. G hieß, RO als den reducirten Abstand des Auges beybehalten, und die Horizontallinie für diesen Halbmesser in ihre Grade theilen. Hiernächst kann das Gefäß num. 2. an einer gegebenen Stelle und in gegebener Lage gezeichnet werden.

Die Seitenlinie AB desselben schneidet die Tafel in K unter einem Winkel von 70 Graden, und BAD ist ein rechter Winkel: deßwegen laufen AB mit GP, AD

AD mit GΠ parallel. Weiter ist PΩ = PO genommen, und die Durchschnittslinie LB mit GΩ parallel gezogen, um der Seitenlinie AB ihre perspectivische Länge zu geben, wenn AL ihre geometrische Länge ist. Eben so ist ΠΔ = ΠO genommen, und ID mit GΔ parallel gezogen, um die perspectivische Länge AD aus der geometrischen AL zu finden.

100. §.

Wenn das Auge in der ersten Verticalebene steht, so ist $\alpha = 0$, also wird im 93. §. $\text{tang}\,\zeta = \frac{\sec\alpha\,\text{tang}\,\beta}{\text{tang}\,\alpha + \cot\eta} = \frac{\text{tang}\,\beta}{\cot\eta} = \text{tang}\,\beta\,\text{tang}\,\eta$. Wird überdem $\beta = 45°$ angenommen, so hat man $\text{tang}\,\zeta = \text{tang}\,\eta$, also $\zeta = \eta$; mithin im 93. §. ferner AW = AM $\text{col}\,\eta$ und AI = AW $\sec\zeta$ = AM. Bey dieser Voraussetzung verwandelt sich demnach die orthographische Projection einer jeden horizontalliegenden ebenen Figur in einen geometrischen Grundriß, weil die Bilder aller graden Linien mit den Linien selbst einerley Lage und Grösse behalten. Weil überdem auch die verticalen Höhen ihre natürliche Grösse behalten, so ist dies unter allen perspectivischen Entwerfungsarten die leichteste. Man bedient sich derselben wohl, um auf dem Grundrisse einer Stadt oder Festung auch die Häuser und Festungswerke aufzustellen, welches sehr leicht durch verticale Parallellinien geschieht, die aus jedem merkwürdigen Punct der Grundfläche aufgerichtet, und nach dem natürlichen Maaßstabe so hoch gemacht werden, als die abgebildeten Gegenstände sind. Practische Zeichner nennen diese Projectionsart die **Vogel-Perspectiv**; auch wird sie die **Cavalier-Perspectiv** genannt.

Der VIII. Abschnitt.

Die orthographische Projection solcher Figuren, deren Ebene die Tafel schief schneidet.

101. §.

34 Fig. Wenn die Fundamentalebene AB gegen die Tafel CDXS an der Seite, wo B liegt, unter einem spitzen Winkel ψ geneigt, und LΩ ein ins unendlich weit entfernte Auge laufender Gesichtsstrahl ist; so sey aus einem willkührlichen Punct O desselben OR auf die Tafel OG auf AB senkrecht gezogen, mithin OG*t*R die Neigungsebene der Tafel und der Fundamentalebene gegen einander, und R*th* $= \psi$. Wenn ferner die Ebene OGL und die Fundamentalebene AB einander in GL schneiden; so sey O*r* mit G*t*, O*n* mit GL, also die Ebene *r*O*n* mit AB, und ihr Durchschnitt *rn* mit der Tafel mit der Grundlinie CD parallel. Ist alsdenn CL auf CD senkrecht, so ist C*r* ins unendliche verlängert. Das Bild von CL gleichfalls ins unendliche verlängert, und die Bilder aller mit CL parallelen Linien sind mit C*r* parallel.

Man nehme OG*tr* für die erste Verticalebene an, so ist *t*GL $= \alpha$ die Abweichung des Auges von der ersten Verticalebene, und GLO $= \beta$ die optische Höhe des Auges über der Ebene AB.

102. §.

Die Durchschnittslinie GL der Ebene GLO mit der Fundamentalebene, und die Grundlinie der Tafel CD, schneiden einander in E, also ist E*n* die Durchschnitts-

ſchnittslinie der Ebene GLO mit der Tafel. Wenn ferner LN auf AB ſenkrecht iſt, ſo liegt LN in der Ebene GLO, und ſchneidet O*n* in N: auch ſtößt LN mit der Tafel irgendwo in einem Punct S zuſammen, der mit E und *n* in derjenigen graden Linie E*n* liegt, worin die Ebene OGLN und die Tafel einander ſchneiden. Weil nun OG und LN parallel ſind, ſo wird OG auch von E*n* in *q* geſchnitten. Eben der Punct *q* liegt alſo zugleich in der erſten Verticalebene O*Gtr* und in der Tafel, alſo in beyder Durchſchnittslinie *tr*, daß alſo *rt* verlängert durch *q* läuft.

Aus jedem Punct W der auf AB lothrechten Höhe LN läuft ein mit LΩ paralleler Geſichtsſtrahl WΩ ins unendlich weit entfernte Auge, der die Tafel in einem Punct *u* der graden Linie E*u* trift, weil WΩ in der Ebene ΩGLN liegt. Demnach iſt *lu* das Bild von LW, oder *lu* die perſpectiviſche Höhe, welche mit der auf AB lothrechten Höhe zuſammen gehört.

103. §.

Die Lage und Länge der ſenkrechten perſpectiviſchen Vertiefung *Cl* auf der gegen die abzubildende Ebene unter dem Winkel ψ geneigten Tafel zu finden, wenn die Winkel α und β mit der ſenkrechten Vertiefung *CL* = δ gegeben ſind. 34 Fig.

Aufl. Man ziehe GP mit CD parallel, ſo iſt *Ct* = GP = GL ſin α, und GL = OL coſ β, alſo *Ct* = OL coſ β ſin α. Ferner iſt *tr* = OG . coſec ψ, und OG = OL ſin β, alſo *tr* = OL ſin β coſec ψ. Daraus findet man tang *tCr* = $\frac{tr}{Ct} = \frac{\sin\beta \operatorname{cosec}\psi}{\cos\beta \sin\alpha}$

$=$ tang β cosec α cosec ψ, und dieſer Winkel, den ich hier $=\zeta$ ſetze, beſtimmt die Lage der ſenkrechten perſpectiviſchen Vertiefung.

Wenn ferner OG und rt in q zuſammen ſtoſſen, ſo iſt $Rq = D$ tang ψ, $Rr = D$ cot ψ, alſo $rq = D$ (tang ψ + cot ψ). Ueberdem iſt $rn = D$ cosec ψ tang α, alſo tang $rnq = \frac{rq}{rn} = \frac{\text{tang}\,\psi + \cot\psi}{\text{cosec}\,\psi\,\text{tang}\,\alpha} =$ tang CEl. Man multiplicire im Zähler und Nenner mit sin ψ cos ψ, ſo erhält man tang CEl $= \frac{\sin\psi^2 + \cos\psi^2}{\text{tang}\,\alpha\,\cos\psi} = \frac{1}{\text{tang}\,\alpha\,\cos\psi}$. Aber auch tang CE$l$ $= \frac{Cl \,.\, \sin\zeta}{CE - Cl \,.\, \cos\zeta}$, und CE $= \delta$ tang α; alſo tang CEl $= \frac{Cl \,.\, \sin\zeta}{\delta\,\text{tang}\,\alpha - Cl \,.\, \cos\zeta} =$ $\frac{Cl \,.\, \text{tang}\,\zeta}{\delta\,\text{tang}\,\alpha\,\sec\zeta - Cl}$, und beyde Werthe gleich geſetzt geben $\frac{Cl \,.\, \text{tang}\,\zeta}{\delta\,\text{tang}\,\alpha\,\sec\zeta - Cl} = \frac{1}{\text{tang}\,\alpha\,\cos\psi}$. Daraus findet man weiter Ol . tang α tang ζ cos ψ $= \delta$ tang α sec $\zeta - Cl$, mithin $Cl = \frac{\delta\,\text{tang}\,\alpha\,\sec\zeta}{1 + \text{tang}\,\alpha\,\text{tang}\,\zeta\,\cos\psi}$.

104. §.

Aus Cl findet man rl wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke CEl und rnl vermittelſt der Proportion CE : Cl

$: Cl = rn : rl$, oder $\delta \operatorname{tang}\alpha : \frac{\delta \operatorname{tang}\alpha \operatorname{sec}\zeta}{1 + \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\zeta \operatorname{cos}\psi}$ $= D \operatorname{cosec}\psi \operatorname{tang}\alpha : rl$: alſo iſt $rl = \frac{D \operatorname{tang}\alpha \operatorname{sec}\zeta \operatorname{cosec}\psi}{1 + \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\zeta \operatorname{cos}\psi}$. Wird ferner der Winkel $rnl = \xi$ geſetzt, ſo hat man $\operatorname{tang}\xi = \frac{1}{\operatorname{tang}\alpha \operatorname{cos}\psi}$ $= \operatorname{cot}\alpha \operatorname{sec}\psi$, $\operatorname{sec}\xi = \sqrt{(1 + \operatorname{cot}\alpha^2 \operatorname{sec}\psi^2)}$, und $\operatorname{sin}\xi = \frac{\operatorname{tang}\xi}{\operatorname{sec}\xi} = \frac{\operatorname{cot}\alpha \operatorname{sec}\psi}{\sqrt{(1 + \operatorname{cot}\alpha^2 \operatorname{sec}\psi^2)}}$: daraus erhält man im Dreyeck rln ferner $nl = \frac{\operatorname{sin}\zeta}{\operatorname{sin}\xi} . rl$, und die Stelle des mit dem Punct L zuſammen gehörigen Bildes l auf der Tafel iſt durch $rn = D \operatorname{cosec}\psi \operatorname{tang}\alpha$, den Winkel $rnl = \xi$ und $nl = \frac{\operatorname{sin}\zeta}{\operatorname{sin}\xi} . rl$ gegeben. Eben die Länge nl kann auch durch Zeichnung gefunden werden, wenn man über nq ein Dreyeck aus den Seitenlinien $nO = D \operatorname{cosec}\psi \operatorname{sec}\alpha$ und $qO = D \operatorname{sec}\psi$, an nO aber den Winkel $nOl = \beta$ verzeichnet.

105. §.

Auf der Tafel alſo, welche die 44ſte Figur beſonders vorſtellt, ſey R der reducirte Hauptaugenpunct, und rt die erſte durch R laufende Verticallinie. Man nehme $RO = D$ willkührlich an, mache $ROr = 90° - \psi$, und $ROq = \psi$, ſo iſt $Rr = D \operatorname{cot}\psi$ und r der reducirte Augenpunct für die abzubildende Ebene, wodurch man die reducirte Horizontallinie 44 Fig.

rn auf rt senkrecht ziehet. Man nehme $ro = rO = D \operatorname{cosec}\psi$, und mache $ron = \alpha$, so ist $rn = D \operatorname{cosec}\psi \operatorname{tang}\alpha$, und $on = D \operatorname{cosec}\psi \sec\alpha$. Ferner ziehe man nq, setze darauf ein Dreyeck $n\omega q$ aus den Seitenlinien $n\omega = no$ und $q\omega = qO$, und mache $n\omega l = \beta$; so sind alle senkrechte perspectivische Vertiefungen mit lr parallel, und l ist hier ein Hülfspunct, wie es G im 89 §. war.

106. §.

Die Länge der senkrechten Vertiefung $CL = \delta$ (34 Fig.) und ihre Entfernung Δ von der ersten Verticalfläche sind gegeben: man soll die damit zusammengehörige perspectivische Vertiefung auf der Tafel zeichnen.

44 Fig. Aufl. Auf der Fundamentallinie nehme man $tC = \delta$, und ziehe $C\lambda$ mit lr parallel. Auf der Horizontallinie nehme man $r\Delta = ro$, und auf der Fundamentallinie $CD = \delta$, ziehe $l\Delta$ und $D\lambda$ mit $l\Delta$ parallel; so ist $C\lambda$ die gesuchte perspectivische Vertiefung.

Beweis. Wegen der ähnlichen Dreyecke $rl\Delta$ und $D\lambda C$ ist $r\Delta : rl = CD : C\lambda$, und $r\Delta = D\cos\psi$,

also erhält man $1 : \dfrac{\operatorname{tang}\alpha \sec\zeta}{1 + \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\zeta \cos\psi} = \delta : C\lambda$, und $C\lambda = \dfrac{\delta \operatorname{tang}\alpha \sec\zeta}{1 + \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\zeta \cos\psi}$, wie erfodert wird. (104. §.)

107. §.

34 Fig. Wenn LW in L über AB lothrecht steht, und aufwärts verlängert die Tafel in S trift, so ist CS

=

$= \delta \sec\psi$, und man findet diesen Punct durch Zeichnung auf der Tafel so wie es schon im 56. §. gewiesen ist. Wenn also auf der Tafel *l* das Bild desjenigen Puncts in der horizontalen Grundfläche ist, über welchem die perspectivische Höhe steht, so läuft das Bild durch *l* und *q*. Verlängert man überdem *rl* bis an die Fundamentallinie in *c* und Δl nach *d*; so ist *tc* der Abstand des durch *l* abgebildeten Puncts von der ersten Verticalebene, und *cd* desselben Abstand von der Fundamentallinie. Um also den Punct S zu finden, in welchem die durch *ql* abgebildete Höhe an die Tafel stößt, kann man durch *c* eine grade Linie auf der Fundamentallinie senkrecht setzen, welche *qn* in dem gesuchten Punct S schneiden muß. 44 Fig.

Wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke O*lq* und S*l*L (34 Fig.) ist O*q* : SL = *ql* : S*l*, also O*q* + SL : SL = *q*S : S*l*. Weil übrigens alle aus jedem Punct W der Höhe LS ins unendlich entfernte Auge laufende Gesichtsstrahlen parallel sind; so theilen sie S*l* und SL in einerley Verhältniß in W und *n*. Gleiche Ruthen oder Fusse der Höhe LS erscheinen also auch auf der Tafel gleich groß.

108. §.

Diesen Schlüssen gemäß kann man auf der Tafel in der 44sten Figur den Punct *q* als den zweyten Hülfspunct für die perspectivischen Höhen annehmen. Denn alle perspectivische Höhen sind mit *ql* parallel, und *l*S kann man auf folgende Art in perspectivische Ruthen oder Fusse theilen, nach welchen hiernächst alle übrige Höhen gemessen werden. Durch *q* und S ziehe man ein Paar grade Linien *q*Ω, SZ mit der Horizontallinie und Fundamentallinie parallel,

rallel, nehme $q\Omega = qO$, und ziehe Ωl. Wenn alsdenn Ωl und SZ einander in L schneiden; so ist SL im geometrischen Maaß so lang, als die durch lS abgebildete Höhe. Denn man hat $q\Omega$ oder $qO : SL = ql : Sl$, also $qO + SL : SL = qS : Sl$, wie nach dem 107. §. erfodert wird. Demnach theile man SL in geometrische Fusse oder Ruthen, und ziehe durch alle Theilungspuncte grade Linien mit Ll parallel, so theilen diese Sl in gleiche perspectivische Fusse, und man hat den Maaßstab für alle übrige perspectivische Höhen.

109. §.

34 Fig. Die Lage und Länge der schiefen Vertiefung KL in der Fundamentalebene ist gegeben: man soll die Lage und Länge der perspectivischen Vertiefung Kl auf der Tafel finden.

Aufl. Man ziehe Op mit KL parallel, so liegt Op in der mit AB parallelen Ebene Orn und p in der Horizontallinie rn, Kp ist der Ebene $OKLp$ Durchschnitt mit der Tafel, mithin ist Kp ins unendliche verlängert das Bild der gleichfalls ins unendliche verlängerten Vertiefung KL. Man setze $CKL = \eta$, so ist $CLK = 90° - \eta = rOp$, $rp = D\operatorname{cosec}\psi \cot\eta$, und jede perspectivische Vertiefung ist mit lp parallel, die eine solche Vertiefung abbildet, welche die Tafel unter dem Winkel η schneidet. Man setze $rpl = tKl = \zeta$, so ist $\operatorname{tang}\zeta = \frac{rt}{tK + rp}$. Man ziehe Os mit rt und GP mit tC parallel, so ist $rt = OG \operatorname{cosec}\psi$, und $OG = GP \operatorname{cosec}\alpha \operatorname{tang}\beta$, also $rt = GP \operatorname{cosec}\alpha \operatorname{tang}\beta \operatorname{cosec}\psi$. Ueberdem ist $tK = GP + CK$,

+ CK, und CK = CL cot η, so wie $rp = Or \cdot \cot\eta = ts \cdot \cot\eta$, also $tK + rp = GP + (CL + ts)\cot\eta$. Aber $CL + ts = PL + Gs$, und $PL = GP \cot\alpha$, $Gs = OG \cot\psi = GP \operatorname{cosec}\alpha \operatorname{tang}\beta \cot\psi$, also $CL + ts = GP(\cot\alpha + \operatorname{cosec}\alpha \operatorname{tang}\beta \cot\psi)$. Demnach findet man

$$\operatorname{tang}\zeta = \frac{\operatorname{cosec}\alpha \operatorname{tang}\beta \operatorname{cosec}\psi}{1 + \cot\eta\,(\cot\alpha + \operatorname{cosec}\alpha \operatorname{tang}\beta \cot\psi)}.$$

Wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke Opl und lKL ist ferner $Op : KL = pl : Kl$, also $Op + KL : KL = Kp : Kl$, also

$$Kl = \frac{Kp}{Op + KL} \cdot KL = \frac{Kp}{D \operatorname{cosec}\psi \operatorname{cosec}\eta + KL} \cdot KL,$$

oder

$$Kl = \frac{Kp \cdot \sin\eta}{D \operatorname{cosec}\psi + KL \sin\eta} \cdot KL.$$

Weiter findet man $Kp = tr \cdot \operatorname{cosec}\zeta$, $tr = OG \operatorname{cosec}\psi$, und $OG = OL \sin\beta$, also $Kp = OL \sin\beta \operatorname{cosec}\psi \operatorname{cosec}\zeta$. Ueberdem ist $D \operatorname{cosec}\psi + KL \sin\eta = Or + CL$. Wenn aber Os mit rt, und GP mit tC parallel gezogen wird, so hat man $Or + CL = Gs + PL = OL \cos\beta \cos\alpha + OL \sin\beta \cot\psi$; mithin findet man

$$Kl = \frac{\sin\eta \sin\beta \operatorname{cosec}\psi \operatorname{cosec}\zeta}{\cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \cot\psi} \cdot KL.$$

110. §.

Wenn die Stelle K, worin die schräge Vertiefung KL = L (34. Fig.) die Fundamentallinie trift, durch die Entfernung $tK = f$ gegeben ist; so kann 44 Fig.

man die dazu gehörige perſpectiviſche Vertiefung auf der Tafel nach ihrer Lage und Länge, wenn der Hülfspunct *l* ſchon gefunden iſt, wiederum auf folgende Art zeichnen. Man nehme $rp = D \operatorname{cosec} \psi \cot \eta$, und ziehe *lp*. Ferner nehme man $t\mathrm{K} = f$, und ziehe Kλ mit *lp* parallel, ſo iſt der Winkel $t\mathrm{K}\lambda = \zeta$, denn er iſt = *rpl*. Weiter nehme man $p\pi = pa$, ziehe $l\pi$, nehme KP = L auf der Grundlinie von ſo vielen Fuſſen, als die Länge der Vertiefung ausmachen ſollen, und ziehe die Durchſchnittslinie Pλ mit $l\pi$ parallel, ſo iſt Kλ die geſuchte perſpectiviſche Vertiefung.

Der Punct *p* iſt wiederum als der reducirte Vereinigungspunct aller mit Kλ perſpectiviſch parallelen Linien zu betrachten, da eigentlich der wahre Vereinigungspunct unendlich weit entlegen iſt. Wenn man die Horizontallinie im Verhältniß der Tangenten für den Halbmeſſer $or = \mathrm{O}r = D \operatorname{cosec} \psi$, welchen man gebraucht hat, den Hülfspunct zu finden, in Grade eintheilt, ſo dient ſelbige für die orthographiſchen Projectionen ebener gegen die Tafel geneigter Figuren als Transporteur.

III. §.

Soll die orthographiſch perſpectiviſche Zeichnung auf der Tafel von mehrern Figuren in verſchiedenen Ebenen Bilder enthalten; ſo nimmt man eine von dieſen Ebenen für den Haupt-Horizont an. Man
46 behält den einmahl angenommenen Hauptaugenpunct
Fig. R, mit der reducirten Entfernung des Auges RO = D ein für allemahl bey; ſo haben alle mit dem Haupthorizont parallele Ebenen einerley reducirte Gränzlinie, und einerley Hülfspunct G. Wenn alsdenn

das

das Bild Cp der Durchschnittslinie einer Ebene CGM mit dem zwischen pn und CV abgebildeten Horizont durch den Hülfspunct G läuft, und die reducirte Gränzlinie jenes Horizonts in p schneidet, so liegt p zugleich in der reducirten Gränzlinie der Ebene *CGM*. Denn p ist der Punct, worin eine durch die reducirte Stelle des Auges mit der durch Cp abgebildeten parallel gezogene grade Linie die Tafel trift, die Bilder aller mit der durch Cp abgebildeten parallel laufenden graden Linien, mithin auch diejenigen, welche in der Ebene CGM liegen, sind mit Cp parallel.

112. §.

Wenn über Cp eine Ebene *CGBK* auf dem 46
zwischen pn und *CV* abgebildeten Horizont 47
senkrecht steht, und der Punct n in der zum Fig.
Hülfspunct *G* gehörigen reducirten Gränzlinie des Horizonts um 90 Grade von p entfernt ist; so sind die Bilder aller auf der Ebene *CGBK* senkrechten graden Linien mit Gn parallel.

Beweis. Man mag den Haupthorizont, der die Tafel senkrecht schneidet, (46. Fig.) oder einen andern gegen die Tafel geneigten Horizont (47. Fig.) verstehen; so liegt doch allemahl jede auf CGBK senkrechte grade Linie in einer mit dem Horizont parallelen Ebene, die mit demselben einerley reducirte Gränzlinie und einerley Hülfspunct hat. Alle im Horizont liegende auf der durch Cp abgebildeten senkrechte grade Linien, sind auf der Ebene CGBK senkrecht, und ihre Bilder mit Gn parallel, wenn pGn das Bild eines rechten Winkels, und n von p um

90 Grade entfernt ist: mithin sind die Bilder aller übrigen auf CGBK senkrechten graden Linien mit *Gn* parallel.

113. §.

Eine Ebene *CGBK* soll den Horizont in *Cp* senkrecht schneiden: man soll ihre reducirte Gränzlinie finden.

Aufl. Auf der reducirten Gränzlinie des Horizonts zähle man 90 Grade von *p* bis *n*, ziehe *n*R, und setze von *p* auf *n*R die grade Linie *pε* oder EF senkrecht, so ist das die Gränzlinie und *ε* der reducirte Augenpunct.

Beweis. Die gesuchte reducirte Gränzlinie geht durch *p*, (111. §.) und *n* ist der reducirte Vereinigungspunct aller auf CGBK senkrechter Linien; (112. §.) dieser liegt in der zur Ebene CGBK gehörigen Linie des Auges, worin auch R liegt, (108. §.) und auf dieser muß die gesuchte Gränzlinie senkrecht seyn.

47 Fig. Wenn *k* der reducirte Vereinigungspunct aller auf dem Horizont senkrechter grader Linien ist, so muß die Gränzlinie EF durch *k* gehen, und weil *pGk* das Bild eines rechten Winkels ist, so müssen auf der Gränzlinie *pk* zwischen *p* und *k* 90 Grade liegen.

114. §.

46 47 Fig. Eine Ebene *CGM* soll den Horizont unter einem schiefen Winkel ϑ schneiden: man soll ihre reducirte Gränzlinie und ihren Augenpunct finden.

Aufl. Wenn man die im 63. §. vorgetragene Auflösung dieser Aufgabe für den Fall der stereographischen Projection so anwendet, wie es der Natur

der

der orthographischen Projection gemäß ist; so ergeben sich daraus leicht folgende Regeln. Man zähle 90 Grade von *p* nach *n*, ziehe G*n*, und setze GB auf dem Horizont senkrecht; so ist BG*n* die Ebene des Winkels, unter welchen CGM gegen den Horizont geneigt ist. Die reducirte Gränzlinie dieser Neigungsebene BG*n* wird dem vor. §. gemäß gefunden, wenn man von *n* nach *p* wieder 90 Grade zählt, *p*R zieht, und *n*ϱ darauf senkrecht setzt, da dann *n*ϱ durch *k* laufen muß: alsdenn ist ϱ der Ebene BG*n* reducirter Augenpunct. Diese Gränzlinie *n*ϱ oder OQ theile man gehörig ein, zähle von *n* nach *m* soviele Grade, als der Winkel ϑ fassen soll, und ziehe *pm*, so ist das die gesuchte Gränzlinie.

Auch kann man statt dessen von *n* nach *q* soviele Grade zählen, als des Winkels ϑ Ergänzung zu 90 Graden fasset, alsdenn *q*R ziehen, und *pr* darauf senkrecht setzen.

Die Photometrie

mit ihren Anwendungen in der Katoptrik und Dioptrik.

Der I. Abschnitt.

Die ersten Grundlehren der Theorie von Ausmessung der Stärke des Lichts.

1. §.

Was in den optischen Wissenschaften ein strahlender Punct heißt, und bisher als ein geometrischer Punct hat betrachtet werden können, ist eigentlich ein physischer Punct, ein Element einer mit eigenem oder anders woher empfangenen Licht leuchtenden Masse. (4. 5. §. Opt.) Dabey ist es zwar nicht ganz gleichgültig, ob man sich den strahlenden Punct als einen unendlich kleinen Körper, wie etwa ein körperliches Element einer Lichtflamme wäre, oder als eine unendlich kleine leuchtende übrigens aber undurchsichtige Ebene vorstellen will: allemahl aber muß man annehmen, jeder physische Lichtstrahl, oder alles Licht, was von dem leuchtenden Element in einerley gradlinichten Richtung ausfließt, erstrecke sich durch einem gradlinichten prismatischen oder cylindrischen Raum, dessen Querschnitte unendlich kleine Ebenen, nicht

nicht bloß geometrische Puncte sind. Wenn der strahlende Punct für sich leuchtend ist, so schreibt man ihm einen gewissen Glanz zu: und wenn von demjenigen Licht, was derselbe nach allen Seiten umher strahlet, ein Theil auf eine sonst für sich dunkle Fläche fällt; so sagt man, der Punct erleuchte die Fläche.

2. §.

Um den leuchtenden Punct L als um einen Mittelpunct stelle man sich eine Kugelfläche ABEF vor, so treffen alle von L ausgehende Strahlen diese Kugelfläche senkrecht. 48 Fig. **Will man nun *L* als ein körperliches Element einer durchsichtigen Flamme betrachten**, so ist es gleichgültig, unter welcher Figur man sich dasselbe vorstellen will. Wäre es eine unendlich kleine leuchtende Kugel, so würden alle davon ausgehende physische Lichtstrahlen in so fern einen gleichen unendlich kleinen Raum einnehmen, in wie fern die senkrechten Querschnitte aller Strahlen gleich groß seyn würden. Verbindet man damit noch die Voraussetzung, **daß alle Strahlen aus einer Lichtmasse von durchgängig gleicher Dichtigkeit bestehen**, so folgt daraus, daß auf alle Stellen A, B, E, F, wo ein physischer Lichtstrahl die um L angenommene Kugelfläche trift, gleichviel Licht falle. Weil das Element, so wie die ganze Flamme, durchsichtig angenommen wird, so würde diese Folge noch stehen bleiben, wenn man gleich eine andre als die Kugelgestalt des Elements voraussetzte: doch müste man eine vollkommene Durchsichtigkeit der Flamme annehmen. Wofern endlich die physischen Lichtstrahlen um L auch so gleichförmig vertheilt sind,

daß

daß auf gleich groſſe Stücke der Kugelfläche gleichviele Lichtſtrahlen fallen, die vermöge der erſten Vorausſetzung alle einerley für ſich eigene Dichtigkeit haben; ſo iſt über gleiche Stücke dieſer Kugelfläche gleichviele Lichtmaſſe verbreitet, und die ganze Kugelfläche iſt gleichförmig erleuchtet.

3. §.

Wenn dagegen *Ll* eine unendlich kleine leuchtende Ebene iſt, ſo ſind die ſenkrechten Querſchnitte der von L*l* ausgehenden Strahlen nicht alle gleich groß: vielmehr werden dieſe Querſchnitte deſto kleiner, je kleiner der Ausflußwinkel /LS wird, unter welchen der Strahl gegen die leuchtende Ebene geneigt iſt. Man ſtelle ſich die unendlich kleine Ebene L*l* nach allen Seiten erweitert vor, ſo wird dadurch jede um L. als den Mittelpunct beſchriebene Kugelfläche in zwo Halbkugelflächen, wie OQW, OGW, getheilt. Iſt nun die unendlich kleine Ebene L*l* undurchſichtig, und nur auf einer Seite gegen die Halbkugelfläche OQW leuchtend, wie wenn es ein Element der Oberfläche eines für ſich leuchtenden dabey aber undurchſichtigen Körpers wäre; ſo kann das davon ausgehende Licht ſich nur im Raum der Halbkugel OQW ausbreiten. Soll ferner die erſte der vorhin angenommenen Vorausſetzungen ſtehen bleiben, daß alle Strahlen, die ein ſolches Element ausſendet, aus einer Lichtmaſſe von durchgängig gleicher Dichtigkeit beſtehen; ſo kann nicht auf alle Stellen O, K, Q, S, wo dieſe Strahlen die um L angenommene Kugelfläche treffen, gleichviel Licht fallen. Denn jeder dieſer Strahlen, wie LS führt der Stelle S der Kugelfläche,

che, die er trift, desto weniger Lichtmasse zu, je kleiner der Ausflußwinkel ILS ist. Wenn überdem die zweyte Vorausſetzung von der gleichförmigen Vertheilung der Strahlen nach allen Seiten damit verbunden wird, so erhellet, daß über gleiche Stücke der Kugelfläche nicht gleichviele Lichtmasse vertheilt bleibe, mithin die Halbkugelfläche OQW nicht gleichförmig erleuchtet sey.

4. §.

Das Verhältniß des Glanzes zweyer Elemente *L*, *l*, durchsichtiger leuchtender Massen, die wie Lichtflammen nach allen Seiten das davon ausgehende Licht gleichförmig umher strahlen, ist einerley mit dem Verhältniß der eigenen Dichtigkeit des Lichts, welches sie aussenden.

Bey gleicher Grösse ungleich stark glänzender Elemente, ist die von ihnen durch gleiche conische oder pyramidenförmige Räume ausgehende Lichtmenge ihrem Glanz, oder der eigenen Dichtigkeit des von ihnen ausgehenden Lichts proportional: bey gleichem Glanz ungleich grosser Elemente aber verhält sich diese Lichtmenge in gleichen eckenförmigen Räumen, wie die Grösse der Elemente.

Demnach ist das Verhältniß der Lichtmengen, die ungleich grosse und ungleich stark glänzende Elemente durch gleiche conische Räume verbreiten, aus den Verhältnissen des Glanzes und der Grösse der Elemente zusammengesetzt.

Setzt man eine vollkommene Durchsichtigkeit der Flamme voraus; so scheint es keinem Zweifel unterworfen

worfen zu seyn, daß in diesen Sätzen nicht die körperliche Grösse der Elemente solcher Lichtflammen verstanden werden müsse. Wäre dagegen die Flamme undurchsichtig und ihre äussere Fläche nur glänzend; so könnten hier nur Elemente der äussern Fläche verstanden werden. Alsdenn aber dürfte die völlig gleichförmige Ausbreitung des Lichts nach allen Seiten nicht wohl damit bestehen können, (3. §.) da doch der Erfahrung gemäß Lichtflammen sehr gleichförmig das Licht nach allen Seiten umherstrahlen. Auch leidet es keinen Zweifel, daß eine solche Lichtflamme nicht durchsichtig sey: denn man siehet den Docht einer brennenden Kerze sehr deutlich, welchen die Flamme doch von allen Seiten umgiebt: wiewohl man freylich auch keine vollkommene Durchsichtigkeit der Flamme voraussetzen kann.

5. §.

48 Das leuchtende Element L dessen Grösse
49 $= E^3$ und dessen Glanz $= S$ ist, verbreitet
Fig. durch die körperliche Ecke ALB die Lichtmasse $= L$; ein andres leuchtendes Element l, dessen Grösse $= e^3$, und dessen Glanz $= s$ ist, verbreitet im Raum der Ecke ale die Lichtmasse l: man soll das Verhältniß $L : l$ finden.

Aufl. Man nehme die Ecke ALE $= ale$ an, und setze die Lichtmasse $= \lambda$, die das Element L durch den Raum dieser Ecke ALE verbreitet: so ist $L : \lambda =$ ALB : ALE, oder $L : \lambda =$ ABL : ale, weil der Voraussetzung gemäß (2. §.) einerley Element das Licht nach allen Seiten gleichförmig umher strahlet, und ALE $= ale$ ist. Ferner ist $\lambda : l = E^3 . S : e^3 . s$;

(4. §.)

(4. §.) also $L : l = E^3 . S . ALB : e^3 . s . alb$. Ueberdem hat man $ALB : alb = \frac{AB}{AL^2} : \frac{ae}{al^2}$, (19. §. Opt.) also $L : l = \frac{E^3 . S . AB}{AL^2} : \frac{e^3 . s . ae}{al^2}$.

6. §.

Wenn l diejenige Lichtmasse ist, welche das leuchtende Element l nach allen Seiten umherstrahlet; so hat man $ae = 4\pi . al^2$: mithin $L = \frac{E^3 . S . AB}{4\pi . e^3 . s . AL^2} . l$. Man nehme diejenige Lichtmasse $= 1$ an, um damit jede andre Lichtmenge zu vergleichen, welche ein leuchtender Körper, wie eine durchsichtige Lichtflamme, dessen Glanz s man $= 1$ gesetzt hat, wenn seine Grösse $e^3 = 1$ wäre, nach allen Seiten umher strahlen würde; so muß in der gefundenen Formul $l = 1$ seyn, wenn $s = 1$, und $e^3 = 1$ ist, und man hat $L = \frac{E^3 . S . AB}{4\pi . AL^2}$.

7. §.

Diejenige Lichtmenge sey $= \Lambda$, welche ein leuchtender Körper, dessen Grösse $= E^3$, und dessen Glanz $= S$ ist, nach allen Seiten umherstrahlet, so hat man $\Lambda = E^3 . S$, und das giebt $S = \frac{\Lambda}{E^3}$. Wäre die Grösse eines andern eben so starck glänzenden Körpers $= 1$, und diejenige Lichtmenge $= \lambda$, die derselbe nach allen Seiten umher ausbreitet; so hätte

man $\Lambda : \lambda = E^3 : 1$, (4. §.) also $\lambda = \frac{\Lambda}{E^3}$, mithin auch $\lambda = S$. Für den Glanz eines leuchtenden Elements, oder die eigene Dichtigkeit des Lichts, welches dasselbe nach allen Seiten umher strahlet, hat man demnach ein bestimmtes Maaß, wenn man diejenige Lichtmenge dafür annimmt, welche eine eben so stark glänzende Flamme nach allen Seiten umherstrahlen würde, wenn ihre Grösse = 1 wäre.

8. §.

48 Fig. Ein Paar Stücke AB, GH, zwischen den Gränzen einer und eben derselben Ecke, von solchen Kugelflächen, die zu verschiedenen Halbmessern gehören, fangen gleichviel Licht auf, obgleich die Fläche GH $>$ AB ist, wenn GH zum grössern Halbmesser gehört. Jedes dieser Kugelstücke ist zwar für sich gleichförmig erleuchtet: weil man aber die erleuchtete Fläche, in wiefern sich das Licht darüber gleichförmig vertheilt, als den Raum betrachten muß, durch welchen das Licht verbreitet ist; so erhellet, daß über AB das Licht dichter beysammen sey, als über GH, weil AB $<$ GH ist, mithin einerley Lichtmasse über AB in einem kleinern Raum, über GH aber in einem grössern Raum gleichförmig vertheilt sey.

Von dieser Dichtigkeit des über einer Fläche gleichförmig verbreiteten Lichts hat man einen bestimmten Begriff, wenn man weiß, wie viel Licht über ein solches Stück der Fläche verbreitet ist, das man = 1 gesetzt hat: demnach wird die Dichtigkeit des Lichts, in wiefern es eine Fläche gleichförmig erleuchtet, aus der Grösse der Fläche und der darüber vertheilten Lichtmenge eben so gefunden, wie man sonst

sonst die Dichtigkeit einer durch ihren Raum gleichförmig vertheilten Masse findet, wenn die Menge der Masse, und die Grösse des Raums gegeben sind. Der Quadratinhalt der Fläche sey = Q, die Menge des darüber gleichförmig vertheilten Lichts = L, die Dichtigkeit des Lichts = D, so ist $D = \frac{L}{Q}$, und L = Q . D.

9. §.

Wenn ein leuchtendes Element, dessen Grösse = E^3, und dessen Glanz = S ist, auf das Stück AB der Kugelfläche ABEF die Lichtmenge L wirft; so ist $L = \frac{E^3 . S . AB}{4\pi AL^2}$, (6. §.) mithin die Dichtigkeit des über AB verbreiteten Lichts $D = \frac{E^3 . S}{4\pi AL^2}$. Vergleicht man Lichtmengen, die von gleich grossen Puncten ausgehen so verhält sich L wie $\frac{S . AB}{LA^2}$, und D wie $\frac{S}{AL^2}$.

10. §.

Ein leuchtendes Element *L*, dessen Grösse = E^3 angenommen ist, wirft sein Licht auf eine Ebene *CD*: man soll die Menge und Dichtigkeit des Lichts finden, das ein Element dieser Ebene an einer gegebenen Stelle auffängt. 48 Fig.

Aufl. Es sey LE auf der Ebene CD senkrecht, und mit dem Halbmesser LE sey eine Kugelfläche be-

schrieben, so wird sie die Ebene in E berühren, und das Element E*e* der Ebene CD kann zugleich als ein Element der Kugelfläche betrachtet werden: mithin ist die Lichtmenge, welche das Element E*e* auffängt, $= \frac{E^3 . Ee . S}{4\pi . LE^2}$, und die Dichtigkeit des darüber verbreiteten Lichts $= \frac{E^3 . S}{4\pi LE^2}$. Ferner sey P*p* ein andres Element der Ebene CD, und durch P sey eine neue Ebene auf LP senkrecht gesetzt, wovon das Element Pπ zwischen der die Ecke PL*p* umgebenden Gränze liegt: so kann P*p* nur soviel Licht auffangen, als Pπ auffangen würde, und Pπ kann als ein Element einer mit dem Halbmesser LP beschriebenen Kugelfläche angesehen werden. Demnach ist die Lichtmenge, welche P*p* auffängt, $= \frac{E^3 . P\pi . S}{4\pi LP^2}$.

Weil nun E*e*, P*p*, nur als Elemente der Ebene CD betrachtet werden, so sind alle Strahlen die ein solches Element auffängt unter sich parallel, sie treffen das Element unter einerley **Einfallswinkel** wie LPC, und die auf das Element P*p* fallende Lichtmenge ist darüber gleichförmig vertheilt: mithin findet man die Dichtigkeit des über P*p* verbreiteten Lichts $D = \frac{E^3 . P\pi . S}{4\pi . Pp . LP^2}$. (8. §.) Alle auf P*p* fallende Strahlen sind überdem in dem Raum eines schiefen Prisma enthalten, für dessen Grundfläche man P*p* annehmen kann, und Pπ ist ein auf den Seitenlinien dieses Prisma senkrechter Schnitt. Demnach hat man $Pp : P\pi = \sin . \text{tot} : \sin LPC$, (305. §. Geom.)

Geom.) und das giebt $D = \frac{E^3 . S . \sin LPC}{4\pi . LP^2}$: mithin die auffallende Lichtmenge $L = \frac{E^3 . Pp . S . \sin LPC}{4\pi . LP^2}$.

11. §.

Je mehr Licht auf einerley Fläche gleichförmig vertheilt ist, desto stärker ist die Fläche erleuchtet, und man hat einen bestimmten Begriff von der Grösse der Erleuchtung, welche auf eine gleichförmig erleuchtete Fläche fällt, wenn man weiß, wie groß die Lichtmenge sey, die über ein Stück der Fläche, das man $= 1^2$ gesetzt hat, verbreitet ist, oder bey eben der Erleuchtung über einer Fläche von der Grösse $= 1^2$ verbreitet seyn würde. Die ganze Fläche sey $= Q$, die darüber gleichförmig vertheilte Lichtmenge $= L$, und diejenige Lichtmenge $= \lambda$, die bey eben der Erleuchtung über einer Fläche, deren Grösse $= 1^2$ ist verbreitet seyn würde; so ist $Q : 1^2 = L : \lambda$, also $\lambda = \frac{L}{Q}$. Demnach hat man für die Grösse der Erleuchtung einer Fläche, und für die Dichtigkeit des darüber verbreiteten Lichts, einerley Maaß.

Wenn ein leuchtendes Element L, dessen Glanz $= S$ und Grösse $= E^3$ ist, eine in P, befindliche unendlich kleine Ebene Pp erleuchtet, so ist die Grösse der Erleuchtung welche Pp empfängt, $= \frac{E^3 . S . \sin LPC}{4\pi\, LP^2}$, und die auffallende Lichtmen- 48 Fig.

ge wird gefunden, wenn man die Gröſſe der Erleuchtung, mit dem Quadratinhalt der erleuchteten Fläche multipliciret. Wenn die unendlich kleine Ebene in eben der Entfernung LP das Licht senkrecht auffienge, so wäre die senkrechte **Erleuchtung** $= \frac{E^3 . S}{4\pi . LP^2}$, und diese **verhält sich, wenn alles übrige einerley ist, zur schiefen Erleuchtung, wie der ganze Sinus zum Sinus des Einfallswinkels.**

12. §.

Wenn die Flamme einer angezündeten Kerze oder Lampe ihr Licht umher strahlet, so gelten die bewiesenen Sätze nur für jeden einzelnen Punct oder eigentlich für jedes einzelne körperliche Element der Flamme: und wenn man die von ihr herrührende Erleuchtung einer Fläche suchen wollte, so müste man für jeden Punct, oder für jedes Element der Flamme die Rechnung besonders anstellen. Die Summe der Erleuchtungen, welche von allen Elementen zusammen herrühren, wäre alsdenn die gesuchte Erleuchtung. Für jedes Element der erleuchteten Ebene würde jeder Punct der Lichtflamme einen andern Abstand, und die von demselben ausgehenden Strahlen einen andern Einfallswinkel haben. Weil indessen die Lichtflamme nie sonderlich groß ist, so kann man sie selbst als einen physischen Punct betrachten; oder, welches einerley ist, man kann die Rechnung so anstellen, als wenn alle Elemente der Flamme etwa in ihrer Mitte in einem einzigen Punct beysammen wären. Dies heißt annehmen, daß alle Elemente der Flamme von einerley Element der erleuch-

leuchteten Fläche gleich weit entfernt sind, und die von jedem Element der Flamme auf einerley Element der erleuchteten Fläche fallenden Strahlen gegen dasselbe unter einerley Einfallswinkel geneigt sind. Beydes kommt der Wahrheit desto näher, je kleiner die Flamme selbst, und je weiter sie von der erleuchteten Fläche entfernt ist. Wenn man hiebey annimmt, daß eine solche Flamme ihr Licht nach allen Seiten gleichförmig umher strahle, so hat solches seinen Grund in der Durchsichtigkeit der Flamme, weßwegen auch die innern Theile durchscheinen, und solchergestalt die umher strahlende Lichtmenge vermehren können.

13. §.

Wenn das Element *Ll* eine unendlich kleine undurchsichtige nur auf einer Seite leuchtende Ebene ist; so verhält sich die Lichtmenge, welche vermittelst des senkrechten Strahls *LlqQ* davon ausgehet, zur Lichtmenge, die vermittelst eines andern gegen die Ebene geneigten Strahls *LlsS* davon ausgehet, wie der ganze Sinus zum Sinus des Ausflußwinkels. 48 Fig.

Beweis. Alles Licht, was von *Ll* in einerley gradlinichten Richtung ausgehet, ist innerhalb der Gränzen einer prismatischen Fläche *LlSs* enthalten, und zwischen eben diesen Gränzen liegt das unendlich kleine Stück *Ss* der das Element *Ll* umgebenden Kugelfläche. Durch *l* sey eine Ebene gelegt, die auf *LS* senkrecht ist, und *lλ* sey der senkrechte Schnitt des physischen Lichtstrahls *LlsS*. Wenn alsdenn zwischen der Gränze des senkrechten Strahls das Element *Qq* der Kugelfläche liegt; so ist $Qq = Ll$, $Ss = l\lambda$, und

$Ll : l\lambda = \sin . tot : \sin lLS$ (305. §. Geom.) Weil nun die Dichtigkeit des Lichts für alle Strahlen gleich groß angenommen wird, so ist das Verhältniß der Lichtmengen, die vermittelst des senkrechten, und unter dem Winkel lLS ausgehenden Strahls der Kugelfläche zugeführet werden, $= Qq : Ss = Ll : l\lambda = 1 : \sin lLS$.

14. §.

48 Fig. Die gesammte Lichtmenge, welche die unendlich kleine leuchtende Ebene *Ll* in dem Raum der Halbkugel *OQW* nach allen Seiten verbreitet, verhält sich zur Lichtmenge, die auf ein solches Segment *KQS* der Halbkugel fällt, dessen Grundfläche mit der Ebene *Ll* parallel ist, wie der gröste Kreis der Kugel zur Grundfläche des Segments *KQS*.

Beweis. Es sey $QR = \omega^2$ dasjenige Element der erleuchteten Halbkugelfläche in ihrem Pol, worauf das Licht senkrecht fällt, und die darauf fallende Lichtmenge sey $= \lambda$ die gesammte Lichtmenge aber, welche *Ll* nach allen Seiten umher strahlet, sey $= \Lambda$. Ferner sey in S ein andres eben so grosses Element der Halbkugelfläche befindlich, welches vom Pol Q um den Bogen QS entfernt ist, wozu am Mittelpunct der Winkel $QLS = \alpha$ gehört, und auf dasselbe falle die Lichtmenge l: so ist $l = \lambda . \sin lLS$ (13. §.) $= \lambda \operatorname{col} \alpha$. Man setze den Halbmesser $LQ = r$, so ist die Halbkugelfläche $= 2\pi r^2$. Wenn nun die Halbkugelfläche gleichförmig und überall eben so stark als das Element QR erleuchtet wäre; so hätte man $\omega^2 : 2\pi r^2 = \lambda : \Lambda$, und $\Lambda = \frac{2\pi r^2 . \lambda}{\omega^2}$. Weil aber

auf

auf gleiche Elemente der Kugelfläche immer weniger Licht fällt, je weiter sie vom Pol entfernt sind; so ist $\Lambda < \frac{2\pi r^2 . \lambda}{\omega^2}$. Demnach setze man $\Lambda = \frac{2n\pi r^2 . \lambda}{\omega^2}$, so ist n ein ächter Bruch, und man hat $\lambda = \frac{\omega^2 . \Lambda}{2n\pi r^2}$, also $l = \frac{\omega^2 . \Lambda \cos\alpha}{2n\pi r^2}$.

Der Quadrant WQ welcher zum Halbkreise OQW, als dem Schnitt der Halbkugel durch die Axe LQ gehört, sey von W nach Q in gleich grosse und dabey sehr kleine Bogen getheilt, wovon ST einen vorstellet; durch jeden Theilungspunct S, T, sey die Ebene eines zur Axe LQ gehörigen Parallelkreises gelegt, und dadurch die Halbkugelfläche in Zonen getheilt, deren Höhen sehr klein sind. Auf dem durch S geführten Parallelkreise nehme man $SZ = \frac{\omega^2}{ST}$, so stellt das sehr kleine Viereck zwischen den Seitenlinien ST, SZ, ein gradlinichtes Rechteck vor, weil die Bogen ST, SZ, so klein angenommen werden, daß ihre Krümme noch nicht merklich ist, und man hat $\omega^2 = ST \times SZ$, mithin $l = \frac{ST . SZ . \Lambda \cos\alpha}{2n\pi r^2}$. Wenn nun SY auf TV senkrecht ist; so ist SY die Höhe der Zone zwischen den Parallelkreisen durch S und T, diese ganze Zone ist gleichförmig erleuchtet, und ihre Fläche ist $= \pi . ST . (\frac{1}{2}KS + \frac{1}{2}VT)$ (386 §. Geom.) Hier aber sind KS und VT nicht merklich verschieden, also ist eben die Fläche $= \pi . ST . KS = 2\pi . ST . r \sin\alpha$. Bey gleichförmiger Erleuchtung sind die

Lichtmengen, welche verſchiedene Flächen auffangen, den Flächen ſelbſt proportional; mithin fällt auf die Zone zwiſchen KS und TV die Lichtmenge

$\frac{2\pi . ST . r \sin\alpha}{ST . SZ} . l = \frac{ST . \Lambda . \sin\alpha \cos\alpha}{nr}$. Weil nun der Winkel $OLS = LSY = \alpha$ iſt, ſo hat man $TSY = 90° - \alpha$, und $ST \cos\alpha = TY$. Das giebt die gefundene Lichtmenge $= \frac{TY . \Lambda \sin\alpha}{nr} =$

$\frac{2\pi . TY . r \sin\alpha}{2n\pi r^2} . \Lambda = \frac{2\pi . XY . TY}{2n\pi r^2} . \Lambda$.

Der Zähler dieſes Bruchs giebt die Fläche des Ringes zwiſchen den mit den Halbmeſſer XY und XT aus dem Mittelpunct X beſchriebenen Kreiſen, und man kann dieſen Ring als die Grundfläche der Zone betrachten: mithin hat man die Lichtmenge, welche auf jede von den Zonen fällt, die zum Segment VQT gehören, wenn man die Lichtmenge Λ mit einem Bruch multipliciret, deſſen Zähler die zu dieſer Zone gehörige ringförmige Grundfläche, und deſſen Nenner die unveränderliche Gröſſe $2n\pi r^2$ iſt. Die Lichtmenge, welche auf das ganze Segment VQT fällt, iſt die Summe der Lichtmengen, welche alle dazu gehörige Zonen auffangen, und die Brüche, welche dieſe Lichtmengen ausdrücken, haben alle einerley Nenner: alſo darf man nur ihre Zähler ſummiren, um die ganze auf das Segment VQT fallende Lichtmenge zu finden. Die Summe aller Zähler iſt die Summe aller ringförmigen Grundflächen der Zonen, worin das Segment VQT eingetheilt iſt, dieſe zuſammen machen den Kreis VT als die Grundfläche

fläche des Segments VQT aus, und dieses Kreises Fläche ist $= \pi r^2 \sin\alpha^2$. Wenn demnach die auf dieses Segment fallende Lichtmenge $= L$ gesetzt wird, so erhält man $L = \frac{\pi r^2 \sin\alpha^2}{2n\pi r^2} . \Lambda = \frac{\Lambda \sin\alpha^2}{2n}$.

Eben dieser Ausdruck muß die gesammte Lichtmenge Λ geben, welche die Halbkugel OQW empfängt, wenn man $\alpha = 90°$ setzt, mithin muß $L = \Lambda$ seyn, wenn $\sin\alpha = 1$ ist. Das giebt $\Lambda = \frac{\Lambda}{2n}$, also $2n = 1$, und $n = \frac{1}{2}$, mithin $L = \Lambda \sin\alpha^2$, und man erhält die Proportion $\Lambda : L = 1 : \sin\alpha^2 = r^2 : r^2 \sin\alpha^2 =$ Kreis OW : Kreise VT.

15. §.

Das Licht, was eine Lichtflamme oder auch die glänzende Oberfläche eines sonst für sich leuchtenden Körpers einer für sich dunklen Fläche zuschickt, erleuchtet die Fläche; das heißt: es ist die Ursache, welche macht, daß die Fläche sichtbar, hell wird. So verstanden beziehet sich das Wort: erleuchten, auf die Flamme, oder die glänzende Fläche, wovon das Licht herkommt. Der erleuchteten Fläche schreibt man eine gewisse Helligkeit oder Klarheit zu, welche als die Wirkung der darauf fallenden Erleuchtung anzusehen ist. Wäre also L*l* eine unendlich kleine für sich dunkle, aber anderswoher erleuchtete Ebene, so 48 Fig. strahlt wenigstens ein Theil des auffallenden Lichts den im 3 §. angenommenen Gesetzen gemäß in gradlinichten Richtungen nach allen Seiten völlig eben so zurück, wie sich das Licht in gradlinichten physischen Strahlen verbreiten würde, wenn L*l* für sich leuchtend wäre. Diese so zurück gehenden Lichtstrahlen

haben

haben alle einerley eigene Dichtigkeit, und ihre Ausbreitung ist zwar in soweit gleichförmig, daß auf gleiche Elemente der Halbkugelfläche OQW gleichviele Lichtstrahlen fallen: nur führen nicht alle Strahlen den Stellen der Halbkugelfläche, die sie treffen, gleichviele Lichtmasse zu, sondern die Ausbreitung des Lichts richtet sich ebenfalls nach den im 13 ten und 14 ten §. festgesetzten Gesetzen.

16. §.

Wenn das Element *Ll* für sich leuchtend ist, so ist die eigene Dichtigkeit des davon ausgehenden Lichts das **Maaß des Glanzes**: wenn demnach *Ll* mit fremden Licht erleuchtet ist, so ist die eigene Dichtigkeit des nach allen Seiten umher zurück gehenden Lichts das **Maaß der Klarheit** der Ebene *Ll*. So läßt sich die **Klarheit** der erleuchteten Fläche als **ein entlehnter Glanz** betrachten. Für zwey verschiedene leuchtende Elemente ist **das Verhältniß der eigenen Dichtigkeiten der davon ausgehenden Strahlen zugleich das Verhältniß des Glanzes der Elemente**, es mag eigener oder entlehnter Glanz seyn.

Nach diesen Gesetzen strahlt wenigstens ein Theil des auffallenden Lichts allemahl von der Oberfläche eines dunklen Körpers zurück: und wenn gleich Spiegelflächen einen grossen Theil des auffallenden Lichts nach andern Gesetzen zurück werfen, so strahlt doch der übrige Theil ebenfalls nach den hier angenommenen Gesetzen umher. Hier setze ich die Spiegelflächen noch beyseite, und verstehe allemahl die Fläche einer unpolirten Masse, wenn von einer dunklen Fläche die Rede ist, die das auffallende Licht wenigstens zum Theil wieder nach allen Seiten umher strahlet.

17. §.

17. §.

Sind zwey leuchtende Elemente gleich groß, so ist das Verhältniß der eigenen Dichtigkeiten der von jedem Element für sich ausgehenden Lichtstrahlen zugleich das Verhältniß der Lichtmassen, die jedes Element für sich in dem Raum einer Halbkugel ausbreitet. Wenn nemlich die von *L l* ausgehenden Lichtstrahlen *n*mahl dichter würden, so ist für sich klar, daß die in dem ganzen Raum der Halbkugel umher strahlende Lichtmasse *n*mahl grösser würde. Wenn dagegen ungleich grosse Elemente einen gleichen Glanz haben, so ist das Verhältniß der Lichtmassen, die jedes Element für sich in dem Raum einer Halbkugel umher strahlet, einerley mit dem Verhältniß der Grösse der Elemente. **Demnach ist das Verhältniß der Lichtmassen, die ungleich grosse Elemente bey ungleichem Glanz nach allen Seiten ausbreiten, zusammen gesetzt, aus den Verhältnissen des Glanzes und der Grösse der Elemente.**

18. §.

Wenn gleich grosse Element einer leuchtenden Fläche, die ihre bestimmte Grösse hat, gleichviele Lichtmasse nach allen Seiten ausbreiten, so haben sie alle einerley Glanz, oder die ganze Fläche hat einen gleichförmigen Glanz. Man setze den Quadratinhalt einer solchen Fläche $= Q$, die gesammte Lichtmasse, welche diese ganze Fläche nach allen Seiten ausbreitet, $= \Lambda$. Ferner sey s diejenige Lichtmenge, welche eine in allen Elementen eben so starck glänzende Fläche nach allen Seiten ausbreiten würde, wenn ihr Flächen-Inhalt $= 1$ wäre; so ist $Q : 1 = \Lambda : s$, also

also $s = \frac{\Lambda}{Q}$, und $\Lambda = s \cdot Q$. Demnach ist die Lichtmasse $s = \frac{\Lambda}{Q}$ das Maaß des Glanzes der Fläche. (17. §.)

48 Fig. Jede unendlich kleine leuchtende Ebene Ll kann als gleichförmig glänzend angenommen werden. Wenn also Λ die Lichtmasse ist, die sie nach allen Seiten in den Raum einer Halbkugel ausbreitet, und s ihr Glanz in dem eben erklärten Verstande; so hat man $s = \frac{\Lambda}{Ll}$, und $\Lambda = Ll \cdot s$.

Was hier mit s bezeichnet ist, heißt beym H. Bouguer (Traité d' Optique sur la gradation de la lumiere Liv. I. Sect. I. Art. VIII.) intensité de la lumiere, und was hier mit Λ bezeichnet ist, quantité totale de la lumiere.

Diejenige Lichtmenge sey $= L$, welche die sehr kleine leuchtende Ebene Ll auf das Kugelsegment MAN wirft, dessen Axe LA auf Ll senkrecht ist: so hat man auch $L = s \cdot Ll \cdot (\sin ALM)^2$. (14 §.)

19. §.

50 Fig. Die unendlich kleine Ebene Ll wirft ihr Licht auf eine Ebene DE: man sucht die Erleuchtung eines Elements, dessen Stelle auf dieser Ebene gegeben ist.

Aufl. Es sey LM auf DE senkrecht, und Mm ein Element der Ebene DE, worauf das Licht senkrecht fällt. Ferner sey mit dem Halbmesser LM um L diejenige Halbkugelfläche BAC beschrieben, worin

das

das von L*l* kommende Licht ſich ausbreitet, ſo iſt M*m* zugleich ein Element dieſer Kugelfläche worauf den Schlüſſen des 14. §. gemäß die Lichtmenge

$l = \frac{Mm \cdot \Lambda \cos\alpha}{2n\pi r^2}$ fällt. Daſelbſt war α die Ergänzung des Ausflußwinkels zu 90° und $n = \frac{1}{2}$, mithin iſt hier $\cos\alpha = \sin CLM$, und $l = \frac{Mm \cdot \Lambda \cdot \sin CLM}{\pi \cdot LM^2}$. Ferner ſey indem vorhin erklärten Verſtande der Glanz der unendlich kleinen Ebene $= s$, ſo iſt $\Lambda = s \cdot Ll$, (18. §.) alſo

$l = \frac{s \cdot Mm \cdot Ll \cdot \sin CLM}{\pi \cdot LM^2}$, und auf M*m* fällt die ſenkrechte Erleuchtung $= \frac{s \cdot Ll \cdot \sin CLM}{\pi \cdot LM^2}$.

Für ein andres Element P*p*, deſſen Entfernung von M durch MP gegeben iſt, hat man den Ausflußwinkel CLP. Wenn alsdenn mit dem Halbmeſſer LP um L eine Kugelfläche beſchrieben wird, wovon das Element Pπ zwiſchen den Gränzen des Raums L*l*P*p* liegt, worin die geſammte von L*l* auf P*p* fallende Lichtmaſſe enthalten iſt; ſo erhellet, daß P*p* eben ſoviel Licht auffängt, als Pπ auffangen würde. Demnach iſt die über P*p* verbreitete Lichtmenge

$= \frac{s \cdot P\pi \cdot Ll \cdot \sin CLP}{\pi\, LP^2}$, oder eben dieſe Lichtmenge

$= \frac{s \cdot Ll \cdot Pp \sin LPD \cdot \sin CLP}{\pi \cdot LP^2}$, weil $P\pi = Pp \sin LPD$ gefunden wird: (305. §. Geom.) mithin iſt

ist die auf P*p* fallende Erleuchtung

$$= \frac{s \,.\, Ll \,.\, \sin LPD \sin CLP}{\pi \,.\, LP^2}.$$

20. §.

Die scheinbare Grösse des leuchtenden Ele-
50 Fig. ments L*l* aus M gesehen ist $= \frac{l\lambda}{LM^2} = \frac{Ll \,.\, \sin CLM}{LM^2}$,
(21. §. Opt.) also ist die senkrechte Erleuchtung dem Product dieser scheinbaren Grösse in den Glanz des leuchtenden Elements proportional. In dem Fall, wenn das erleuchtete Element wie P*p* das Licht schief auffängt, muß das erwehnte Product noch mit dem Sinus des Einfallswinkels multiplicirt werden.

Diesemnach ist bey einerley Glanz, einerley Einfallswinkel, und einerley scheinbaren Grösse des leuchtenden Elements, aus der Stelle des erleuchteten Elements gesehen, die Erleuchtung einerley: mithin auch die Lichtmenge, wenn die Grösse des erleuchteten Elements einerley ist.

Die scheinbare Grösse des erleuchteten Elements P*p* aus L gesehen ist $= \frac{P\pi}{LP^2} = \frac{Pp \sin LPD}{LP^2}$; (21. §. Opt.) also ist die auf P*p* fallende Lichtmenge dem Product dieser scheinbaren Grösse des erleuchteten aus der Stelle des leuchtenden Elements gesehen, in den Sinus des Ausflußwinkels, den Flächen Inhalt und Glanz des leuchtenden Elements proportional. Bey einerley scheinbaren Grösse des erleuchteten Elements aus der Stelle des leuchtenden Elements gesehen, und

einerley Ausflußwinkel, ist also die auffallende Lichtmenge einerley, wenn auch die Grösse des leuchtenden Elements nebst dem Glanz desselben einerley ist.

21. §.

Von zwoen unendlich kleinen gleich stark glänzenden Ebenen *Ll*, *Pp*, schickt jede der andern einerley Lichtmenge zu, es mag die eine oder die andere als leuchtend angenommen werden. 50 Fig.

Beweis. In beyden Fällen, es mag *Ll* oder *Pp* die leuchtende Fläche seyn, wirft eine Fläche auf die andere die Lichtmenge $= \frac{s.Ll.\sin CLP.Pp.\sin LPD}{\pi.LP^2}$, weil sich nur die Einfalls- und Ausflußwinkel verwechseln. Demnach ist die Lichtmenge, welche eine Ebene der andern zuschickt, in beyden Fällen einerley.

In dem besondern Fall, wenn beyde unendlich kleine Ebenen gleich groß sind, ist auch die Erleuchtung einerley, es mag die eine oder die andere Ebene die leuchtende seyn: widrigenfalls verhält sich die Erleuchtung, wie die erleuchtende Fläche.

22. §.

Wenn eine in allen ihren Elementen gleich stark glänzende ebene oder krumme Fläche *AGB* von endlicher Grösse die unendlich kleine Ebene *Mm* erleuchtet; so ist die Erleuchtung, welche *Mm* empfängt, eben so groß, als sie seyn würde, wenn zwischen den Gränzen des auffallenden Strahlenkegels *AMB* eine andre eben so stark glänzende Fläche 51 Fig.

HOK befindlich wäre, die ihr Licht nach *Mm* schickte.

Beweis. Es sey *Ll* ein Element der leuchtenden Fläche AGB, so ist zwischen den Gränzen der auf *Mm* fallenden Strahlenpyramide *LMl* ein Element *Qq* der Fläche HOK enthalten, und beyde Elemente *Ll*, *Qq*, haben einerley scheinbare Grösse aus M gesehen: auch würde das Licht von *Qq* auf *Mm* unter eben dem Winkel fallen, unter welchem es von *Ll* auffällt. Mithin würde *Mm* von *Qq* so stark erleuchtet seyn, als von *Ll*, und von *Qq* eben so viel Licht als von *Ll* empfangen. (20. §.) Wäre aber die ganze Fläche AGB in unendlich kleine Elemente, wie *Ll* getheilt; so würden die von allen diesen Elementen auf *Mm* fallenden Strahlenpyramiden die Fläche HOK in eben soviele Elemente theilen: jedes Element in AGB würde mit dem dazu gehörigen Element in HOK einerley aus M gesehene scheinbare Grösse haben, der Einfallswinkel würde für jede zwey dergleichen zusammen gehörige Elemente einerley seyn, und jedes Element in HOK würde eben soviel Licht, als das in AGB damit zusammen gehörige nach *Mm* werfen. Die Summe aller Elemente in HOK, oder die ganze Fläche HOK, würde also auf *Mm* eben soviel Licht werfen, als die Summe aller Elementen der Fläche AGB, oder die ganze Fläche AGB selbst auf *Mm* wirft, und die Erleuchtung würde in beyden Fällen gleich groß seyn.

23. §.

51 Fig. Wenn die unendlich kleine Ebene *Mm* leuchtend ist, und ihr Licht auf eine Fläche *AGB* von willkührlicher Gestalt und Grösse wirft;

wirft; so fängt *AGB* eine eben so grosse Lichtmenge auf, als jede andre Fläche *HOK* zwischen den Gränzen des von *Mm* auf *AGB* fallenden Lichtkegels auffangen würde.

Beweis. Es sey nun L*l* ein Element der erleuchteten Fläche AGB, und zwischen den Gränzen der auffallenden Strahlenpyramide LM*l* sey das Element Q*q* der Fläche HOK enthalten; so haben die Elemente L*l*, Q*q*, einerley scheinbare Grösse aus M gesehen, und für beyde ist der Ausflußwinkel, mithin auch die auffallende Lichtmenge einerley. (21. §.) Man kann aber die ganze Fläche AGB in Elemente wie L*l* theilen, so wird durch die auffallenden Strahlenpyramiden die Fläche HOK in eben soviele Elemente getheilt. Für jedes Paar zusammengehöriger Elemente ist die scheinbare Grösse aus M gesehen und der Ausflußwinkel einerley, mithin auch die auffallende Lichtmenge: also muß die ganze Fläche HOK eine eben so grosse Lichtmenge als AGB auffangen.

24. §.

Eine sehr kleine leuchtende Ebene C*c*, worauf AC senkrecht ist, wirft also auf den Kreis LMNO, auf dessen Ebene AC ebenfalls im Mittelpunct A senkrecht steht, eben so viel Licht, als sie auf das Segment einer mit dem Halbmesser CM = CN um C beschriebenen Kugelfläche werfen würde, das zwischen der conischen Fläche MCN enthalten wäre. (23. §.) Dieſemnach sey der Glanz der Ebene C*c* = *s*, die Lichtmenge, welche sie auf den Kreis LMNO wirft, = L; so hat man $L = s \cdot Cc \cdot (\sin ACM)^2$, (14 §.) mithin auch $L = \frac{s \cdot Cc \cdot AM^2}{CM^2}$. 53 Fig.

25. §.

52 Fig. Jede leuchtende Fläche *AB* wirft auf jede andere Fläche *CD* soviel Licht, als umgekehrt letztere, wenn sie leuchtend und eben so stark glänzend als *AB* wäre, auf *AB* werfen würde.

Beweis. Auf jedes Element M*m* von CD wirft AB soviel Licht, als umgekehrt M*m* auf AB werfen würde. Denn jedes Element L*l* der Fläche AB wirft auf M*m* soviel Licht, als M*m* bey einerley Glanz auf L*l* werfen würde: (22. §.) mithin müssen alle Elemente L*l* zusammen, welche die Ebene AB ausmachen, auf M*m* soviel Licht werfen, als M*m* über alle Elemente L*l* zusammen verbreiten würde. Das heißt: M*m* empfängt von der ganzen Fläche AB soviel Licht, als umgekehrt M*m* der Fläche AB zuschicken würde. Diesemnach wirft auch AB auf alle Elemente M*m* zusammen, welche die ganze Fläche CD ausmachen, soviel Licht, als diese Elemente zusammen umgekehrt auf AB werfen würden: oder nur mit andern Worten: AB wirft auf CD soviel Licht, als umgekehrt CD auf AB werfen würde.

26. §.

50 Fig. Die Halbkugelfläche *BAC* ist leuchtend, alle ihre Elemente haben einen gleich starken Glanz, und sie wirft ihr Licht auf das Element *Ll*, welches im Mittelpunct der Halbkugel auf ihrer Axe *LA* senkrecht ist: man soll die Erleuchtung des Elements *Ll* finden, die es von jedem gegebenen Segment *MAN* der Halbkugelfläche empfängt, das zur Axe *AL* gehört.

Aufl.

Aufl. Das Segment MAN wirft ſoviel Licht auf das Element L*l*, als eben dies Element, wenn es eben ſo ſtark glänzte, auf MAN werfen würde. Man ſetze den Winkel ALM $= \alpha$, den Glanz der Fläche MAN $= s$, und nehme L*l* eben ſo ſtark glänzend an; ſo würde L*l* nach MAN die Lichtmenge $s \,.\, Ll \,.\, \sin\alpha^2$ ſenden. (18. §.) Demnach empfängt L*l* von dem Segment MAN ebenfalls die Lichtmenge $s \,.\, Ll \,.\, \sin\alpha^2$, und die auf L*l* fallende Erleuchtung iſt $= s \,.\, \sin\alpha^2$.

Das s bezeichnet dem 18. §. gemäß diejenige 50
Lichtmenge, welche eine in allen Elementen eben ſo Fig.
ſtark als MAN glänzende Fläche nach allen Seiten ausbreiten würde, wenn ihr Flächeninhalt $= 1^2$ wäre. Was ferner hier die auf L*l* fallende Erleuchtung heißt, iſt die Lichtmenge, welche über einer gleichförmig und eben ſo ſtark als L*l* erleuchteten Fläche verbreitet ſeyn würde, wenn ihr Quadratinhalt $= 1$ wäre. Man ſetze dieſe Erleuchtung $= I$, ſo iſt $I = s \sin\alpha^2$, und um diejenige Erleuchtung zu haben, welche die ganze Halbkugelfläche BAC dem Element L*l* zuſenden würde, muß man $\alpha = 90°$, alſo $\sin\alpha = 1$ ſetzen. Für dieſen beſondern Fall ſey die Erleuchtung $= Y$, ſo hat man $Y = s$. Das will ſagen, das Element L*l* wird von der ganzen Halbkugelfläche BAC eben ſo ſtark erleuchtet, als eine Fläche $= 1^2$ erleuchtet ſeyn würde, wenn über derſelben alles Licht gleichförmig vertheilt wäre, was eine gleichförmig und eben ſo ſtark als die Halbkugel glänzende Fläche, deren Quadratinhalt $= 1^2$ iſt, nach allen Seiten ausbreitet.

27. §.

51 Fig. Ein leuchtender Körper, der sein Licht auf ein Element M*m* an einer gegebenen Stelle der Fläche RS wirft, mag eine Gestalt haben, welche er wolle, so kann man doch allemahl M als die Spitze eines pyramiden- oder kegelförmigen Körpers betrachten, dessen Seitenflächen, oder in M zusammen laufende Seitenlinien den leuchtenden Körper um und um berühren. In dem innern Raum dieses in M zugespitzten Körpers ist alles Licht enthalten, was der leuchtende Körper dem Element M*m* zuschickt, und zwischen den ihn umgebenden in M zusammen laufenden Gränzen ist das Stück der Oberfläche des leuchtenden Körpers enthalten, welches allein, mit Ausschliessung des übrigen von M abgewandten Theils, Licht nach M schicken kann. Statt dieser das Element M*m* erleuchtenden Fläche kann man allemahl eine zwischen den Gränzen desselben zugespitzten Raums enthaltene, aus dem Mittelpunct M mit dem Halbmesser = 1 beschriebene Kugelfläche DFE mit der Fläche jenes leuchtenden Körpers gleich stark glänzend annehmen, und die von derselben auf M*m* fallende Erleuchtung suchen: so ist zugleich die Erleuchtung gefunden, die jener leuchtende Körper nach M*m* sendet. (23. §.) Wofern alsdenn die Fläche, welche die Ecke an M umgiebt, eine grade Apollonianische Kegelfläche ist, wie sie allemahl seyn wird, wenn die scheinbare aus M*m* gesehene Gränze der leuchtenden Fläche AGB kreisförmig, und die Ebene dieses Kreises auf der graden Linie durch ihren Mittelpunct und durch M senkrecht ist; so ist auch das Kugelstück DFE von einem Kreise eingeschlossen, und es ist selbst ein solches Segment der Kugel, dessen

Axe

Axe durch M als den dazugehörigen Mittelpunct geht, und mit der Axe des auffallenden Lichtkegels einerley ist.

Wenn diese Axe das erleuchtete Element Mm senkrecht trift, und der halbe scheinbare Durchmesser der aus M gesehen kreisförmig erscheinenden leuchtenden Fläche $= \alpha$ gesetzt, so ist die auf Mm fallende Erleuchtung $= s \sin\alpha^2$. (26. §.) Diese Erleuchtung, welche eine unendlich kleine Ebene von einer kreisförmig scheinenden leuchtenden Fläche empfängt, wenn der Strahlenkegel grade ist, und seine Axe das erleuchtete Element senkrecht trift, soll Kürze halber die von der kreisförmig scheinenden Fläche auf die unendlich kleine Ebene **senkrecht fallende Erleuchtung** heissen.

28. §.

Das Maaß der scheinbaren Ausdehnung des leuchtenden Körpers ist gewöhnlich keine völlige Halbkugel: indessen kann man sich drey Fälle vorstellen, in welchen es eine völlige Halbkugel werden müste. Der erste ist der, wenn die leuchtende Fläche die erleuchtete unendlich kleine Ebene Mm wirklich von allen Seiten umgiebt, so wie das scheinbare Himmelsgewölbe nach allen Seiten über dem Horizont ausgebreitet ist. Der zweyte Fall wäre der, wenn die leuchtende Fläche eben mit Mm parallel und nach allen Seiten unendlich weit ausgebreitet, die Ebene Mm aber nur um einen endlichen Abstand davon entfernt wäre: der dritte Fall aber, wenn die erleuchtete Ebene Mm noch mit der leuchtenden parallel, aber um einen unendlich kleinen Abstand von ihr entfernt wäre, und sie selbst berührte. In allen dreyen Fällen empfängt Mm **die möglichst gröste Erleuch-**

tung, die ihr einerley leuchtender Körper bey einerley Glanz mittheilen kann, und diese nennt H. Lambert die absolute Erleuchtung. (Photom. Part. I. Cap. II. §. 100.) Setzt man diese absolute Erleuchtung = Y, so ist dem 26. §. gemäß Y = s.

29. §.

Sonst hat man es als eine Hauptschwürigkeit angesehen, weswegen keine vollständige Theorie von Ausmessung der Stärke des Lichts zu hoffen sey, daß es hier an einem Maaß fehle, womit sich die Stärke des Lichts ausmessen lasse. Allein Herr Bouguer hat schon in seinem Traité d'Optique sur la gradation de la lumière, bald im Anfange des Buchs, erinnert, daß es mit dieser anscheinenden Schwierigkeit nicht mehr zu sagen habe, als bey allen andern Messungen. Bey Messung einer jeden Grösse ist das Maaß an sich willkührlich, das man = 1 setzen will, nur muß es mit der auszumessenden Grösse von einerley Art seyn. Hier kann man den Glanz eines willkührlich gewählten Körpers z. E. der Sonne, = 1 setzen, um damit den Glanz eines jeden andern leuchtenden Körpers zu vergleichen. Hiemit setzt man zugleich diejenige Lichtmenge = 1, welche ein solches Stück der Sonnenfläche (oder der statt der Sonnenfläche sonst gewählten Fläche von bekannten Glanz) das man = 1^2 setzt, nach allen Seiten umher strahlet. Weil nun dem 28. §. gemäß allemahl die absolute, oder möglichst grösste Erleuchtung, welche eine gleichförmig glänzende Fläche auf eine unendlich kleine Ebene werfen kann, = s gefunden wird; so wird zugleich die von einer solchen leuchtenden Fläche kommende absolute Erleuchtung = 1, deren Glanz

man

man = 1 gesetzt hat. Es wäre nemlich die Lichtmenge = 1, die über einer Fläche, deren Quadratinhalt = 1^2 ist, vertheilt seyn müste, wenn ihre Erleuchtung gleichförmig und eben so groß wäre, als die von einer solchen Fläche kommende absolute Erleuchtung, deren Glanz = 1 ist. Auf ein solches Element, welches das glänzende, daher es seine Erleuchtung empfängt, unmittelbar berührte, würde ohne Zweifel alles Licht fallen, welches das glänzende Element sonst nach allen Seiten umherstrahlet.

30. §.

Im 19. §. war der allgemeine Ausdruck für die Erleuchtung, welche ein leuchtendes Element L*l* einer unendlich kleinen Ebene M*m* zusendet, 50 Fig.

$$= \frac{s \,.\, Ll \,.\, \sin LPD \,.\, \sin CLP}{\pi \,.\, LP^2}, \text{ und } s \,.\, Ll = A$$

(18. §.) war die Lichtmenge, die L*l* nach allen Seiten umherstrahlet. Ferner war $A \sin\alpha^2$ oder $s \,.\, Ll \,.\, \sin\alpha^2$ die Lichtmenge, welche das Element L*l* im innern Raum einer graden Kegelfläche umherstrahlet, wovon die Axe auf L*l* senkrecht ist, und dessen Seitenlinien gegen die Axe unter dem Winkel α geneigt sind. Befindet sich das Element L*l* im Mittelpunct einer Halbkugelfläche BAC, so wirft es die Lichtmenge $s \,.\, Ll \,.\, \sin\alpha$ auf das Kugelsegment MAN, dessen Axe LA auf L*l* senkrecht, und dessen aus L gesehener scheinbarer Halbmesser $ALM = \alpha$ ist.

Man nehme an, es sey $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$, so ist die auf MAN fallende Lichtmenge $= \frac{s \,.\, Ll}{\pi}$. Ferner

giebt dieſe Vorausſetzung $OM = r \sin\alpha = \frac{r}{\sqrt{\pi}}$, und die Grundfläche MN des Segments MAN $= \pi . OM^2 = r^2$. Demnach iſt $\frac{s . Ll}{\pi}$ die Lichtmenge, welche das Element Ll auf ein ſolches Kugelſegment MAN wirft, deſſen Axe der ſenkrecht ausgehende Strahl, und deſſen Grundfläche dem Quadrat des Halbmeſſers der Kugel gleich iſt.

Man ſetze $\frac{s . Ll}{\pi} = \lambda$, und $\frac{s}{\pi} = S$, ſo hat man $S = \frac{\lambda}{Ll}$, $\Lambda = \pi . \lambda$ und $s = \pi . S$. Alsdenn bleibt $S = \frac{s}{\pi}$ eine Zahl, die dem Glanz des Elements proportional iſt, und λ verhält ſich wie die nach allen Seiten davon ausgehende Lichtmenge. Will man nun in der allgemeinen Formul für die Erleuchtung, welche das glänzende Element Ll auf Mm wirft, S ſtatt $\frac{s}{\pi}$ ſetzen, ſo erhält man $\frac{S . Ll . \sin LPD . \sin CLP}{LP^2}$. Ferner iſt alsdenn die Erleuchtung, welche das Kugelſegment MAN auf eine unendlich kleine Ebene Ll ſenkrecht wirft, $= \pi S \sin\alpha^2$, und die abſolute Erleuchtung $= \pi . S$. Hat man den Glanz des Elements $= 1$ geſetzt, in dem Sinn, daß man $S = 1$ annimmt, ſo iſt die abſolute Erleuchtung $= \pi$.

Ich

Ich habe dieſe Bemerkungen beygefügt, um des Herrn Lambert Vortrag zu erläutern, durch deſſen Werk: Photometria, ſive de menſura et gradibus luminis, colorum et umbrae, Auguſtae Vindel. 1760, die optiſchen Wiſſenſchaften mit einem neuen Theil ſind bereichert worden, nachdem Herr Bouguer im Jahr 1729 in ſeinem Eſſay d'Optique ſur la Gradation de la lumière den Grund dazu gelegt hatte, wovon H. de la Caille nach des Verfaſſers Tode im Jahr 1760 eine neue viel weiter ausgeführte Ausgabe unter dem Titel: Traité d'Optique ſur la gradation de la lumière zum Druck befördert hat. Hr. Lambert braucht für die Erleuchtung, welche eine unendlich kleine leuchtende Ebene L*l* auf eine andre M*m* wirft, die eben angeführte Formul $\frac{S \,.\, Ll \,.\, \sin CLP \,.\, \sin LPD}{LP^2}$, und findet die abſolute Erleuchtung allemahl $= \pi S$, oder $= \pi$, wenn $S = 1$ iſt. Alsdenn iſt nicht diejenige Lichtmenge $= 1$, welche ein Stück der leuchtenden Fläche von bekannt angenommenen Glanz, deſſen Quadratinhalt $= 1^2$ iſt, nach allen Seiten umherſtrahlet, ſondern derjenige Theil dieſer Lichtmenge, der ſich zur ganzen, wie $1 : \pi$, oder wie $\frac{1}{\pi} : 1$ verhält.

31. §.

Wenn die unendlich kleine Ebene M*m* von einer Kugel HOKP ſenkrecht erleuchtet, und ihr ſcheinbarer Halbmeſſer SMK $= \alpha$ geſetzt wird; (27. §.) ſo iſt die Erleuchtung $= s \sin \alpha^2$. Ferner iſt $\sin \alpha = \frac{SK}{SM}$, alſo eben die Erleuchtung $= \frac{s \,.\, SK^2}{SM^2}$, 51 Fig.

und

und dieſe Erleuchtung iſt dem Quadrat der Entfernung der Kugel von der erleuchteten Ebene umgekehrt proportional.

Wenn in S eine Lichtflamme befindlich wäre und M*m* ſenkrecht erleuchtete, ſo wäre dem 10 und 11. §. gemäß die Erleuchtung $= \frac{S}{SM^2}$, vorausgeſetzt, daß S den Glanz der Flamme in dem Sinn bezeichne, wie es der 7. §. feſt ſetzt: mithin wäre ſie ebenfalls dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional. Was aus dieſem Geſetz folgt, gilt demnach nicht allein für Lichtflammen, ſondern auch für Kugeln, die nur an ihrer Oberfläche glänzen: übrigens aber kommen die Geſetze der Erleuchtung, wenn das Licht von leuchtenden Flächen kommt, mit den Geſetzen der Erleuchtung nicht überein, die für Lichtflammen gelten.

32. §.

53 Fig. Von einer Lichtflamme in C, wenn ſich unter ihr ein Tiſch befindet, wovon das Blatt wagrecht liegt, würde die ſenkrechte Erleuchtung auf die Stelle A lothrecht unter ihr fallen, und dieſe Stelle würde unter allen übrigen auf der Ebene des Tiſches am ſtärkſten erleuchtet ſeyn, wenn es nicht der dahin fallende Schatten des Leuchters und der Kerze ſelbſt hinderte. Auf jede andre Stelle M des Tiſches fällt die Erleuchtung $\frac{S \cdot \sin AMC}{CM^2}$, und wenn man die Höhe $AC = x$, die Entfernung $AM = z$ ſetzt, ſo iſt $\sin AMC = \frac{x}{\sqrt{(x^2+z^2)}}$, alſo die Erleuchtung in $M = \frac{S \cdot x}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$.

Bey

Bey einerley Höhe $x = AC$ der Lichtflamme über dem Tisch und einerley Entfernung $z = AM$ ist die Erleuchtung einerley. Wenn also mit dem Halbmesser AM um den Mittelpunct A ein Kreis verzeichnet wird, und aus demselben Mittelpunct ein andrer Kreis mit dem Halbmesser $A\mu$, der den vorigen nur um eine unendlich kleine Differenz übertrift, so erhellet, daß der Ring zwischen beyden Kreisen gleichförmig erleuchtet sey.

Wenn z einerley bleibt, so ändert sich die auf den Ring fallende Erleuchtung, wenn die Höhe x geändert wird. Verschwindet x, so verschwindet auch die Erleuchtung, und eben das erfolgt, wenn x unendlich groß wird. Am gröſten ist die Erleuchtung, wenn $\frac{x}{z} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ wird, oder wenn $\text{tang}\,AMC = \sin 45°$ ist, und das giebt $x = 0{,}7071068 \cdot z$. Stehet demnach die Lichtflamme über der Mitte eines kreisrunden Tisches, dessen Halbmesser z ist, um die Höhe $z\sqrt{\frac{1}{2}}$ erhaben, so fällt auf den äussersten Rand die gröſte Erleuchtung, die eine grade über der Mitte befindliche Lichtflamme dahin senden kann, und alle übrige mit dem Rande concentrische Ringe sind noch stärker erleuchtet. Wenn also die auf den äussersten Rand fallende Erleuchtung noch so groß ist, als man sie nöthig hat, um ohne Beschwerde dabey seine Augen zu gebrauchen; so wird um so mehr die Erleuchtung, welche auf die übrigen Stellen fällt, dazu hinlänglich seyn, und die Erleuchtung ist auf solche Art am besten über dem Tisch vertheilt.

Der II. Abschnitt.

Von den Gesetzen der Zurückwerfung des Lichts von ebenen Spiegelflächen, als den Gründen der Catoptrik.

33. §.

Aus dem 3. §. der Optik weiß man schon, welche Massen in der Natur **undurchsichtige**, und welche **durchsichtige** heissen: auch ist damahls bemerkt worden, daß es soviel wir wissen in der Natur keine **vollkommen durchsichtige Massen** gebe. Alle bekannte Körper, die nicht für sich leuchtend sind, werfen wenigstens einen Theil des auf sie fallenden Lichts zurück: aber diese Zurückwerfung erfolgt nicht bey allen Arten von Massen, welche das Licht auffangen, nach einerley Gesetzen. Nur von jeder Stelle einer **unpolirten** Fläche strahlt es nach den im 15. §. angenommenen Gesetzen zurück: nach andern Gesetzen aber von **polirten** Flächen, die man auch **Spiegelflächen** nennt. Es ist eine bekannte Erfahrung, daß man in einem gemeinen ebenen Spiegel Sachen siehet, als wenn sie hinter ihm befindlich wären, die doch vor ihm, ja oft seitwärts auch wohl hinter dem Zuschauer ihre Stelle haben. Unsre gemeinen Spiegel sind zwar aus Glase gemacht, auch ist die hintere Fläche der Glastafel mit Folie belegt, wodurch sie undurchsichtig wird: allein auch Metalle, harte Steine, hartes Holz, dienen als Spiegel, wenn aus solchen Materien Tafeln verfertiget werden, die

sorg-

sorgfältig polirt und glatt gemacht sind, daß man darauf keine merkliche Rauhigkeiten wahrnehmen kann. Reines und klares Glas, wenn es gleich durch Belegung der einen Seite mit Folie nicht undurchsichtig gemacht ist, auch klares stillstehendes Wasser, thut eben die Wirkung, obgleich die Bilder nicht so lebhaft sind. Uebrigens ist es nicht nothwendig, daß die Spiegelfläche eben sey: auch krumme Flächen thun die Wirkung der Spiegel, wenn sie glatt genug polirt sind. Nur sind die Bilder, welche sie darstellen, den abgebildeten Sachen nicht so völlig ähnlich, oder sind ihnen auch an Grösse nicht gleich, wie in ebenen Spiegeln.

34. §.

Um diese und andre Erscheinungen bey Spiegeln zu erklären, nimmt man folgende Voraussetzung an:

Der zurückgeworfene Strahl liegt in der Ebene desjenigen Winkels, unter welchem der einfallende Strahl in der Stelle, wo er auffällt, gegen die Spiegelfläche geneigt ist; und beyde Strahlen, der einfallende und zurückgeworfene, sind gegen die Spiegelfläche an der Stelle, wo der Strahl auffällt, unter einerley Winkel geneigt.

Eine grade Linie, die auf der Spiegelfläche in dem Punct, wo der Strahl auffällt, senkrecht steht, heißt hier das Einfallsloth: (cathetus incidentiae) in dem Fall, wenn die Spiegelfläche krumm ist, muß dieses Einfallsloth auf derjenigen Ebene senkrecht seyn, welche die Spiegelfläche in dem Punct, wo der Strahl auffällt, berührt. Die Ebene durch das

Ein-

Einfallsloth und den einfallenden Strahl ist die Neigungsebene des letztern, in derselben liegt auch der zurückgeworfene Strahl, und sie kann die Zurückwerfungs-Ebene heissen. Die Winkel, welche beyde Strahlen, der einfallende und zurückgeworfene, mit dem Einfallsloth machen, ergänzen die Neigungswinkel der Strahlen gegen die Spiegelfläche zu 90°, und sind beyde gleich groß, weil die Neigungswinkel selbst gleich groß sind.

Wenn man einen Sonnenstrahl durch eine kleine Oefnung in ein finstres Zimmer fallen läßt, und denselben mit einem wagrecht liegenden Spiegel auffängt; so kann man die Wege des einfallenden und zurück gehenden Lichts gewöhnlich leicht erkennen, besonders wenn man nur ein wenig Staub erreget, den das einfallende und zurück geworfene Licht erleuchtet. Alsdenn kann man sich durch mehr als ein Hülfsmittel davon versichern, daß bey jedem Versuch und jedem Einfallswinkel nicht allein der einfallende und zurück geworfene Strahl in einer Ebene liegen, sondern auch beyder Strahlen Neigungswinkel gegen den Spiegel gleich groß ausfallen.

35. §.

54 Fig. Wenn der strahlende Punct *L* sein Licht auf die ebene Spiegelfläche *XY* wirft, und *LR* auf *XY* senkrecht ist; so haben alle zurück geworfene Strahlen *AB*, *CD*, *EF*, eine solche Lage gegen einander, daß sie rückwärts verlängert einander insgesammt in einerley Punct *M* schneiden, der in dem Neigungsloth *LR* soweit hinter der Spiegelfläche, als *L* vor derselben liegt.

Be-

Beweis. Wenn LC ein einfallender Strahl iſt, ſo iſt LCR ſein Neigungswinkel gegen die Spiegelfläche, und in der Ebene deſſelben liegt der zurückgeworfene Strahl CD ſo, daß GCD = RCL iſt, (34. §.) mithin auch RCL = RCH, wenn man CD rückwärts nach H verlängert. Weil nun RCL = RCH ein ſpitzer Winkel iſt, ſo müſſen CH und LR einander ſchneiden. Der Durchſchnittspunct ſey M, ſo ſind in den rechtwinklichten Dreyecken RCL, RCM, die Winkel an CR gleich, mithin iſt RM = RL.

Jeder andre einfallende Strahl LE, deſſen Einfallswinkel LER iſt, wird nach EF ſo zurückgeworfen, daß REL = IEF = REK iſt, und EF rückwärts nach K verlängert ſchneidet LR ebenfalls in M, weil die rechtwinklichten Dreyecke REL, REM, an RE gleiche Winkel haben. Auch iſt es gleichviel, ob die einfallenden Strahlen LC, LE, mit LR in einerley Ebene liegen, oder nicht: im letzten Fall ſchneiden ihre Neigungsebenen einander in LR, und alle von der Spiegelfläche zurück gehende Strahlen liegen ſo, als kämen ſie von dem Punct M her.

36. §.

Wenn jemand, deſſen Auge ſich in der Gegend B, D, oder F befindet, den Spiegel betrachtet, ſo geht ein Theil der zurück geworfenen Strahlen durch die Oefnung des Sterns ins Auge: und weil dieſe Strahlen in eben der Lage ins Auge kommen, wie geſchehen würde, wenn der ſtrahlende Punct L ſelbſt in M befindlich wäre, und ſo von demſelben ein Strahlenkegel auf den Stern im Auge fiele; ſo hat das Auge eben die Empfindung, die es hätte, wenn L wirk- 54 Fig.

L wirklich in M vorhanden wäre, und von M aus die Lichtstrahlen um sich her verbreitete. Deswegen scheint L in M zu stehen, und M ist das Bild von L.

37. §.

54 Fig. Wofern alles auf den Spiegel fallende Licht zurück geworfen wird; so erleuchtet das Bild M jede Ebene, die das zurückgeworfene Licht auffängt, vollkommen eben so, wie der Punct L selbst diese Ebene erleuchten würde, wenn er in M befindlich und der Spiegel nicht da wäre. Es sey LACE eine auf den Spiegel fallende Strahlenpyramide, und man stelle sich vor, diese würde mit einer Ebene *bdf*, nachdem der Spiegel weggenommen worden, aufgefangen. Hätte man statt dessen AB = A*b*, CD = C*d*, EF = E*f* genommen, und durch B, D, F eine Ebene gelegt, so fienge diese von dem zurück gehenden Licht soviel auf, als in dem Raum der Pyramide MBDF enthalten ist, und diese ist der Pyramide L*bdf* gleich und ähnlich. Auf ähnlich liegende gleich grosse Elemente beyder Ebenen, BDF, *bdf*, würde einerley Lichtmenge unter einerley Neigungswinkel fallen, also die Erleuchtung einerley seyn. Beschriebe man nun L, M, ein Paar Kugelflächen mit gleichen Halbmessern, so würde L die zu diesem Mittelpunct gehörige Kugelfläche eben so erleuchten, als M die zu diesem Mittelpunct gehörige erleuchten würde: auch wenn L ein Element einer Fläche wäre, wovon das Licht nach dem im 13. §. festgesetzten Gesetz ausgienge.

38. §.

54 Fig. Wenn OL ein sichtbarer Gegenstand ist, von welcher Gastalt und Grösse man will, so wirft jeder

Punct

Punct O desselben, der dem Spiegel zugekehrt ist, einen Theil aller von ihm ausgehenden Strahlen auf die Spiegelfläche, und diese werden so zurück geworfen, als kämen sie von einem Punct P hinter der Spiegelfläche, der in dem Neigungsloth, das diesem Punct zugehört, soweit hinter der Spiegelfläche liegt, als O vor derselben. Demnach hat jeder Punct des Gegenstandes, der sein Licht auf den Spiegel werfen kann, sein Bild hinter der Spiegelfläche in der von ihm darauf senkrecht fallenden graden Linie, so daß Bild und abgebildeter Punct gleich weit von der Spiegelfläche entfernt sind. Die Bilder aller Puncte des Gegenstandes liegen hinter der Spiegelfläche vollkommen in eben der Ordnung, wie die abgebildeten Puncte in dem Gegenstande selbst liegen: sie machen also zusammen genommen ein **Bild des ganzen Gegenstandes** aus, das demselben gleich und ähnlich ist.

Kann man voraussetzen, daß alles auf den Spiegel fallende Licht zurück geworfen werde, so folgt daraus, wenn der Gegenstand selbst leuchtend ist, daß jede Fläche, welche das vom Spiegel zurück geworfene Licht auffängt, völlig eben so erleuchtet werde, wie der abgebildete Gegenstand selbst diese Fläche erleuchten würde, wenn man dabey einerley Entfernung und einerley Lage der erleuchteten Fläche gegen das Bild und den abgebildeten Gegenstand voraussetzt.

39. §.

Damit man sich recht deutlich vorstelle, wie es zugehet, daß eine Person sich selbst und andre Sachen, die vor dem Spiegel befindlich sind, hinter dem Spiegel siehet, nehme man an, CD sey der 55 Fig.

Spiegel, AB eine Person, die vor dem Spiegel stehet. In O stelle man sich das Auge vor, und Oo sey der Stern im Auge, wovon die Figur nur einen Durchmesser vorstellet. Aus A und B ziehe man die Neigungslothe AC, BD, senkrecht auf den Spiegel, verlängere sie hinter denselben und mache $Ca = CA$, $Db = DB$, so sind *a* und *b* die Bilder von A und B. Die von A auf den Spiegel fallenden Strahlen gehen so zurück, als kämen sie von *a* her, und ein Theil dieser zurück gehenden Strahlen fällt auf den Stern Oo im Auge. Man ziehe *a*O, *ao*, wenn diese graden Linien die Spiegelfläche in *m* und *n* schneiden, so sind *m*O, *no*, ein Paar von den aus A auf den Spiegel fallenden und ins Auge zurück gehenden Strahlen. Alle aus A zwischen *m* und *n* auf den Spiegel fallende Strahlen gehen eben so nach den Stern im Auge zurück, und rühren das Auge völlig so, als wenn A selbst in *a* befindlich und der Spiegel weg wäre.

Mit dem Bilde *b* des Puncts B hat es eine völlig ähnliche Bewandniß. Alle aus B auf den Spiegel fallende Strahlen gehen so zurück, als kämen sie von *b* her, und ein Theil davon fällt auf den Stern im Auge. Man ziehe aus *b* nach O und *o* grade Linien, die in *p* und *q* durch die Spiegelfläche gehen, so sind *p*O, *q*O, ein Paar von den aus B auf den Spiegel fallenden und ins Auge zurück gehenden Strahlen, und alle aus B zwischen *p* und *q* auf den Spiegel fallenden Strahlen gehen eben so ins Auge zurück. Demnach siehet das Auge in *b* ein Bild von B aus eben dem Grunde, weßwegen es in *a* ein Bild von A siehet. Alle übrige Puncte des Körpers der Person selbst und eines jeden andern Gegenstandes bilden sich eben so im Spiegel ab. Es hat mit der Sache

eben

eben die Bewandniß, als wenn aus jedem Punct des Bildes ein Strahlenkegel auf den Stern im Auge fiele, so wie von jedem Punct des Gegenstandes ein Strahlenkegel auf den Stern fällt, wenn es den Gegenstand selbst betrachtet.

40. §.

Das Bild *ab* eines Objects AB hat gegen die 55
hintere Spiegelfläche eben die Lage, die das Object Fig.
selbst gegen die Vorderfläche hat. Ist das Object eine grade Linie oder eine Ebene, und mit der Spiegelfläche parallel, so ist das Bild mit der Spiegelfläche ebenfalls parallel. Das Bild eines aufrecht stehenden Gegenstandes erscheint zwar ebenfalls aufrecht, jedoch verwechseln sich die rechte und linke Seite mit einander. Eine Person, die vor dem Spiegel steht, sieht ihre rechte Hand da, wo ihre linke wäre, wenn sie selbst hinter dem Spiegel stünde, und das Gesicht der hintern Spiegelfläche zugekehrt hätte. In dem Bilde eines Buchs, das man gegen den Spiegel hält, kann man nicht lesen, wofern man es nicht schon gewohnt ist, von der Rechten gegen die Linke zu lesen. In der Ordnung bildet sich die Folge der Buchstaben ab, auch selbst die rechte und linke Seite der Buchstaben erscheinen verwechselt, grade so, wie sie auf der hintern Seite des Papiers erscheinen, wenn es durchsichtig ist.

Das Bild einer graden Linie liegt in der Neigungsebene der abgebildeten Linie gegen die Spiegelfläche, und ist gegen die hintere Fläche des Spiegels unter eben dem Winkel, wie die abgebildete grade Linie gegen die vordere Fläche geneigt. Das Bild und die abgebildete grade Linie laufen verlängert in

einerley Punct der Spiegelfläche zusammen. Auch das Bild einer Ebene, die den Spiegel schneidet, ist gegen den Spiegel unter einem eben so grossen Winkel, als die abgebildete Ebene selbst geneigt, und die Ebene des Bildes schneidet den Spiegel in eben der graden Linie, worin er von der abgebildeten Ebene selbst geschnitten wird. Wenn also der Spiegel gegen eine grade Linie oder Ebene, die horizontal liegt, unter einem Winkel von 45° geneigt ist, so erscheint das Bild der Linie oder der Ebene vertical: auch umgekehrt, das Bild einer verticalen Ebene, oder graden Linie erscheint horizontal, wenn die Neigung der Ebene, oder der graden Linie gegen den Spiegel 45° beträgt.

41. §.

Das Bild hinter dem Spiegel erscheint unter demselben Sehewinkel, und unter derselben scheinbaren Ausdehnung, wie das Object selbst erscheinen würde, wenn es hinter demselben an der Stelle des Bildes mit demselben in einerley Lage befindlich wäre. Daraus läßt sich leicht beurtheilen, wie groß die Fläche des Spiegels seyn muß, wenn das Auge an einer gegebenen Stelle das Bild hinter dem Spiegel ganz soll übersehen können. Um das durch eine Zeichnung vorstellig zu machen, bedarf es dessen nur, daß man die Hauptstrahlen zeichne, die von den äussersten Puncten des Bildes auf den Mittelpunct des Sterns im Auge fallen. (15. §. Optik.) Wenn in
56 der 56. Figur O den Mittelpunct des Sterns im
Fig. Auge vorstellt, und die beyden Schenkel O*a*, O*b*, des Sehewinkels, unter welchem das Bild *ab* erscheint, die Spiegelfläche in α und β treffen, so bedarf

darf es deſſen nur, daß die Spiegelfläche ſich von α nach β erſtrecke, um ab aus O ganz zu überſehen, der übrige Theil der Spiegelfläche trägt dazu nichts bey.

Wenn AB die ganze Höhe einer Perſon iſt, die ihr Bild in dem vertical ſtehenden Spiegel CD betrachtet, und O für den Mittelpunct des Sterns im Auge angenommen wird, ſo ſind Oa, Ob, die Schenkel des Sehewinkels, unter welchem das Bild dem Auge erſcheint. Dieſe ſchneiden die Spiegelfläche in m und p, alſo wird nur die Höhe pm des Spiegels erfordert, damit man ſich ganz darin ſehen könne. Weil nun, wenn der Spiegel vertical ſteht, das Bild ab mit der Spiegelfläche, mithin auch pm mit ab parallel iſt, ſo hat man $Aa : AC = Oa : Om = ab : pm$, und $Aa : AC = 2 : 1$, mithin $ab : pm = 2 : 1$ und $pm = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} AB$. Demnach muß der Spiegel halb ſo hoch und halb ſo breit ſeyn, als der Körper einer Perſon iſt, die ſich nach ihrer Höhe und Breite ganz darin ſehen ſoll. 55 Fig.

42. §.

Wenn zwey ebene Spiegelflächen unter einem ſolchen Winkel, der kleiner als 180° iſt, gegen einander geneigt ſind, ſo bildet ſich ein Object, das zwiſchen beyden befindlich iſt, auch in beyden ab. Wenn alsdenn die von dem einen dieſer Spiegel zurückgeworfenen Strahlen auf den andern fallen können, ſo machen ſie bey der Zurückſtrahlung im zweyten Spiegel ein neues Bild. Können die ſo vom zweyten zurück gehenden Strahlen wieder auf den erſten fallen, ſo bringt die Zurückſtrahlung ein drittes Bild zuwege, welches im erſten Spiegel das zweyte iſt. Es hängt

von der Lage der Spiegel gegen einander ab, wievielmahl die von jedem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen wieder auf den andern fallen, und ein neues Bild zuwege bringen können. Ueberhaupt läßt sich schon ohne weitere Untersuchung übersehen, daß desto mehr Bilder zuwege gebracht werden, je kleiner der Winkel ist, unter welchem die Spiegelflächen gegen einander geneigt sind. Ja das Bild eines Objects, das sich zwischen zweenen parallelen Spiegeln befindet, muß sich unzähligemahl vervielfältigen.

43. §.

Alle Bilder, die ein strahlender Punct, der sich zwischen zwoen gegen einander geneigten ebenen Spiegeln befindet, in denselben zuwege bringen kann, liegen in der Peripherie eines Kreises; die Entfernung des strahlenden Puncts von beyder Spiegelflächen Durchschnittslinie ist dieses Kreises Halbmesser, und seine Ebene ist zugleich die Neigungsebene der Spiegelflächen gegen einander.

57 Fig. **Beweis.** Zwischen den Spiegeln AB, AC, befinde sich der strahlende Punct D, und von demselben sey DM auf AB, DN auf AC senkrecht gezogen; so ist die Ebene MDN auf beyden Spiegeln senkrecht, mithin ist sie die Neigungsebene der Spiegel gegen einander. Wenn demnach AB, AC ihre Durchschnittslinien mit den Spiegeln sind, so ist BAC ihr Neigungswinkel. Man ziehe AD, beschreibe mit diesem Halbmesser in der Ebene BAC einen Kreis, und nehme den Bogen CG = CD; so halbirt AC die Sehne DG senkrecht in N, und G ist die Stelle

des

des ersten Bildes im Spiegel AC. Von diesem Bilde G als Object betrachtet giebt es im Spiegel AB ein Bild in H, wenn man den Bogen BH = BG nimmt, und von H giebt es im Spiegel AC ein neues Bild in I, wenn CI = CH genommen wird. Ferner bildet sich I an der Stelle K im Spiegel AB ab, wenn man BK = BI macht, und von K giebt es im Spiegel AC ein neues Bild an der Stelle L, wenn der Bogen CIL = CHK gemacht wird. Weil das Bild L hinter der Spiegelfläche AB liegt, so kann es darauf weiter kein Licht werfen: also ist es das letzte, welches die Spiegel in der angenommenen Stellung gegen einander zuwege bringen können.

44. §.

Der Neigungswinkel der Spiegelflächen gegen einander und die Stelle des strahlenden Puncts zwischen beyden sind gegeben: man soll die Stellen der Bilder und ihre Anzahl finden.

Aufl. Man setze den Winkel BAC = φ, unter welchem die Spiegelflächen einander schneiden, halbire ihn mit AE, und setze EAD = ψ, so ist CAG = CAD = $\frac{1}{2}\varphi - \psi$. Man kann hier den Winkel EAD = ψ oder den dazu gehörigen Bogen ED als das Maaß der Entfernung des strahlenden Puncts von der Mitte zwischen den Spiegelflächen annehmen; so ist die Stelle desselben durch seine Entfernung von der Durchschnittslinie beyder Spiegelflächen, und den Abstand von der Mitte zwischen den Spiegeln gegeben. 57 Fig.

Man nenne AC den ersten Spiegel, denjenigen nemlich, welchem der strahlende Punct D am

nächſten liegt, und ſuche zuförderſt die Reihe der Bilder, welche mit dem erſten Bilde G im erſten Spiegel zuſammen gehören. Der andre AB, wovon der ſtrahlende Punct weiter als um den halben Winkel beyder Spiegelflächen entfernt iſt, heiſſe der zweyte Spiegel. Zum Bilde G, als ſtrahlenden Punct betrachtet, gehört im zweyten Spiegel AB das Bild H, und es iſt $BAH = BAG = BAC + CAG = \varphi + \frac{1}{2}\varphi - \psi = \frac{3}{2}\varphi - \psi$. Wiederum zum Bilde H als ſtrahlenden Punct betrachtet gehört im erſten Spiegel das Bild I, und es iſt $CAI = CAH = CAB + BAH = \varphi + \frac{3}{2}\varphi - \psi = \frac{5}{2}\varphi - \psi$. Für jedes folgende Bild in der Reihe derer, die vom erſten Bilde G im erſten Spiegel ihren Urſprung haben, kommt zu dem Ausdruck, welcher deſſelben Abſtand von der hintern Fläche des Spiegels auf der Peripherie des durch alle Bilder laufenden Kreiſes angiebt, der Bogen oder Winkel φ hinzu. Man erhält $BAK = BAI = BAC + CAI = \varphi + \frac{5}{2}\varphi - \psi = \frac{7}{2}\varphi - \psi$, und eben ſo $CAL = CAK = CAB + BAK = \varphi + \frac{7}{2}\varphi - \psi = \frac{9}{2}\varphi - \psi$. Zählt man alſo die Bilder nach der Ordnung, ſo iſt eines jeden Bildes Abſtand von der hintern Fläche des damit zuſammen gehörigen Spiegels

für das 1ſte $= \frac{1}{2}\varphi - \psi$
für das 2te $= \varphi + \frac{1}{2}\varphi - \psi$
für das 3te $= 2\varphi + \frac{1}{2}\varphi - \psi$
für das $n$te $= (n-1)\varphi + \frac{1}{2}\varphi - \psi = (n - \frac{1}{2})\varphi - \psi$.

So lange der Abſtand eines dieſer Bilder von der hintern Fläche des damit zuſammengehörigen Spiegels noch kleiner als $180° - \varphi$ bleibt, ſo lange kann daſſelbe noch auf die vordere zurückwerfende Fläche des

des andern Spiegels Strahlen werfen, und in diesem andern Spiegel ein neues Bild machen. Sobald aber dieser Abstand grösser als $180° - \varphi$ wird, sobald fällt das letzte Bild hinter der Ebene des gegenüberstehenden Spiegels, und eben um deswillen kann es auf die vordere reflectirende Fläche desselben kein Licht mehr werfen. Weil in der Figur CAL > CA*b* ist, so liegt L schon hinter dem Spiegel AB, und L ist in der Reihe dieser Bilder das letzte.

Weil solchergestalt $(n - \frac{1}{2})\varphi - \psi < 180° - \varphi$ seyn muß, so lange noch das letzte Bild in dem andern gegenüberstehenden Spiegel ein neues zuwege bringen soll; so erhält man $(n + \frac{1}{2})\varphi < 180° + \psi$, also $2n + 1 < \frac{360° + 2\psi}{\varphi}$. Unter den ungraden ganzen Zahlen sey diejenige, welche diesem Quotienten am nächsten kommt, $= Q$, so hat man $n = \frac{1}{2}(Q - 1)$ für die Zahl aller Bilder, wovon das letzte noch wieder ein neues, und zwar das letzte unter allen macht: demnach ist die Anzahl aller Bilder, welche zur Reihe gehören, die im Spiegel AC anfängt, $= \frac{1}{2}(Q - 1) + 1 = \frac{1}{2}(Q + 1)$.

Die Reihe der Bilder, wovon das erste zum zweyten Spiegel AB gehört, und ihre Anzahl, wird eben so gefunden, wenn man den Winkel EAD $= \psi$ als negativ in Rechnung bringt, weil derselbe auf der Seite von AE liegt, die dem Winkel EAB entgegen gesetzt ist. Man findet, wenn F das erste Bild ist, $BAF = BAD = \frac{1}{2}\varphi + \psi$, und den Abstand jedes der folgenden Bilder, wenn es in der Ordnung das *m*te ist, von dem damit zusammen gehörigen Spiegel $= (m - \frac{1}{2})\varphi + \psi$. So lange noch

das

das letzte Bild in dem gegenüber befindlichen Spiegel ein neues Bild machen soll, muß $(m-\frac{1}{2})\varphi+\psi < 180°-\varphi$ seyn, also $(m+\frac{1}{2})\varphi < 180°-\psi$, und $2m+1 < \frac{360°-2\psi}{\varphi}$, woraus man m eben so findet, wie vorhin n gefunden ward.

45. §.

Ob jemand, der die Spiegel vor sich hat, alle oder nur einige von diesen Bildern sehen könne? das hängt von der Stelle, wo sich das Auge befindet, und zugleich von der gröſſern oder geringern Ausdehnung der Spiegel nach der Länge der Schenkel AB, AC, ihres Neigungswinkels ab. Wenn der Spiegel AC sich bis Z erstreckt, und das Auge innerhalb der Schenkel des Winkels AGZ befindlich ist; so sieht es das Bild G. Soll es auch H sehen, so muß es zugleich innerhalb der Schenkel des Winkels AHB befindlich seyn, wofern B die Gränze des zweyten Spiegels ist. Wenn es sich also zwischen beyden Spiegeln in dem Raum befindet, der den Räumen zwischen den Schenkeln jener beyden Winkel gemein ist, so siehet es beyde Bilder G und H. Ueberhaupt sieht es jedes Bild in dem damit zusammengehörigen Spiegel, wenn es sich vor dem Spiegel zwischen den Schenkeln des Winkels befindet, den ein Paar grade Linien machen, die von dem Bilde durch die beyden Gränzen A und Z, oder A und B des Spiegels laufen. Soll es demnach alle Bilder sehen können, so muß es sich in dem Theil des Raums zwischen den Spiegeln befinden, den die Räume zwischen den Schenkeln jener Winkel mit einander gemein haben.

Um-

Umſtändlicher hat H. H. Käſtner in der Abhandlung: De multiplicatione imaginum ope duorum ſpeculorum, hievon gehandelt, welche man in ſeinen Diſſertationibus Mathematicis et Phyſicis, Altenb. 1771. pag. 8. ſqq. findet. Wie man durch Verbindung zweyer, auch wohl mehrerer ebenen Spiegel mancherley angenehme optiſche Erſcheinungen zuwege bringen könne, darüber kann man *Zahrii* Oculum Artificialem Teledioptricum, Fundam. III. Syntagm. V. Cap. IV. fol. 663. Edit. II. Norimb. 1702. *Traberi* Nervum Opticum Lib. II. Cap. IV. V. auch *Wolffii* Elementa Catoptricae §. 106. ſqq. Elementor. Matheſ. Univerſae T. III. pag. 159 ſqq. zu Rath ziehen.

46. §.

Wenn ein Lichtkegel oder eine Lichtpyramide *BDFM* zuſammen laufender Strahlen, die in einem Punct *M* hinter der Spiegelfläche *XY* zuſammen laufen würden, auf den ebenen Spiegel fällt; ſo haben alle zurückgeworfene Strahlen einen wirklichen phyſiſchen Vereinigungspunct *L* in der graden Linie *MR*, die von der Spitze *M* der auffallenden Lichtpyramide auf den Spiegel ſenkrecht fällt, und beyde Vereinigungspuncte *M*, *L*, der auffallenden und zurückgeworfenen Strahlen ſind von der Spiegelfläche gleichweit entfernt. 54 Fig.

Beweis. Es iſt RCM = GCD der Neigungswinkel des einfallenden Strahls DC gegen die Spiegelfläche, in der Ebene dieſes Winkels liegt der zurückgeworfene Strahl C∂, und es iſt RC∂ = GCD. Wenn alſo MR verlängert den zurückgehenden Strahl in L ſchneidet, ſo haben die rechtwinklichten Dreyecke

RCL,

RCL, RCM, zweene gleiche an der gemeinschaftlichen Seite RC anliegende Winkel, mithin ist RL = RM. Jeder andre einfallende Strahl FE, dessen Einfallswinkel REM = IEF ist, und der nach EΦ zurück geworfen wird, schneidet ebenfalls MR verlängert in demselben Punct L, weil die rechtwinklichten Dreyecke ERM und ERL an ER gleiche Winkel haben: demnach haben alle zurückgeworfene Strahlen den Vereinigungspunct L.

Der III. Abschnitt.

Die Gesetze der Zurückwerfung des Lichts von krummen, und vornemlich sphärischen Spiegeln.

47. §.

58 Fig. Es sey C der Mittelpunct einer Kugel, CA ihr Halbmesser, KMANL ein gröster Kreisbogen auf ihrer Oberfläche, welcher vom Halbmesser CA halbirt wird, und dessen Sehne KL der Halbmesser CA ebenfalls senkrecht halbirt: so stellt zugleich die Figur den Schnitt durch die Axe eines Kugelsegments vor, dessen Axe AC, und dessen Pol A ist. Zugleich stellt KL den Durchmesser der Grundfläche des Segments, als einen zur Axe AC gehörigen Parallelkreis der Kugel vor, und man kann sich die Vorstellung machen, der Kugelabschnitt entstehe, indem sich die Figur um die Axe AC drehet. Ein Spiegel heißt überhaupt ein sphärischer Spiegel, wenn seine polirte

polirte Fläche die Figur der Fläche eines ſolchen Kugelabſchnitts hat, und insbeſondere ein ſphäriſcher Hohlſpiegel, oder ein erhabener ſphäriſcher Spiegel, nachdem die Figur ſeiner polirten Fläche mit der Figur der innern hohlen Seite oder der äuſſern erhabenen Seite der Fläche eines Kugelſegments überein kommt. Die Axe dieſes Kugelſegments nennt man auch die Axe des Spiegels.

48. §.

Wenn aus einem Punct *P* in der Axe *AC* des ſphäriſchen Hohlſpiegels ein Lichtſtrahl auf den Punct *M* der Spiegelfläche fällt; ſo liegt der zurückgeworfene Strahl *Mp* mit dem einfallenden Strahl und der Axe des Spiegels in einerley Ebene. 58 Fig.

Beweis. Durch den einfallenden Strahl PM und die Axe AP kann man eine Ebene legen, und in derſelben Ebene liegt der zurückgeworfene Strahl. Denn der Strahl wird von der Stelle M des Spiegels ſo zurück geworfen, wie ihn eine Ebene zurück werfen würde, die den Spiegel in M berührte. Wenn nun MI die Durchſchnittslinie der Berührungsebene mit der Ebene APM vorſtellet, ſo weiß man, daß eine grade Linie, die in M auf der Berührungsebene ſenkrecht iſt, zugleich auf der Kugelfläche ſenkrecht ſey, und durch den Mittelpunct C der Kugel gehe. Demnach iſt MC das Einfallsloth, und der zurückgeworfene Strahl liegt in der Ebene PMC, welches hier die Ebene der Zurückſtrahlung iſt. (34. §.) In dieſer Ebene aber liegt der einfallende Strahl PM und die Axe des Spiegels, weil nicht allein P vermöge der Vorausſetzung, ſondern auch C in der Axe des Spiegels liegt.

Wenn

Wenn alſo der zurück geworfene Strahl nicht vielleicht mit der Axe des Spiegels parallel iſt, ſo muß er ſie in irgend einem Punct ſchneiden.

49. §.

58 Fig. In einer gegebenen Stelle der Axe des ſphäriſchen Hohlſpiegels befindet ſich der ſtrahlende Punct P, und von demſelben fällt auf eine gleichfalls gegebene Stelle M des Spiegels ein Lichtſtrahl PM: man ſoll die Stelle p finden, worin der zurück geworfene Strahl die Axe des Spiegels ſchneidet.

Aufl. Man ſetze den Halbmeſſer der Kugel $CA = CM = r$, den Winkel $ACM = \gamma$, $AP = \delta$ und $Ap = x$; ſo iſt in der Ebene APM die Stelle M durch den Winkel γ, und die Stelle P durch die Entfernung δ gegeben. Man nehme in der Ebene der Zurückſtrahlung den Bogen $AN = AM$, und ziehe die Sehne MN, die von der Axe AP in Q ſenkrecht halbirt wird; ſo iſt $MQ = r \sin\gamma$, $CQ = r\cos\gamma$, $CP = \delta - r$, $Cp = r - x$, und $x = r - Cp$. Weil nun die Stelle p geſucht wird, ſo kommt die Auflöſung der Aufgabe darauf an, daß man entweder $x = Ap$, oder ſtatt deſſen Cp ſuche, denn aus Cp kann man leicht $x = r - Cp$ finden.

Vermöge des 262 §. Geom. hat man im Dreyeck CpM aus den Seiten $CM = r$, Cp, und dem dazwiſchen liegenden Winkel, $\text{tang}\, CMp = \frac{Cp \cdot \sin\gamma}{r - Cp \cdot \cos\gamma}$, und eben ſo im Dreyeck CPM aus den Seiten $CM = r$, CP, und dem dazwiſchen liegenden Winkel $PCM = 180° - \gamma$ auch $\text{tang}\, CMP = \frac{CP \cdot \sin\gamma}{r + CP \cdot \cos\gamma}$.

Nach

Nach dem Geſetz der Zurückſtrahlung aber müſſen beyde Winkel, alſo auch ihre Tangenten gleich groß ſeyn, und man erhält $\frac{Cp}{r - Cp \cdot \cos\gamma} = \frac{CP}{r + CP \cdot \cos\gamma}$.

Das giebt ferner

$r \cdot Cp + Cp \cdot CP \cdot \cos\gamma = r \cdot CP - Cp \cdot CP \cdot \cos\gamma$,

alſo $Cp = \frac{CP \cdot r}{r + 2CP \cdot \cos\gamma} = \frac{CP \cdot \frac{1}{2}r}{\frac{1}{2}r + CP \cdot \cos\gamma}$.

Man ſetze $\delta - r$ ſtatt CP, und $1 - \text{finv}\,\gamma$ ſtatt $\cos\gamma$, (232. §. Geom.) ſo findet man

$Cp = \frac{(\delta - r) \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r - (\delta - r)\,\text{finv}\,\gamma}$; und wenn $\frac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2}r} = n$ geſetzt wird, ſo iſt $Cp = \frac{n \cdot \frac{1}{2}r}{1 - n\,\text{finv}\,\gamma}$. Es war aber $x = r - Cp$, alſo wird $x = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}n}{1 - n\,\text{finv}\gamma}\right) \cdot r$.

Ferner iſt auch $\frac{1}{1 - n\,\text{finv}\gamma} = 1 + \frac{n\,\text{finv}\gamma}{1 - n\,\text{finv}\gamma}$, und man findet $x = \left(1 - \frac{1}{2}n - \frac{\frac{1}{2}n^2\,\text{finv}\gamma}{1 - n\,\text{finv}\gamma}\right) \cdot r$, oder

$x = \left(2 - n - \frac{n^2\,\text{finv}\gamma}{1 - n\,\text{finv}\gamma}\right) \cdot \frac{1}{2}r$. Weil nun $n = \frac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2}r}$ war, ſo iſt $2 - n = \frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r}$, mithin $x = \left(\frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{n^2\,\text{finv}\gamma}{1 - n\,\text{finv}\gamma}\right) \cdot \frac{1}{2}r$.

50. §.

Weil $\sin v\gamma$ mit dem Winkel γ zugleich abnimmt, so nimmt auch der Bruch $\frac{n^2 \sin v\gamma}{1 - n \sin v\gamma}$ ab, wenn γ kleiner wird: denn es wird beydes zugleich der Nenner gröſſer und der Zähler kleiner. Demnach wird x gröſſer, oder p rückt nach P zu. Indeſſen kann x oder Ap nie gröſſer werden, als $\frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$, weil dies der Werth von x wäre, wenn auch $\gamma = 0$ würde. Die Zahl $n = \frac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2} r}$ iſt allemahl ein ächter Bruch, wenn $\delta > r$ iſt, und $\sin \gamma$ nur ſehr klein, ſo lange γ ein Winkel von wenigen Graden bleibt. Demnach bleibt für alle Strahlen, die wie Pm ſehr nahe bey der Axe auf den Spiegel fallen, ſehr nahe $x = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$.

58 Fig. Man nehme $A\pi = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$, ſo iſt π ein Vereinigungspunct für alle diejenigen aus P kommenden Strahlen, die auf die nächſten Stellen m, μ, bey der Axe des Spiegels auffallen, und von dort her zurück geworfen werden. Wenn das Auge einer Perſon, die den Spiegel betrachtet, in der Gegend O die aus den Stellen ſehr nahe bey A zurück geworfenen Strahlen auffängt, ſo wird es davon eben ſo gerührt, als wenn der Punct P ſelbſt in π befindlich wäre, und π iſt ein Bild von P. Alle Strahlen, die wie PM in die Runde um die Axe herum auf Stellen des Spiegels fallen, welche um einerley

Winkel

Winkel ACM $= \gamma$ von der Axe entfernt sind, schneiden einander nach der Zurückwerfung in p, und man nennt πp die von der Kugelgestalt herrührende Abweichung der zurückgeworfenen Strahlen von der Stelle des eigentlichen Bildes π. Alle zwischen A und M auffallende Strahlen gehen nach der Zurückwerfung zwischen π und p durch, und desto näher bey p, je näher der Einfallspunct der Stelle M ist: die Abweichung πp ist $= A\pi - Ap$, und weil

$$A\pi = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}, \text{ und } Ap = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \operatorname{sinv}\gamma \cdot \frac{1}{2}r}{1 - n \operatorname{sinv}\gamma}$$

war, so findet man $\pi p = \dfrac{n^2 \operatorname{sinv}\gamma \cdot \frac{1}{2}r}{1 - n \operatorname{sinv}\gamma}$.

51. §.

Der Bruch $\dfrac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r}$ ist auch $= 1 + \dfrac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}$, 58 Fig.

also $A\pi = \frac{1}{2}r + \dfrac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} \cdot \frac{1}{2}r$ allemahl grösser als $\frac{1}{2}r$, wenn $\delta > \frac{1}{2}r$ bleibt. Je weiter P von A wegrückt, je grösser also δ wird, desto kleiner wird der Bruch $\dfrac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}$, und wenn δ unendlich groß würde, das heißt, wenn alle Strahlen in einer mit der Axe parallelen Lage auf den Spiegel fielen, so würde dieser Bruch verschwinden, und man hätte $A\pi = \frac{1}{2}r$. Man nehme $AF = \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}AC$, so ist F das Bild, welches die zunächst bey der Axe des Spiegels mit ihr parallel einfallenden Strahlen machen, dergleichen Sm vorstellet, und dieser Punct heißt des Spiegels Brennpunct, so

wie AF die Brennweite. Iſt die Axe des Spiegels gegen die Sonne gerichtet, ſo fallen die Strahlen der Sonne, welche von dem Punct ihrer Oberfläche kommen, den die Axe des Spiegels triſt, in einer mit dieſer Axe parallelen Lage auf den Spiegel, die nächſten bey der Axe vereinigen ſich nach der Zurückwerfung in F, und verurſachen daſelbſt eine Hitze, die brennbare Sachen entzünden kann: daher iſt der Nahme Brennpunct entſtanden.

52. §.

Das Bild π eines jeden andern Puncts P in der Axe iſt vom Scheitel A des Spiegels weiter, als der Brennpunct F entfernt, ſo lange die Entfernung AP $= \delta$ gröſſer als die Brennweite AF $= \frac{1}{2}r$ bleibt. Setzt man $\frac{1}{2}r = f$, ſo hat man $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$ oder $A\pi = f + \frac{f}{\delta - f} \cdot f$ für die Entfernung des Bildes vom Scheitel des Spiegels. Je kleiner AP oder δ wird, deſto mehr wächſt $A\pi$, das Bild und der abgebildete Punct rücken einander immer näher, ſo lange, bis $\delta = 2f = r$ wird: alsdenn erhält man $A\pi = 2f = r$, oder π fällt nun mit P im Mittelpunct C des Kugelſpiegels zuſammen. Dabey iſt merkwürdig, daß alsdenn auch die Abweichung der übrigen Strahlen verſchwindet, weil $n = \frac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2}r} = 0$ wird, wie der Natur der Sache gemäß iſt; weil ein ſtrahlender Punct in C alle Strahlen auf die innere hohle Kugelfläche ſenkrecht wirft, die in ſich ſelbſt zurück geworfen alle wieder durch C laufen müſſen.

Wird

Wird $\delta < r$ angenommen, so wird $A\pi > r$. 59 Fig.

Denn es war $A\pi = \frac{1}{2}r + \frac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} \cdot \frac{1}{2}r$, (51. §.)

und es ist $\delta - \frac{1}{2}r < \frac{1}{2}r$, wenn $\delta < r$ ist, also $\frac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} > 1$. Wenn demnach der strahlende Punct dem Scheitel des Spiegels näher rückt, als der Mittelpunct des Spiegels davon entfernt ist; so entfernt sich das Bild vom Spiegel über den Mittelpunct C hinaus. Diese Entfernung $A\pi$ des Bildes wächst schnell, wenn auch die Entfernung δ nur langsam abnimmt.

In dem Fall $\delta = \frac{1}{2}r$, das heißt, wenn der strahlende Punct in den Brennpunct F rückt, findet man $A\pi$ unendlich groß, die zurückgehenden Strahlen haben keinen Vereinigungspunct mehr, sie sind nun mit der Axe parallel, und das ist der im 51. §. betrachtete Fall umgekehrt.

53. §.

Ueberhaupt erhellet es schon aus der Natur der Sache, daß wenn die aus P auf den Spiegel fallenden Strahlen ihren Sammlungspunct in π haben, auch hinwiederum umgekehrt das aus π, wenn an dieser Stelle ein strahlender Punct wäre, auf den Spiegel fallende Licht nach der Zurückwerfung den Sammlungspunct P haben müsse. Die Rechnung giebt eben dasselbe. Denn wenn π ein strahlender Punct ist, so hat man für die Entfernung des Bildes vom Scheitel des Spiegels $\frac{A\pi \cdot f}{A\pi - f}$. Man setze

$A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$; ſo wird $A\pi - f = \frac{ff}{\delta - f}$, und $A\pi . f = \frac{\delta ff}{\delta - f}$, alſo die Entfernung des Bildes vom Scheitel des Spiegels $\frac{A\pi . f}{A\pi - f} = \delta$.

Wenn jeder Bogen AK vom Scheitel des Spiegels bis an ſeinen äuſſern Umfang gemeſſen nur wenige Grade beträgt, ſo wird beynahe alles das Licht, was eine in ſeinem Brennpunct F befindliche Lichtflamme auf den Spiegel wirft, nach einer mit der Axe parallelen Richtung zurückgeworfen. Zwar iſt eine ſolche Lichtflamme kein Punct, und nur dasjenige Licht ſtrahlt in einer mit der Axe parallelen Lage zurück, was dasjenige Element der Lichtflamme auf den Spiegel wirft, das im Brennpunct ſelbſt befindlich iſt. Weil indeſſen gewöhnlich eine ſolche Lichtflamme nicht ſonderlich groß iſt, ſo weicht das von den übrigen Elementen, die doch allemahl dem eigentlichen Brennpunct ſehr nahe ſind, auf den Spiegel fallende Licht, nach der Zurückwerfung nicht ſehr von der mit der Axe parallelen Lage ab. Daher kann man ſich des Hohlſpiegels mit Vortheil bedienen, vermittelſt des Kerzen- oder Lampenlichts Sachen ſtärker zu erleuchten, als die Flamme für ſich allein ſelbige erleuchten würde.

54. §.

60 Fig. Wenn des ſtrahlenden Puncts P Entfernung vom Scheitel des Spiegels noch kleiner als die Brennweite wird, wenn alſo $\delta < f$, oder $\delta < \frac{1}{2} r$ iſt;

ist; so wird $A\pi = -\frac{\delta f}{f-\delta}$ negativ. Das heißt, $A\pi$ erhält in Ansehung des Scheitels A eine entgegen gesetzte Lage, der Vereinigungspunct, oder das Bild π liegt hinter der hohlen polirten Fläche des Spiegels, die zurückgeworfenen Strahlen laufen in einer solchen Lage aus einander, als kämen sie von einem Punct π hinter dem Spiegel her, auf ähnliche Art, wie sie vom ebenen Spiegel zurückstrahlen würden: nur daß hier nicht alle auffallende Strahlen, sondern allein die zunächst bey der Axe einfallenden rückwärts hinter den Spiegel verlängert in einerley Punct π zusammenlaufen würden. In dem eben betrachteten Fall also ist der Punct π kein Sammlungspunct, sondern ein Zerstreuungspunct, kein physischer, sondern ein geometrischer Vereinigungspunct der zurückgeworfenen Strahlen. In eben dem Fall ist $A\pi = -\frac{\delta f}{f-\delta}$ sehr groß, so lange δ nur wenig kleiner als f ist, aber $A\pi$ wird kleiner, wenn δ kleiner wird, weil alsdenn des Bruchs $\frac{\delta}{f-\delta}$ Nenner wächst, und der Zähler abnimmt. Der strahlende Punct und sein Bild rücken also gegen einander, und weil $A\pi$ verschwindet, wenn $\delta = o$ wird, so fällt das Bild mit dem strahlenden Punct im Scheitel des Spiegels zusammen.

55. §.

Auf den sphärischen Hohlspiegel fällt ein Lichtstrahl VM in einer solchen Lage, daß er hinter den Spiegel verlängert die Axe in P 61 Fig.

schneiden würde: man soll die Stelle p finden, worin der zurückgeworfene Strahl die Axe schneidet.

Aufl. Die Auflösung dieser Aufgabe ist als ein besondrer Fall unter der allgemeinen Auflösung der Aufgabe im 49. §. enthalten: man muß nur P für den Punct annehmen, worin der einfallende Strahl die Axe des Spiegels schneidet, das Licht mag von dem Punct P herkommen, oder in einer solchen Richtung auf den Spiegel fallen, daß der Strahl durch P gehen würde, wenn ihn der Spiegel nicht auffienge. Wenn in der allgemeinen Formul

$$Ap \text{ oder } x = \left(\frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \operatorname{sinv}\gamma}{1 - n \operatorname{sinv}\gamma}\right) \cdot \frac{1}{2}r$$

die Entfernung δ negativ angenommen wird, so hat man die Auflösung der jetzigen Aufgabe, weil AP oder δ eine der vorigen entgegen gesetzte Lage haben soll. Alsdenn aber ist $n = \frac{\delta + r}{\delta + \frac{1}{2}r}$, und

$$x = \left(\frac{\delta}{\delta + \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \operatorname{sinv}\gamma}{1 - n \operatorname{sinv}\gamma}\right) \cdot \frac{1}{2}r.$$

56. §.

Man kann aus dieser Gleichung ähnliche Folgen ziehen, wie im 50. §. und einigen folgenden §§. für den Fall sind hergeleitet worden, wenn P ein Zerstreuungspunct ist, und vor dem Spiegel liegt. Wenn γ ein sehr kleiner Winkel ist, also der einfallende Strahl Wm den Spiegel in einer Stelle m sehr nahe bey der Axe trift, so ist sehr nahe $x = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta + \frac{1}{2}r} = \frac{\delta f}{\delta + f}$

wenn

wenn $f = \frac{1}{2} r$ wie bisher die Brennweite bezeichnet. Man nehme also nun $A\pi = \frac{\delta f}{\delta + f}$, so ist π ein wirklicher Vereinigungspunct aller der sehr nahe bey der Axe auffallenden Strahlen, die in P ihren Sammlungspunct hätten, wenn der Spiegel sie nicht zurück schickte. Wird in der allgemeinen Formul $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$ (52. §.) für den Abstand des Bildes δ negativ genommen, so hat man ebenfalls $A\pi = \frac{\delta f}{\delta + f} = f - \frac{f}{\delta + f} \cdot f$, und dieser Abstand ist kleiner als die Brennweite. Allemahl aber fällt der Sammlungspunct der zurückgehenden Strahlen in eine Stelle der Axe vor dem Spiegel, wofern nicht δ verschwindet, welches zugleich der am Ende des 53. §. betrachtete Fall wird.

57. §.

Die Gesetze zu finden, nach welchen ein erhabener Kugelspiegel das Licht zurück wirft, wenn die auffallenden Strahlen entweder aus einem Punct der Axe, der vor dem Spiegel liegt, als aus einem Zerstreuungspunct kommen, oder auch in einem Sammlungspunct, der hinter dem Spiegel in seiner Axe liegt, sich vereinigen würden, wenn der Spiegel sie nicht auffienge.

Aufl. Die im 49. §. gegebene Auflösung ist allgemein, und wird auf den erhabenen Spiegel ver-

mittelst folgender Schlüsse angewandt. Man nehme
58 an, in der 58 Figur wachse der Halbmesser $r = AC$
Fig. ohne Aufhören, und werde zuletzt unendlich groß, so verwandelt sich im 49. §. die Formul

$$x = \left(\frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \operatorname{sinv}\gamma}{1 - n \operatorname{sinv}\gamma}\right) \cdot \tfrac{1}{2}r, \text{ oder}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2}r \cdot \delta}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{\frac{1}{2}n^2 \cdot r \operatorname{sinv}\gamma}{1 - n \operatorname{sinv}\gamma}, \text{ in folgende}$$

$Ap = -\delta$. Es ist nemlich $n = \frac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2}r}$ gesetzt, und diese Zahl wird $= 2$ in dem Fall $r = \infty$. In eben dem Fall aber sind AC und MC immer parallel, wo auch der Strahl in M auffällt, weil die Kugelfläche sich in eine Ebene, und der Kreisbogen KAL in eine grade Linie verwandelt: mithin bleibt allemahl $\gamma = 0$ und $\operatorname{sinv}\gamma = 0$, die Abweichung verschwindet, und aus $x = \frac{\frac{1}{2}r \cdot \delta}{\delta - \frac{1}{2}r} = \frac{\delta}{(\delta : \frac{1}{2}r) - 1}$ wird $-\delta$.

Was die Formul in diesem Fall giebt, das ist oben für den ebenen Spiegel schon bewiesen. Nach dem Gesetz der Stetigkeit kann auch r negativ werden,
62. §. das heißt, der Kugel Mittelpunct C kann auf der andern Seite von A liegen, und so verwandelt sich der Spiegel in einen erhabenen, und der im 49. §. angenommenen Voraussetzung gemäß liegt P vor der polirten erhabenen Fläche des Spiegels. Diese Voraussetzung giebt $n = \frac{\delta + r}{\delta + \frac{1}{2}r}$, und $x =$

$$Ap = \left(\frac{\delta}{\delta + \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \operatorname{sinv}\gamma}{1 - n \operatorname{sinv}\gamma}\right) x - \tfrac{1}{2}r.$$

Man

Man nehme an, daß γ ſehr klein ſey, alſo ein Strahl wie P*m* ſehr nahe bey der Axe auffalle, ſo wird $x = -\frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta + \frac{1}{2}r}$. Weil dieſer Werth negativ iſt, ſo giebt es einen ſolchen Punct hinter dem Spiegel, in welchem die von Stellen ſehr nahe bey der Axe zurück geworfenen Strahlen zuſammen laufen würden, wenn man ſie hinter den Spiegel verlängerte. Nimmt man $A\pi = -\frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta + \frac{1}{2}r}$, ſo iſt π dieſer Punct, und es iſt hier ein **Zerſtreuungspunct** der zurückgehenden Strahlen. Derſelbe iſt in einem ähnlichen Sinn ein **Bild** von P, wie der Hohlſpiegel ein Bild von P machen würde, wenn der Abſtand δ kleiner als die Brennweite wäre.

In dem Fall, wenn der ſehr nahe bey der Axe auffallende Strahl auch mit ihr parallel wäre, hätte man $\delta = \infty$, alſo die Entfernung des Zerſtreuungspuncts $= -\frac{1}{2}r$. Wenn alſo $AF = -\frac{1}{2}r$ iſt, ſo iſt F der Zerſtreuungspunct der ſehr nahe bey der Axe mit ihr parallel einfallenden Strahlen nach der Zurückwerfung. Er heißt des erhabenen Spiegels **geometriſcher Brennpunct**, und AF ſeine **Brennweite**, die in der Rechnung negativ wird. Wenn man dieſen einzigen Umſtand bemerkt, ſo kann man alles, was vom ſphäriſchen Hohlſpiegel bewieſen iſt, auf den erhabenen Kugelſpiegel anwenden, wenn man in den Formuln, die für den Hohlſpiegel gelten, r oder $f = \frac{1}{2}r$ negativ annimmt.

Man ſchreibe f ſtatt $\frac{1}{2}r$, ſo iſt $A\pi = -\frac{\delta f}{\delta + f}$, und $A\pi$ iſt allemahl kleiner, als die Brennweite

$f =$

$f = AF$, so lange nicht δ unendlich groß wird, oder die sehr nahe bey der Axe einfallenden Strahlen mit ihr parallel werden. Nimmt man hiernächst δ negativ an, so ist das der Fall, wenn die auffallenden Strahlen hinter dem Spiegel einen Vereinigungspunct hätten. Alsdenn ist $A\pi = \frac{\delta f}{f - \delta}$, und das Bild π liegt vor dem Spiegel, so lange $\delta < f$ ist. Wenn aber die Entfernung $\delta > f$ ist, also P weiter als F vom Spiegel entfernt ist, so hat man $A\pi = -\frac{\delta f}{f - \delta}$, und π liegt hinter dem Spiegel.

58. §.

63 Fig. Es sey wiederum AC die Axe eines sphärischen Hohlspiegels BAD, und der Bogen AB = AD, welcher die halbe Breite des Spiegels bestimmt, in Vergleichung mit seinem Halbmesser so klein, daß ACB nur wenige Grade beträgt. Der Punct P in der Axe sey wenigstens weiter als um den Halbmesser des Spiegels von seinem Scheitel entfernt, damit das Bild π dieses Puncts vor dem Spiegel befindlich sey, so ist $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$, $AP = \delta$ gesetzt. Mit dem Halbmesser CQ sey der Kreisbogen PQ beschrieben, so fällt von jedem Punct Q dieses Bogen, wenn derselbe Licht um sich her verbreitet, ein Strahlenkegel auf den Spiegel, und einer von den auffallenden Strahlen QE geht durch den Mittelpunct C. Demnach hat jeder Punct Q sein Bild in k, und es ist auch $Ek = \frac{\delta f}{\delta - f} = A\pi$, also $Ck = C\pi$. So liegt

zwischen

zwiſchen π und k eine Reihe von Bildern der Puncte zwiſchen P und Q, dieſe Bilder liegen ebenfalls in einem Kreisbogen, wozu der Halbmeſſer $C\pi = Ck$ gehört, und πk iſt das Bild von PQ.

Wenn der Winkel PCQ nur klein iſt, ſo iſt der Bogen PQ von ſeiner Tangente durch P nicht ſehr verſchieden, und er kann als eine grade auf AP ſenkrechte Linie angeſehen werden, wovon alsdenn das Bild πk ebenfalls eine durch π auf AP ſenkrechte grade Linie iſt. Dies Bild hat in Anſehung der Axe AP eine Lage, die der Lage der abgebildeten Linie entgegen geſetzt iſt. Wenn überhaupt PQ ein Gegenſtand iſt, deſſen Abmeſſungen in Vergleichung mit der Entfernung CP nur klein ſind; ſo ſind auch alle von C nach den Puncten Q dieſes Gegenſtandes gezogene grade Linien gleich groß, und das von jedem der Puncte Q auf den Spiegel fallende Licht vereiniget ſich nach der Zurückwerfung in einem Bilde k des Puncts Q, das in der verlängerten Axe QC liegt, beynahe eben ſo weit von C entfernt, als π davon entfernt iſt, und man hat $C\pi = Ck = r - \frac{\delta f}{\delta - f}$.

Alle dieſe Bilder machen ein Bild des Gegenſtandes, oder vielmehr ein Bild der dem Spiegel zugekehrten Fläche deſſelben aus, die Puncte r, π, k, liegen in einer zum Halbmeſſer $C\pi$ gehörigen Kugelfläche, wenn R, P, Q, in einer Kugelfläche liegen, die zum Halbmeſſer CP gehört, und dieſe Kugelflächen kommen den ebenen Flächen ſehr nahe, welche ſie in P und π berühren, wenn $PCQ = \pi Ck$ ein kleiner Winkel iſt, ſo wie die Bogen PQ, πk, alsdenn ihren Tangenten ſehr nahe kommen.

59. §.

59. §.

Iſt die Axe AP des Spiegels gegen die Mitte P, oder ſonſt eine merkwürdige Stelle des Objects gerichtet, ſo ſind PQ, PR, Halbmeſſer deſſelben, wenn es kreisförmig iſt, und πk, πr, damit zuſammen gehörige Halbmeſſer des Bildes, welches alsdenn ebenfalls kreisförmig ſo wie überhaupt allemahl dem Gegenſtande ähnlich iſt. Wenn das Object nicht kreisförmig iſt, ſo ſind die Halbmeſſer PQ veränderlich, und ändern ſich mit der Lage der Ebene CPQ, wenn man ſich vorſtellet, daß ſelbige um die Axe AP gedrehet wird. Bey jeder Lage dieſer Ebene aber iſt allemahl $PQ : \pi k = CP : C\pi$ in einerley Verhältniß.

Der Winkel $PCQ = \pi Ck$ iſt ſowohl des Gegenſtandes als auch des Bildes ſcheinbarer Halbmeſſer in der Ebene APQ genommen, wenn das Auge in C ſeine Stelle hätte. Bild und Gegenſtand würden alſo aus dem Mittelpunct der ſphäriſchen Hohlſpiegelfläche geſehen unter einerley Sehewinkel erſcheinen: auch verhalten ſich die halben oder ganzen Durchmeſſer des Bildes und Gegenſtandes in einerley Ebene genommen, wie ihre Entfernungen vom Mittelpunct der Hohlſpiegelfläche.

60. §.

Bild und Gegenſtand würden auch aus dem Scheitel *A* des ſphäriſchen Hohlſpiegels unter einerley Sehewinkel erſcheinen, und ihre halben oder ganzen Durchmeſſer in einerley Ebene genommen verhalten ſich wie ihre Entfernungen vom Scheitel des Spiegels.

Beweis.

Beweis. Es iſt $C\pi = r - \frac{\delta f}{\delta - f}$ und $r = 2f$, 63 Fig.
alſo $C\pi = \frac{(\delta - 2f)\, f}{\delta - f}$, $CP = \delta - 2f$, und $CP : C\pi = PQ : \pi k$, (59. §.) alſo $\delta - f : f = PQ : \pi k$. Ferner iſt $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$, oder $\delta - f : f = \delta : A\pi$, alſo auch δ oder $AP : A\pi = PQ : \pi k$. Aus eben dem Grunde iſt $AP : A\pi = PR : \pi r$, alſo $PQ + PR : \pi k + \pi r = AP : A\pi$, oder $QR : kr = AP : A\pi$. Eben die Schlüſſe beweiſen zugleich die Aehnlichkeit der rechtwinklichten Dreyecke APQ, $A\pi k$, und die Gleichheit der Winkel PAQ, πAk.

Zwiſchen den Gränzen des pyramiden- oder kegelförmigen Raums QCR ſey mit dem Halbmeſſer $= 1$ eine Kugelfläche beſchrieben, ſo iſt das ſo zuwege gebrachte Kugelſtück das Maaß der ganzen ſcheinbaren Ausdehnung ſowohl des Objects QR, als auch des dazu gehörigen Bildes kr. Setzt man das zum Halbmeſſer CP gehörige Stück einer Kugelfläche zwiſchen den Gränzen deſſelben Raums $QCR = E^2$, und die Fläche des Bildes $= \varepsilon^2$, ſo iſt das erwehnte Maaß $= \frac{E^2}{CP^2} = \frac{\varepsilon^2}{C\pi^2}$, alſo die Fläche des Bildes $\varepsilon^2 = \frac{C\pi^2}{CP^2} \cdot E^2$. Es war aber $CP : C\pi = \delta - f : f = AP : A\pi$, alſo auch $\varepsilon^2 = \frac{A\pi^2}{AP^2} \cdot E^2$.

61. §.

61. §.

63 Fig. Iſt RPQ das Geſicht einer Perſon, die den Spiegel vor ſich hat, in O das Auge, ſo kommt von jedem Punct des Bildes ein Strahlenkegel ins Auge, und daſſelbe wird davon ſo gerührt, wie geſchehen würde, wenn die abgebildeten Puncte in den Stellen der Bilder befindlich wären. Wer alſo den Spiegel vor ſich hat, der ſiehet das Bild ſeines Geſichts vor dem Spiegel aber verkehrt. So lange die Entfernung AP in Vergleichung mit der Brennweite etwas groß iſt, ſo lange iſt das Bild kleiner als das Geſicht der betrachtenden Perſon, weil jeder Halbmeſſer deſſelben, wie πk, im Verhältniß $CP : C\pi = \delta - f : f = AP : A\pi$ kleiner iſt als der damit zuſammen gehörige Halbmeſſer PQ. Wenn aber das Geſicht, oder jeder andre gegen den Spiegel gehaltene Gegenſtand, einander näher gebracht werden, ſo wird das Bild gröſſer, weil $\pi k = \frac{f}{\delta - f}$. PQ gröſſer wird. Weil nun zugleich $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f} = f + \frac{f^2}{\delta - f}$ wächſt, wenn $AP = \delta$ abnimmt, ſo rücken Bild und abgebildete Sache einander entgegen. In dem Fall $\delta = 2f = r$, fallen Bild und Sache bey C zuſammen, und die betrachtende Perſon kann ihr Bild nicht mehr ſehen. So lange ferner δ zwiſchen den Gränzen $2f$ und f, oder r und $\frac{1}{2}r$ bleibt, ſieht man ſich nicht weder vor noch hinter dem Spiegel, weil das Bild weiter vom Spiegel entfernt iſt, als das Geſicht der betrachtenden Perſon ſelbſt. Jede undurchſichtige Sache hindert ſolchergeſtalt ohnedem,

daß

daß nicht alle von den zurückgehenden Strahlen bis an die Stelle kommen, wo sie zusammen stossen würden. Aber wenn auch das nicht wäre, so hätte doch die betrachtende Person ihrem Bilde den Rücken zugekehrt, und könnte es um deßwillen nicht sehen.

62. §.

In dem Fall $\delta < f$, wenn das Gesicht der Per- 64
son, die den Spiegel ansiehet, oder jede andre Sache Fig.
dem Spiegel näher, als sein Brennpunct liegt, wird $A\pi$ negativ; von den Strahlen, die jeder Punct Q auf den Spiegel wirft, geht einer rückwärts verlängert durch C, der den Spiegel in E trift, und alle diese von Q auffallenden Strahlen liegen nach der Zurückwerfung so, als kämen sie von k her, $Ek = \frac{EQ \cdot f}{EQ - f}$ genommen. In πk kommt also ein Bild des Gegenstandes PQ zum Vorschein, welches nicht mehr verkehrt, sondern aufrecht stehet, überdem auch grösser als die abgebildete Sache selbst ist. Es wird nemlich $\pi k = \frac{A\pi}{AP} \cdot PQ = \frac{f}{\delta - f} \cdot PQ = -\frac{f}{f - \delta} \cdot PQ$ negativ und grösser als PQ. Eine Person also in RQ, die den Spiegel betrachtet, sieht ihr Bild darin aufgerichtet und vergrössert.

63. §.

Wenn, wie bisher, PQ in dem hier gebräuchlichen und bisher erklärten Verstande, den Halbmesser eines Gegenstandes vorstellet, der sein Licht auf 65
den erhabenen sphärischen Spiegel EAG wirft; so Fig.

verwandelt sich der von jedem Punct Q auffallende Strahlenkegel in einen entgegen gesetzten, der seine Spitze k hinter dem Spiegel in der graden Linie QC hat, und es ist $Ek = -\frac{EQ \cdot f}{EQ + f}$. Sind die Entfernungen EQ und AP für alle Puncte in der dem Spiegel zugekehrten Fläche des Gegenstandes beynahe gleich, so sind auch Ek und $A\pi$ beynahe gleich groß. Allemahl entsteht in πk ein Bild von PQ, und es ist des Bildes Halbmesser $\pi k = \frac{A\pi}{AP} \cdot PQ$ $= -\frac{f}{\delta + f} \cdot PQ$. Das Bild ist aufgerichtet, und kleiner, als das abgebildete Object, es mag AP $= \delta$ wachsen oder abnehmen, wie man will: doch wird das Bild grösser, und rückt dem Spiegel näher, wenn δ kleiner wird. In dem Fall $\delta = f$ ist $\pi k = -\frac{1}{2}PQ$, und $A\pi = -\frac{1}{2}f$. Siehet man also grade gegen einen erhabenen Spiegel, so siehet man hinter dem Spiegel ein verkleinertes Bild von sich selbst, das desto grösser wird, je näher man den Spiegel dem Auge bringt.

64. §.

54 Fig. Im ebenen Spiegel siehet man nicht allein sein eigenes Bild, wenn man denselben grade vor sich hat, sondern auch das Bild M jedes andern strahlenden Puncts L, wenn das Auge seitwärts des von L auf den Spiegel fallenden Neigungslothes LR in der Gegend BDF befindlich ist. Das Bild M des Puncts L hat übrigens einerley Stelle bey einerley Lage des Spiegels, das Auge mag sonst seine Stelle haben,

haben, wo es wolle, wenn es sich nur in demjenigen Raum befindet, worin sich das zurück geworfene Licht ausbreitet, damit es einen Theil dieses zurück strahlenden Lichts auffangen kann. Mit den sphärischen Spiegeln hat es zwar eine ähnliche Bewandniß, nur hängt die Stelle desjenigen Bildes, welches das Auge wahrnimmt, von der Stelle ab, wo sich das Auge befindet. Wenn der strahlende Punct P sein Licht auf den sphärischen Hohlspiegel AMN wirft, so macht das zurück gehende Licht unzählig viele verschiedene Bilder. Eine Reihe dieser Bilder liegt in der Axe AC, und sie haben ihren Ursprung von der Krümmung der Kugelfläche, in wiefern selbige an jeder Stelle M mit der Krümmung des durch M laufenden zur Axe des Spiegels gehörigen Parallelkreises übereinkommt. Eine andre Reihe von Bildern rührt her von derjenigen Krümmung der Kugelfläche in M, welche mit der Krümmung des gröſten Kreises durch die Axe AC und die Stelle M übereinkommt. Diese zuletzt erwehnten Bilder sind einerley mit den Puncten Q, worin zwey zunächst nach einander folgende zurück geworfene Strahlen einander schneiden: alle Puncte Q liegen in einer krummen Linie $\pi Q z$, welche die catoptrische Brennlinie heißt, (cauſtica per reflexionem, auch cata-cauſtica) und der Nahme rührt daher, weil man in den optischen Wissenschaften jeden Sammlungs- oder Zerstreuungspunct des zurück geworfenen oder gebrochenen Lichts einen Brennpunct (focum) nennt. Ein Auge in O siehet also zwey verschiedene Bilder des strahlenden Puncts P, das eine in p, das andre in Q, die jedoch in den meisten Fällen nur wie ein Bild erscheinen, welches nicht so deutlich ist, wie es seyn 66 fig.

würde, wenn alle von dem Element M *m n* N zurückgeschickte Strahlen einerley Sammlungspunct hätten.

65. §.

67 Fig. Mit dem erhabenen sphärischen Spiegel hat es eben die Bewandniß. Stehet das Auge in O, wo es die Strahlen auffängt, die das Element M *m n* N zurück schickt; so siehet es eine Vermischung der beyden Bilder *p* und Q, also ein nicht völlig deutliches Bild des Puncts P, und dies Bild ändert seine Stelle, wenn das Auge seine Stelle ändert. Der Unterscheid vom sphärischen Hohlspiegel bestehet nur darin, daß allemahl das Bild, welches der erhabene Spiegel macht, hinter demselben liegt, dasjenige aber, welches der Hohlspiegel macht, vor demselben liegt, so lange AP $> \frac{1}{2}$AC ist. Alle Puncte Q, worin die in einerley Ebene eines gröſten Kreises durch die Axe auffallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung rückwärts verlängert einander schneiden würden, machen ebenfalls eine Reihe geometrischer Bilder aus, die in der catoptrischen Brennlinie liegen, welche hier ebenfals nur geometrisch nicht physisch ist. Eine andre Reihe von Bildern liegt in der Axe AC, und das sind die Puncte, worin die auf einerley zur Axe AP gehörigen Parallelkreis fallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung rückwärts verlängert einander schneiden würden.

Der IV. Abschnitt.

Kurze Erläuterung der Erscheinungen im conischen und cylindrischen Spiegel.

66. §.

Eine krumme Spiegelfläche, wenn sie die Figur der Fläche eines sonst bekannten geometrischen Körpers hat, erhält davon ihren Nahmen: also kann die Spiegelfläche **conisch** oder **cylindrisch** heissen, wenn sie die Figur einer Kegelfläche oder Cylinderfläche hat. Gewöhnlich wird ein **grader Kegel**, oder ein **grader Cylinder** verstanden, dessen äussere erhabene Fläche polirt ist, wenn die Rede von Erscheinungen ist, die ein **conischer** oder **cylindrischer Spiegel** darstellet: sonst kann auch eine polirte Fläche, wenn sie die Figur der innern hohlen Kegelfläche oder Cylinderfläche hat, einen **conischen** oder **cylindrischen Hohlspiegel** abgeben.

67. §.

Von dem Licht, was ein strahlender Punct auf die polirte Kegelfläche oder Cylinderfläche wirft, haben diejenigen auffallenden Strahlen nach der Zurückwerfung einerley Zerstreuungspunct hinter der Spiegelfläche, welche die Kegelfläche oder Cylinderfläche in einer graden Linie treffen, die eine Seitenlinie des Kegels oder Cylinders abgiebt. Denn man kann sich einen ebenen Spiegel vorstellen, der den Kegel oder Cylinder in der erwehnten graden Linie berührt: also

hat das von dieser in der Kegel- oder Cylinderfläche und zugleich in dem ebenen Spiegel liegenden graden Linie zurückstrahlende Licht einerley Zerstreuungspunct mit dem, was der ebene Spiegel zurückwerfen würde. Dieser Zerstreuungspunct ist demnach ein Bild des strahlenden Puncts, nur nicht so vollkommen deutlich, als es der ebene Spiegel machen würde.

68. §.

68 Fig. Es sey ABD ein Schnitt durch die Axe des conischen Spiegels, dessen äussere erhabene Fläche polirt ist, AC seine Axe, C der Grundfläche Mittelpunct, und einer von den Halbmessern der Grundfläche CB sey soweit man will nach F hinaus verlängert: so fällt von jedem Punct E in BF, wofern diese grade Linie Licht umher strahlet, auch Licht auf die Seitenlinie AB des Kegels, und das zurückstrahlende Licht macht hinter AB ein Bild in *e*. Wenn nemlich EH auf der verlängerten AB senkrecht gesetzt, und $He = HE$ gemacht wird, so ist *e* das Bild von E. Wenn überdem die grade Linie B*f* von B durch *e* gezogen, oder welches einerley ist, wenn der Winkel $HB f = HBF$ gemacht, und $Bf = BF$ genommen wird, so ist B*f* ein Bild von BF. Von diesem Bilde ist dem Auge wenigstens ein Theil sichtbar, wenn es in der Ebene ABD seine Stelle irgendwo zwischen den Schenkeln des Winkels ABG hat, und BF nach G hin verlängert ist.

Man ziehe in der Grundfläche des Kegels einen andern Halbmesser CP, der mit dem vorigen CB einen sehr kleinen Winkel BCP einschließt, und verlängere denselben nach R hinaus, die Seitenlinie AP des Kegels aber nach S, nehme den Winkel $SPr =$ SPR,

SPR, und Pr = PR; so ist Pr das Bild von PR. Beyde Ebenen ACB, ACP, schneiden einander in der Axe des Kegels, und wenn das Auge O in dieser Axe seine Stelle hat, so siehet es von jedem dieser beyden Bilder dasjenige Stück, was zwischen den Schenkeln des Winkels BOC oder POC liegt. Die Bilder BF und Pr laufen in einerley Punct *g* der Axe AC zusammen, weil die Winkel CB*f*, CP*r*, gleich groß sind: und wenn BG = B*g*, PV = P*g* gemacht wird, so sind B*g*, P*g*, Bilder von BG, PV.

69. §.

Aus diesen Schlüssen ziehet man leicht die Folge, 68
daß das Stück BGVP von der Ebene der Grundfläche Fig.
des Kegels sich in BP*g* abbilde, so daß BP*g* ein Stück einer conischen Fläche wird, die ihre Spitze in *g* und mit dem Spiegel einerley Grundfläche hat. Die ganze Kegelfläche, wozu das erwehnte Stück BP*g* gehört, ist das Bild eines Ringes in der Ebene der Grundfläche des Kegels zwischen den beyden Kreisen, wozu die Halbmesser CB und CG gehören. Wenn indessen das Auge in O grade gegen den Spiegel siehet, und die Gesichtsaxe mit der Axe des Kegels zusammen fällt, so erscheint das Bild des Ringes, welches an sich die Figur einer Kegelfläche hat, demselben so, als wenn die Grundfläche des Kegels eine perspectivische Tafel wäre, und das Auge dies Bild durch die perspectivische Tafel betrachtete. Die Durchschnittspuncte K, L, der Gesichtsstrahlen O*e*, O*f*, mit der Grundfläche des Kegels sind die Projectionen der Bilder *e*, *f*, der Puncte E, F, auf der Grundfläche des Kegels, als einer perspectivischen Tafel betrachtet, und man kann jeden solchen

Punct wie K, das auf die Grundfläche des Kegels reducirte Bild des Puncts *E* nennen.

70. §.

68 Fig. In dem verlängerten Halbmesser *CB* der Grundfläche des conischen Spiegels *ABD* ist die Stelle *E* des strahlenden Puncts gegeben, und überdem die Stelle *O* des Auges in der Axe des Kegels: man soll die Stelle *K* des auf die Grundfläche reducirten Bildes finden.

Aufl. Man setze den Neigungswinkel der Seite des Kegels gegen die Grundfläche $ABC = \alpha$, und $CBe = \beta$, so ist auch $HBE = HBe = \alpha$, und $\beta = 180° - 2\alpha$. Ferner sey der Grundfläche Halbmesser $CB = r$, die Höhe des Auges über der Grundfläche $CO = a$, die Entfernung $BE = b$, und $BK = x$: so hat man im Dreyeck BKe die Seiten $Be = b$, $BK = x$, und den dazwischen liegenden Winkel $KBe = \beta$. Daraus findet man $\text{tang} BKe = \frac{b \sin\beta}{x - b\cos\beta}$. (262. §. Geom.) Ferner ist im Dreyeck OCK die Seite $CK = r - x$, also $\text{tang} CKO = \frac{a}{r - x}$, und $CKO = BKe$: folglich erhält man $\frac{a}{r-x} = \frac{b\sin\beta}{x - b\cos\beta}$, und diese Gleichung giebt $x = \frac{b(r\sin\beta + a\cos\beta)}{a + b\sin\beta}$. Ueberdem war $\beta = 180° - 2\alpha$, also ist $\sin\beta = \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$, und $\cos\beta = -\cos 2\alpha = \sin\alpha^2 - \cos\alpha^2$. (234. §. Geom.)

Geom.) Wenn dieſe Werthe gebraucht werden, ſo erhält man $x = \frac{b(2r\sin\alpha\cos\alpha + a(\sin\alpha^2 - \cos\alpha^2))}{a + 2b\sin\alpha\cos\alpha}$,

oder $x = \frac{b(2r\,\mathrm{tg}.\,\alpha + a(\mathrm{tg}\alpha^2 - 1))}{a\sec\alpha^2 + 2b\,\mathrm{tang}\alpha}$.

Wenn der Winkel BAD an der Spitze des Kegels ein rechter Winkel iſt, ſo wird $\alpha = 45°$, alſo $\mathrm{tg}.\,\alpha = 1$, $\sec\alpha = \sqrt{2}$, und man erhält

$x = \frac{br}{a + b}$.

71. §.

Die Stelle K des reducirten Bildes in der Grundfläche des coniſchen Spiegels iſt gegeben, man ſoll die Stelle E des ſtrahlenden Puncts im verlängerten Halbmeſſer CK finden, den K abbildet. 68 Fig.

Aufl. Wenn man in der eben gefundenen Gleichung x als gegeben annimmt, und y ſtatt b ſchreibt; ſo erhält man $ax\sec\alpha^2 + 2xy\,\mathrm{tg}\alpha = y(2r\,\mathrm{tg}\alpha + a(\mathrm{tg}\alpha^2 - 1))$, alſo $y = \frac{ax\sec\alpha^2}{2(r-x)\,\mathrm{tg}\alpha + a(\mathrm{tg}\alpha^2 - 1)}$.

In dem Fall, wenn BAD ein rechter Winkel, alſo $\alpha = 45°$ iſt, hat man $y = \frac{ax}{r - x}$.

Man kann demnach in allen Fällen, der Winkel an der Spitze des Kegels BAD ſey welcher er wolle, aus den Entfernungen BK die Entfernungen BE nicht allein durch Rechnung, ſondern auch, welches hier genüget, durch eine ſehr leichte Conſtruction finden.

Wenn nemlich der Schnitt durch die Axe des Kegels BAD über dem Durchmeſſer ſeiner Grundfläche gezeichnet iſt, ſo verlängert man eine Seite AB des Kegels AB nach I, und macht den Winkel IBZ = DBA. Durch die gegebene Stelle K des reducirten Bildes und die gleichfalls gegebene, oder willkührlich angenommene, Stelle des Auges O zieht man eine grade Linie OK, welche BZ in *e* ſchneidet, und macht BE = B*e*, ſo iſt BE die geſuchte Entfernung.

72. §.

Auf dieſen Gründen beruhet die Kunſt, verzerrte Bilder zu zeichnen, die im coniſchen Spiegel ordentlich erſcheinen, wenn das Auge ſeine Stelle in der Axe des Kegels hat. Wären um den Spiegel herum in dem Ringe zwiſchen den Kreiſen, wozu die Halbmeſſer CB, CG, gehören, reguläre Bilder gezeichnet, ſo würden ſie im Spiegel aus O geſehen verzerrt erſcheinen. Was in der Nähe des äuſſerſten Umfanges GV des Ringes liegt, erſcheint in der Nähe des Mittelpuncts C der Grundfläche am engſten zuſammen gezogen: das übrige erſcheint innerhalb des Spiegels deſto näher beym Umfang ſeiner Grundfläche, und zugleich deſto weniger verkleinert, je näher es im Ringe eben dieſem Umfange der Grundfläche als der innern Gränze des Ringes liegt. Wie alſo im Ringe um den Spiegel verzerrte Bilder gemahlt werden können, die aus O im Spiegel geſehen wie reguläre Bilder erſcheinen, läßt ſich ſo überſehen.

73. §.

Im Kreiſe innerhalb des Ringes zeichne man die Figur des Bildes ſo, wie ſie im Spiegel erſcheinen ſoll.

soll. Die Fläche des Kreises theile man durch concentrische Kreise in gleich breite Ringe, und zugleich durch soviele Halbmesser, als man nöthig findet, in gleich grosse Ausschnitte: so ist die ganze Kreisfläche wie ein Netz eingetheilt, und jeder Sector so wie es die 69ste Figur vorstellet. Für die Puncte α, β, γ, 69 als reducirte Bilder betrachtet, suche man dem 71 §. Fig. gemäß die dazu gehörigen Puncte *a*, *b*, *c*, die aus O im Spiegel betrachtet in α, β, γ, erscheinen müssen; so kann man auch die Fläche des Ringes um den Spiegel durch concentrische Kreise eintheilen, die durch *a*, *b*, *c*, laufen, und alle Halbmesser bis an den äussern Umfang des Ringes verlängern. Auf solche Art wird die Fläche des Ringes ebenfalls wie ein Netz eingetheilt. Was nun vom Bilde im Viereck Bα liegt, muß im Ringe das Viereck B*a* füllen, und in demselben die umgekehrte Lage erhalten. Eben so muß das, was vom Bilde die Vierecke δβ, βε, und zuletzt den Raum des kleinen Sectors Cεγ einnimmt, im Bilde die Räume der Vierecke *db*, *be*, und G*ec*V in umgekehrter Lage einnehmen.

74. §.

In der Ebene der Grundfläche AM*a*Q eines cy- 70
lindrischen Spiegels AB*ba* sey die grade Linie DE ge- Fig.
zogen, welche mit dem Umkreise der Grundfläche in D zusammen stößt, und DG sey die Seitenlinie des Cylinders, welche durch D gehet: so wirft jeder in DE liegende strahlende Punct auch Licht auf DG. Wenn alsdenn DH in der Ebene der Grundfläche ihren Umkreis berührt, so berührt die Ebene GDH die Cylinderfläche, und von DG strahlt das Licht so zurück, wie es von GDH, wenn diese Ebene ein

Spie-

Spiegel wäre, zurück strahlen würde. Dieser ebene Spiegel ist auf der Ebene der Grundfläche des Cylinders senkrecht, weil DG darauf senkrecht ist, (286 §. Geom.) also ist HDE der graden Linie DE Neigungswinkel gegen den ebenen Spiegel GDH. (292. §. Geom.) In der Ebene dieses Neigungswinkels HDE liegt das Bild D*e* von DE, dessen Lage und Grösse gefunden ist, wenn man den Winkel HD*e* = HDE, und D*e* = DE macht. (40. §.) Alle von DG zurückgehende Strahlen, die ihre Zerstreuungspuncte in D*e* haben, liegen in der Ebene GD*e*, also muß auch das Auge O seine Stelle in dieser Ebene haben, wenn es das Bild D*e* sehen soll.

75. §.

70 Es sey also die Stelle O des Auges in der Ebene
Fig. GD*e* befindlich, und OR sey auf der Ebene der Grundfläche senkrecht, so liegt auch OR in der Ebene GD*e*, (288. §. Geom.) und OR ist mit des Cylinders Axe CK und mit DG parallel. (279. §. Geom.) Die Ebenen ORCK, ORDG sind auf der Grundfläche senkrecht, (286. §. Geom.) und CRD ist ihr Neigungswinkel gegen einander. Wenn dieser Winkel wächst, also R*e* in die Lage R*p* kommt, und R*p* den Umkreis der Grundfläche in M schneidet; so rückt die Tangente DH in die Lage MN, und M*p* ist ein Bild von MP, wenn man NMP = NM*p*, und MP = M*p* nimmt. Das Stück von der Ebene der Grundfläche, was zwischen AF, MP, und dem Bogen AM liegt, bildet sich solchergestalt hinter der Spiegelfläche zwischen A*f* und M*p* ab: und wenn das Auge in der graden Linie RO, die auf der Ebene der Grundfläche senkrecht ist, seine Stelle behält, so kommt es auf

die

die Höhe deſſelben über der Ebene der Grundfläche an, wieviel es von dem Bilde hinter dem Spiegel überſiehet.

Wenn man ſich den auf Af oder RC ſenkrechten Schnitt QSTX des Cylinders als eine perſpectiviſche Tafel vorſtellet, welche die vom Auge O nach den Bildern f, e, p, gezogenen Geſichtsſtrahlen in φ, ε, π, ſchneidet, und deren Grundlinie QX von Rf, Re, Rp, in α, β, γ, geſchnitten wird, ſo ſind $\alpha\varphi$, $\beta\varepsilon$, $\gamma\pi$, die Projectionen von αf, βe, γp, auf der Tafel, und dem Auge in O erſcheinen dieſe Projectionen eben ſo, wie die Bilder ſelbſt. Wenn der Cylinder vertical ſteht, ſo iſt dieſe Tafel QSTX ebenfalls vertical, und man kann φ, ε, π, die auf die Tafel reducirten Bilder von F, E, P, nennen. Nimmt man $Ag = A\alpha$, $Dh = D\beta$, $Mk = M\gamma$, ſo ſind $A\alpha$, $D\beta$, $M\gamma$ Bilder von Ag, Dh, Mk, und αf, βe, γp Bilder von gF, hE, kP, alſo $\alpha\varphi$, $\beta\varepsilon$, $\gamma\pi$ die auf die Tafel QSTX reducirten Bilder von gF, hE, kP.

Bilder, die innerhalb des Raums FAMP ſo gezeichnet wären, wie die abgebildeten Sachen natürlich ausſehen, müſſen im cylindriſchen Spiegel aus der Stelle O geſehen enger zuſammen gezogen und verzerrt erſcheinen: alſo muß es möglich ſeyn, innerhalb des Raums FAMP verzerrte Bilder zu zeichnen, die aus der Stelle O im Spiegel geſehen die abgebildeten Sachen in ihrer natürlichen Geſtalt darſtellen.

76. §.

Weil der Vorausſetzung gemäß die Tafel QSTX auf RC in α ſenkrecht iſt, ſo iſt $\alpha\varphi$ die Verticallinie des Auges, und α der Fußpunct des Auges auf der Tafel: 70 Fig.

Tafel: (5. §. Persp.) auch ist $R\alpha = D$ die Entfernung des Auges von der Tafel. Für jedes andre auf die Tafel reducirte Bild $\beta\varepsilon$, das von der Verticalfläche des Auges um den Abstand $\alpha\beta = \Delta$ entfernt ist, hat man $R\beta = \sqrt{(D^2 + \Delta^2)}$. Nimmt man βe für eine im Horizont liegende Vertiefung, die gegen die Tafel unter dem Winkel $Q\beta e = \eta$ geneigt ist, so ist $\beta\varepsilon$ die dazu gehörige perspectivische Vertiefung, und man könnte die Aufgabe aus dem 29. §. der Perspectiv anwenden, um $\beta\varepsilon$ aus βe, oder umgekehrt βe aus $\beta\varepsilon$ zu finden. Zeichnet man hier auf der Tafel den Augenpunct, durch denselben die Horizontallinie des Auges, und verlängert $\beta\varepsilon$ bis an diese Horizontallinie, so wird das die Linie, welche im 29. §. AP war, und selbige wird hier $= RO = a$. Was dort $D\cos\eta$ war, ist hier $R\beta$, also erhält man $\beta\varepsilon = \frac{a \cdot \beta e}{R\beta + \beta e}$, und in diesem besondern Fall ergiebt sich auch die Proportion $R\beta + \beta e : a = \beta e : \beta\varepsilon$, oder $R\beta + \beta e : \beta e = a : \beta\varepsilon$, von selbst aus Betrachtung der Figur: mithin ist auch $R\beta : \beta e = a - \beta\varepsilon : \beta e$. (164. §. Geom.) Wäre auf der Tafel das reducirte Bild $\beta\varepsilon = x$ gegeben, so hätte man die Länge des in der wagrechten Grundfläche liegenden Bildes βe vermittelst der Proportion $a - x : x = R\beta : \beta e$.

77. §.

70 Fig. Ein Rechteck wie $\alpha\beta e\Phi$ auf der Tafel QSTX ist die Projection eines Trapezii $\alpha\beta ef$, wovon die in der Grundlinie der Tafel liegende Seite $\alpha\beta$ mit der gegenüberstehenden parallel ist, die beyden übrigen αf, βe, aber in R zusammen laufen. Eben so ist das Recht-

Rechteck βγπε die Projection des Trapezii βγρε. Umgekehrt aber können auch Figuren in der horizontalen Grundfläche als Projectionen ihrer in der Tafel liegenden Bilder, mithin das Trapezium βγρε als die Projection des Rechteckes βγπε angeſehen werden. Wäre in O ein leuchtender Punct, und βγπε ein undurchſichtiges verticalſtehendes Rechteck; ſo wäre βγρε der auf den Horizont projicirte Schatten deſſelben. Jedes Rechteck auf der Tafel, wenn es zwey horizontale, alſo auch zwey verticale Seiten hat, projicirt ſich in ein horizontales Trapezium, das zwo mit der Tafel parallele und zwo in R zuſammen laufende Seiten hat. Iſt die Tafel ſelbſt ein vertical ſtehendes Rechteck, ſo zeichnet man leicht ihre horizontale Projection; und wenn ſie überdem durch horizontale und verticale Linien in ſoviele kleinere Rechtecke, als man will, wie ein Netz getheilt iſt, wovon βδηγ, δζϑη, ζεπϑ, drey über einander ſtehende vorſtellen; ſo zeichnet man eben ſo leicht in der horizontalen Grundfläche die Projectionen aller dieſer Rechtecke, ſo wie hier βdcγ, cdmn, mepn, die Projectionen der eben erwehnten Rechtecke vorſtellen.

Wenn nun auf der Tafel QSTX ein Bild einer Sache in ihrer natürlichen Geſtalt gezeichnet iſt, ſo müſte was vom Bilde die Räume der Rechtecke γβδη, δζϑη, ζεπϑ, füllet, auf der horizontalen Grundfläche in den Räumen der Trapezien γβdc, cdmn, mepn verbreitet ſeyn, wenn es ohne Spiegel dem Auge in O ſo wie das Bild auf der lothrecht ſtehenden Tafel erſcheinen ſollte. Nimmt man alsdenn ferner Dh, hr, ru, uE, nach der Ordnung ſo groß, als Dβ, βd, dm, me, und Mk, ks, st, tP, nach der Ordnung ſo groß, als Mγ, γc, cn, np; ſo ſind rhks, nrst,

urst, *Eut*P, die Figuren, welche im Spiegel wie die Trapezien *cγβd*, *cdmn*, *mepn*, erscheinen. Demnach müssen die Theile des regulären Bildes, welche auf der Tafel die Rechtecke *βδηγ*, *δζϑη*, *ζεπϑ*, einnehmen, in der horizontalen Grundfläche durch die Räume *rhks*, *urst*, *Eut*P vertheilt werden. Wird eben so mit dem ganzen regulären Bilde verfahren, so ergiebt sich vor dem Spiegel in der horizontalen Grundfläche ein verzerrtes Bild, das im Spiegel aus O gesehen in der natürlichen Gestalt erscheint.

Der V. Abschnitt.

Von den Gesetzen der Brechung des Lichts in ebenen Flächen, als den Gründen der Dioptrik.

78. §.

71 Fig. Ein Gefäß, das die Gestalt eines rechtwinklichten Parallelepipedi hat, wie ABCD, sey dem Sonnenlicht so ausgesetzt, daß eine von den Seitenflächen AHGD, wenn die Grundfläche AB wagrecht stehet, der Sonne grade zugekehrt sey, damit ihr Schatten AEKH ganz innerhalb des Gefässes falle: so kann man die Länge AE = HK des Schattens messen, und alsdenn aus den bekannten Seiten AE, AD des bey A rechtwinklichten Dreyecks die beyden spitzen Winkel finden. Wenn man hiernächst das Gefäß mit Wasser füllet, so hat solches den Erfolg, daß der Schatten, wenn die Sonne durchs Wasser, nachdem es

im

im Gefäß ruhig geworden iſt, hinein ſcheint, um ein anſehnliches kürzer als zuvor ausfällt, und nur bis an FL reicht. Eine ähnliche Erſcheinung nimmt man wahr, wenn ABCD ein aus reinem hellen Glaſe verfertigtes Parallelepipedum iſt, und auswärts an der Seitenfläche AG ein undurchſichtiges aus Holz oder Metall verfertigtes mit der Seitenfläche AG gleich hohes Rechteck lothrecht über AH geſtellet wird. Der Schatten von dieſem Rechteck, wenn es über AH lothrecht ſteht, und das gläſerne Parallelepipedum weggenommen iſt, wird kürzer, wenn daſſelbe über AB wieder ſo hingeſtellet wird, daß eine Seitenfläche deſſelben an das undurchſichtige Rechteck anſchließt. Aus dieſer Erfahrung läßt ſich die Folge ziehen, daß die von der Sonne kommenden und in paralleler Lage auffallenden Strahlen SD, SG, da wo ſie die Fläche des Waſſers oder des Glaſes in D und G treffen, gebrochen werden, und im Waſſer oder Glaſe die Richtung DF, GL, annehmen.

79. §.

Weil die Ebenen AB, CD, wagrecht angenommen werden, und AD alsdenn lothrecht ſteht; ſo iſt AD nach P verlängert, für den einfallenden Strahl SD das **Einfallsloth**, wie bey der Zurückwerfung, (34. §.) CD heißt in Rückſicht auf dieſen Erfolg die **brechende Fläche**, und PDS = ADE der **Neigungswinkel**. In der Ebene dieſes Neigungswinkels liegt auch der gebrochene Strahl DF, wie man am deutlichſten wahrnimmt, wenn das Parallelepipedum aus Glaſe beſteht, und die Ebene ADGH dunkel iſt. Alsdenn iſt AE der Schatten von AD, wenn der Strahl ungebrochen durch die Luft gehet, 71 Fig.

AF aber der Schatten, wenn der Strahl gebrochen durchs Glas gehet, und die drey Puncte A, F, E, liegen in grader Linie, mithin DA, DF, DE, in einerley Ebene. Der Winkel ADF des gebrochenen Strahls mit dem Einfallsloth heißt der **gebrochene Winkel**, der Winkel des gebrochenen Strahls mit dem einfallenden aber der **Brechungswinkel**, und beyde liegen mit dem Neigungswinkel PDS = ADE in einerley **Brechungsebene**.

80. §.

Wenn die **brechende Fläche krumm** ist, so muß man sich eine Ebene vorstellen, welche diese brechende Fläche da, wo der Strahl auffällt, berührt: auf dieser ist alsdenn das Einfallsloth senkrecht, weil ein Element der krummen Fläche an dieser Stelle zugleich als ein Element der berührenden Ebene zu betrachten ist. Eben deßwegen muß der Strahl, wenn er auf das Element fällt, wo die ebene Fläche und die krumme brechende Fläche einander berühren, eben die Brechung leiden, die er litte, wenn es ein Element der ebenen Fläche wäre. Die Brechung sowohl, als die Zurückwerfung richtet sich blos nach dieser Stelle, und würde ungeändert bleiben, wenn sich gleich die übrige Gestalt der brechenden oder zurückwerfenden Fläche änderte.

81. §.

71 Fig. Bey verschiedenen Sonnenhöhen ist zwar der Neigungswinkel PDS = ADE als die Ergänzung der Höhe der Sonne zu 90° ebenfalls verschieden: man kann aber AD, AE, AF, messen, und daraus in jedem besondern Fall den Neigungswinkel ADE

mit

mit dem dazu gehörigen gebrochenen Winkel ADF finden. Mehrmahls wiederhohlte Versuche haben gelehret, daß die Sinus dieser Winkel, wenn die brechende Masse dieselbe bleibt, in einerley Verhältniß bleiben, wie sich auch die Höhe der Sonne, und mit ihr der Neigungswinkel ADE ändert. Beym Glase findet man allemahl sin ADE : sin ADF = 3 : 2, oder noch genauer = 31 : 20, und beym Wasser sin ADE : sin ADF = 4 : 3, oder genauer = 529 : 396 = 1000 : 748. Man nennt dies Verhältniß vom Sinus des Neigungswinkels zum Sinus des gebrochenen Winkels das Verhältniß der Refraction. Dasselbe ist bey einerley brechenden Masse einerley, bey verschiedenen brechenden Massen aber verschieden. Je kleiner indessen der Neigungswinkel ist, desto kleiner ist allemahl der gebrochene Winkel, und mit jenem verschwindet auch dieser. In jeder brechenden Masse geht also der senkrecht auffallende Strahl ungebrochen durch.

82. §.

Ueberhaupt behält ein Lichtstrahl nur so lange seine gradlinichte Richtung, als er sich in einerley durchsichtigen Masse von einerley gleichförmigen Dichtigkeit befindet: er wird auch alsdenn gebrochen, wenn er aus der dichtern Masse in eine dünnere übergeht, und die Fläche, worin beyde Massen an einander gränzen, ist alsdenn wiederum die brechende Fläche. Wenn man einen Sonnenstrahl SD durch eine kleine Oefnung in ein finsteres Zimmer fallen läßt, worin man das gläserne Parallelepipedum AC dem einfallenden Sonnenlicht ausgesetzt und so befestiget hat, daß die horizontal liegende Grundfläche AB, wenig- 71 Fig.

ſtens in der Gegend F, nicht auf einem undurchſichtigen Boden liegt; ſo geht der Strahl DF bey F aus dem Glaſe wieder in die Luft, allein nicht nach der Richtung FM mit DF in grader Linie, ſondern nach einer ſolchen Richtung FN, die mit dem einfallenden Strahl SD parallel iſt. Weil man im finſtern Zimmer nicht allein die Stellen D und F, ſondern auch die Wege der Strahlen SD und FN ganz deutlich wahrnehmen kann, ſo giebt es mehr als ein Mittel, ſich von der parallelen Lage der Strahlen SD und FN zu verſichern. Nun ſey FQ für den einfallenden Strahl DF das Einfallsloth, ſo iſt vermöge der Beobachtung QFN = ADE, ſo wie QFM = ADF wäre. Hat man alsdenn $\sin ADE = \frac{m}{n} \sin ADF$ befunden, ſo iſt auch $\sin QFN = \frac{m}{n} \sin QFM$: demnach iſt wenigſtens beym Glaſe, wenn der Strahl aus Glas in Luft gehet, **das Verhältniß der Refraction in umgekehrter Ordnung daſſelbe, was man findet, wenn der Strahl aus der Luft ins Glas fällt.**

Verſuche mit andern brechenden Maſſen haben gelehrt, daß es damit eine ähnliche Bewandniß habe. **Beym Uebergang des Lichts aus der dünnern Maſſe in die dichtere** iſt allemahl der gebrochene Winkel kleiner, als der Neigungswinkel, und umgekehrt: **beym Uebergange des Lichts aus der dichtern Maſſe in die dünnere** iſt der gebrochene Winkel gröſſer, als der Neigungswinkel. Wenn in beyden Fällen die Maſſen einerley ſind; ſo iſt das Verhältniß der Refraction im letzten Fall in umgekehrter Ordnung einerley mit dem Verhältniß der Refraction für den erſten Fall.

Das

Das optische Gesetz von der gradlinichten Ausbreitung des Lichts war zwar den alten griechischen Geometern bekannt, allein das Gesetz der Strahlenbrechung ist allererst in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts vom Willebrordus Snellius entdeckt, nachher vom Cartesius weiter bekannt gemacht, und bequemer durch das Verhältniß der Sinus ausgedrückt worden, wovon man Hrn. Priestleys Geschichte der Optik vom Hrn. Klügel übersetzt, die 1 Periode, 6 und 7 S. nachsehen kann.

83. §.

Aus P fällt ein Lichtstrahl PM auf die brechende Ebene BC, und PA ist auf BC lothrecht: das Verhältniß der Refraction ist gegeben, man soll den Punct Π finden, worin der gebrochene Strahl MN das Neigungsloth PA schneidet. 72 Fig.

Aufl. Man ziehe das Einfallsloth DE durch M auf BC senkrecht, so ist die Ebene der Parallellinien AP, DE, die Brechungsebene, und AM ihre Durchschnittslinie mit der brechenden Fläche BC. Wird nun der Strahl PM aus der Lage MF in die Lage MN gebrochen, so liegen MF und MN in der Brechungsebene AMDP. Das Verhältniß der Refraction sey $= \mu : 1$, und die Winkel $EMF = DMP = APM = \alpha$, $EMN = DM\Pi = A\Pi M = \beta$, so ist $\sin\alpha : \sin\beta = \mu : 1$. Ferner sey $AP = \delta$, $AM = z$; so ist $PM = \sqrt{(\delta^2 + z^2)}$, und im Dreyeck PMΠ hat man $\Pi M = \frac{PM \sin\alpha}{\sin\beta}$, also $\Pi M = \mu\sqrt{(\delta^2 + z^2)}$. Im rechtwinklichten Dreyeck AΠM

ist alsdenn die Hypothenuse ΠM gefunden und die Seite AM = z gegeben: also findet man AΠ = $\sqrt{(\mu^2(\delta^2+z^2)-z^2)} = \sqrt{(\mu^2\delta^2+(\mu^2-1)z^2)}$, oder $A\Pi = \mu\delta\sqrt{\left(1+\frac{\mu^2-1}{\mu^2}\cdot\frac{z^2}{\delta^2}\right)}$.

Alle diese Schlüsse können auch auf den Fall angewandt werden, welchen die 73ste Figur vorstellet, wobey angenommen ist, daß der Strahl aus einer dichtern Masse in eine dünnere übergehe, da dann EMF < EMN mithin $\mu < 1$ ist. Die gefundene Formul läßt sich alsdenn auch so ausdrücken $A\Pi = \mu\delta\sqrt{\left(1-\frac{1-\mu^2}{\mu^2}\cdot\frac{z^2}{\delta^2}\right)}$.

84. §.

72 Fig. Man betrachte also zuerst den Fall, wenn der Strahl aus der dünnern Masse in eine dichtere fällt, da dann $\mu > 1$ ist: alsdenn hat man allemahl $A\Pi > \mu\delta$. Wenn aber z abnimmt, so nähert sich AΠ dem Werth $\mu\delta = \frac{\delta\sin\alpha}{\sin\beta}$, und für solche Werthe von z, wie Am, die in Vergleichung mit AP sehr klein sind, ist beynahe unverändert $A\Pi = \mu\delta$. Man nehme $Ap = \mu\delta$, so haben die auf Am sehr nahe bey PA auffallenden Strahlen nach der Brechung eine solche Lage, als kämen sie von p her, und p ist ein Bild von P. Dem Auge O, welches in der Nähe der Axe PA seine Stelle hätte, würde der Punct P in p zu stehen scheinen, und die Refraction verursachet, daß P von der brechenden Fläche weiter als um den Abstand AP entfernt zu seyn scheint.

In

In dem andern Fall, wenn der Strahl aus der 73
dichtern Maſſe in eine dünnere hinüber geht, iſt Fig.
$\mu < 1$, und $A\Pi = \mu\delta\sqrt{\left(1 - \frac{1-\mu^2}{\mu^2} \cdot \frac{z^2}{\delta^2}\right)}$ iſt
kleiner als $\mu\delta$; jedoch wiederum ſehr nahe $A\Pi = \mu\delta$,
wenn ſtatt z ſolche Werthe Am angenommen werden,
die in Vergleichung mit AP ſehr klein ſind. Wenn
alſo wiederum $Ap = \mu\delta$ genommen wird, ſo iſt wie
vorhin p ein Bild von P, aber die Refraction verur-
ſachet nun, daß P von der brechenden Fläche nicht ſo
weit, als um den wirklichen Abſtand AP entfernt zu
ſeyn ſcheint, wenn das Auge O in der Nähe der Axe
AP ſeine Stelle hat.

Von jedem Punct einer ſichtbaren Sache, die
ſich in der Gegend P befindet, gilt das, was von
einem in P befindlichen Punct, und deſſen Bilde p
bewieſen iſt. Alle Bilder p zuſammen machen das
Bild der ganzen ſichtbaren Sache aus, das die Re-
fraction von der brechenden Fläche entfernt, oder der-
ſelben näher rückt, als die Sache ſelbſt davon ent-
fernt iſt, nachdem das Auge ſich im dichtern oder
dünnern Mittel befindet.

85. §.

In beyden Fällen wächſt $A\Pi$, wenn δ wächſt, 72
und die Vorausſetzung $\delta = \infty$ giebt auch $A\Pi$ unend- 73
lich groß, wie der Natur der Sache gemäß iſt, weil Fig.
nun alle aus P kommende Strahlen mit PA parallel
alſo ſenkrecht auf BC fallen, mithin ungebrochen
durchgehen, und auch nach der Brechung die Axe
AP nicht ſchneiden. Für einen Strahl, der wie QM
in einer ſolchen Lage auf die brechende Ebene BC fällt,

daß derselbe verlängert hinter der brechenden Ebene die Axe AP in P′ schneidet, ist AP′ was vorhin AP $= \delta$ war, nur mit entgegen gesetzter Lage. Wenn alsdenn der gebrochene Strahl die Axe in Π′ schneidet, so wird AΠ′ gefunden, wenn man in der allgemeinen Formul des 83. §. die Entfernung δ negativ annimmt, und man erhält

$$A\Pi' = -\mu\delta\sqrt{\left(1 + \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} \cdot \frac{z^2}{\delta^2}\right)}.$$

Für alle Strahlen, die sehr nahe bey der Axe in der Lage auffallen, daß sie, ohne eine Brechung erlitten zu haben, in einem Punct P′ der Axe hinter der brechenden Ebene BC zusammen laufen würden, giebt es demnach einen Sammlungspunct in p', wenn man $Ap' = -\mu\delta$ annimmt. Derselbe liegt weiter entfernt von der brechenden Ebene, oder ihr näher als P′, nachdem der Strahl aus der dünnern Masse in eine dichtere, oder aus der dichtern in eine dünnere übergeht.

86. §.

74 Fig. Wenn aus P ein Paar Strahlen PM, PN, auf die brechende Ebene AB fallen, und die gebrochenen Strahlen Mμ, Mν, gehörig verlängert einander in Q schneiden, MN aber sehr klein ist; so laufen die in derselben Brechungsebene MPN zwischen M und N auffallenden Strahlen nach ihrer Brechung ebenfalls sehr nahe in Q zusammen, und machen daselbst ein Bild von P. Für grössere oder kleinere Entfernungen AM von dem Neigungsloth AP aber hat das Bild Q eine andre Stelle. Es giebt hier eine Reihe solcher Bilder Q auf ähnliche Art, wie sie das vom

sphä-

sphärischen Spiegel zurück geworfene Licht verursachte, und die Linie, worin alle diese Bilder liegen, heißt hier die dioptrische **Brennlinie** (caustica per refractionem auch diacaustica).

In der brechenden Ebene stelle man sich ein Paar mit den Halbmessern AM, AN, aus A beschriebene Kreise vor, wovon M*m*, N*n*, ein Paar sehr kleine Bogen sind: so erhellet, daß die auf das kleine Stück M*mn*N der brechenden Ebene fallenden Strahlen nach der Brechung nicht einerley Zerstreuungspunct haben. Zu den auf den Bogen M*m* fallenden Strahlen gehört der Zerstreuungspunct Π, und zu den auf das sehr kleine Stück MN des Halbmessers fallenden Strahlen aber der Zerstreuungspunct Q. Daher kommt es, daß ein Auge in der Gegend O auf ähnliche Art, wie beym erhabenen sphärischen Spiegel, zwey verschiedene Bilder von P siehet, das eine in Π, das andre in Q. In den meisten Fällen vermischt sich das Licht von beyden Bildern, und das Auge sieht nur ein einziges wiewohl etwas undeutliches Bild.

Mit Strahlen, die so auffallen, daß sie hinter der brechenden Ebene in einerley Punct zusammen laufen würden, hat es eine ähnliche Bewandniß nach der Brechung. Diejenigen, welche in einerley Brechungsebene auffallen, machen ebenfalls eine Reihe von Bildern, welche nun **Sammlungspuncte** sind, und die Linie, worin alle diese Puncte liegen, ist eine wirkliche **physische Brennlinie**. In jenem Fall, wenn die auffallenden Strahlen aus einem Zerstreuungspunct kommen, sind die Bilder ebenfalls Zerstreuungspuncte, und die Brennlinie ist nur **geometrisch**, nicht physisch.

87. §.

Beym Uebergang aus einer dünnern Masse in eine dichtere wird jeder Lichtstrahl, der in schiefer Lage auffällt, gebrochen, und die Brechung würde am stärksten ausfallen, wenn sein Neigungswinkel gegen die brechende Fläche $= 0$, und sein Winkel mit dem Einfallsloth ein rechter Winkel würde. Wenn überhaupt das Verhältniß der Refraction $= \mu : 1$, und der Neigungswinkel $= \alpha$, der gebrochene Winkel $= \beta$ angenommen wird; so ist $\sin\beta = \frac{1}{\mu} \sin\alpha$. Beym Uebergang des Strahls aus der dünnern Masse in die dichtere ist $\mu > 1$, also $\frac{1}{\mu} \sin\alpha$ allemahl ein möglicher Sinus, der nie grösser als $\frac{1}{\mu}$ wird, auch wenn α ein rechter Winkel würde. Weil jedoch in dem Fall $\alpha = 90°$ der Strahl gar nicht in die Masse eindringt, so erfolgt alsdenn keine Brechung mehr. Dagegen ist beym Uebergange des Strahls aus der dichtern Masse in die dünnere allemahl $\mu < 1$, mithin wird die Brechung unmöglich, wenn $\frac{1}{\mu} \sin\alpha > 1$, also $\sin\alpha > \mu$ wird: die Brechung verwandelt sich alsdenn in eine Zurückstrahlung.

Für Glas und Luft ist $\mu = \frac{20}{31}$, also kann der Strahl nur so lange aus dem Glase in die Luft fallen, bis $\sin\alpha = \frac{20}{31}$ wird, oder $\sin\alpha = 0{,}6451613$. Demnach muß der Winkel des einfallenden Strahls mit dem Einfallsloth nicht über $40° 10\frac{2}{3}'$, und seine Neigung gegen die brechende Fläche nicht unter

49° 49⅓ betragen, wenn der Strahl noch aus dem Glase in die Luft gehen, und nicht statt der Brechung eine Zurückwerfung erfolgen soll.

88. §.

Wenn ein Lichtstrahl nach und nach durch mehrere an Dichtigkeit verschiedene durchsichtige Massen geht, die insgesammt durch ebene und parallele Flächen von einander abgesondert sind, zuletzt aber in eine Masse kommt, die mit derjenigen von einerley Art ist, aus welcher er auf die erste brechende Ebene fiel; so ist vermöge der Erfahrung der zum letztenmahl gebrochene Strahl mit dem auf die erste brechende Ebene einfallenden parallel.

Zwischen dreyen ebenen und parallelen Flächen RS, TV, XY, befinde sich in dem Raum β Wasser, in dem Raum γ Glas, oben und unten in α aber Luft; auf RS falle ein Strahl AB, der im Wasser aus der Lage BM in BC, im Glase aus CN in CD gebrochen wird, und in der Luft wieder von D nach E gehet: so ist DE mit AB parallel, und der letzte gebrochene Winkel KDE dem ersten Neigungswinkel PBA gleich. Wenn der Boden des Gefässes ABCD eine ebene Glastafel mit zween oben und unten einander genau parallelen Seitenflächen ist; wenn ferner der Boden wagrecht, und in das Gefäß Wasser gegossen ist, dessen obere Fläche, sobald es ruhig geworden, gleichfalls eine ebene wagrechte Fläche abgiebt: so kann man im finstern Zimmer einen Sonnenstrahl von oben herab durchfallen lassen. Auch kann man den ins Zimmer fallenden Strahl mit einem ebenen Spiegel auffangen, und den zurückgeworfenen Strahl von unten hinauf durch den gläser-

75 Fig.

71 Fig.

nen

nen Boden, und soweiter durch Wasser gehen lassen. Man findet alsdenn allemahl den nach der dritten Brechung wieder in die Luft gehenden mit dem aus der Luft zuerst einfallenden Strahl parallel.

Die allgemeine Richtigkeit des Satzes bestätiget sich übrigens dadurch, daß die Folgen, welche richtig daraus geschlossen werden, insgesammt mit dem, was die Erfahrung lehrt, übereinstimmen.

89. §.

In eben dem Fall, wenn ein Lichtstrahl nach und nach durch mehrere, zwischen ebenen und parallelen Flächen liegende, an Dichtigkeit unterschiedene durchsichtige Massen geht, ist das Verhältniß der Refraction für die erste und letzte Masse, wenn nemlich der Strahl unmittelbar aus der ersten in die letzte fiele, zusammen gesetzt aus den Verhältnissen der Refraction für jedes Paar dieser Massen, wie sie in der Ordnung von der ersten bis zur letzten folgen.

76 Fig. Beweis. Wenn α, β, γ, δ, dergleichen Massen, und für jedes Paar, wie sie nach der Ordnung folgen, $m : n$, $p : q$, $r : s$, die Verhältnisse der Refraction sind; wenn ferner der aus α in β fallende Strahl AB in BC, der bey C in γ gehende Strahl in CD, der bey D wieder in δ fallende Strahl in DE gebrochen wird, und PQ, pq, Πr, an diesen Stellen die Einfallslothe sind; so hat man $\sin QBC = \frac{n}{m} \sin PBA = \sin pCB$; $\sin qCD = \frac{q}{p} \cdot \sin pCB = \frac{q}{p} \cdot \frac{n}{m} \cdot \sin$

$\cdot \sin PBA = \sin \Pi DC$; $\sin rDE = \frac{s}{r} \cdot \sin \Pi DC$

$= \frac{s}{r} \cdot \frac{q}{p} \cdot \frac{n}{m} \sin PBA = \sin \pi ED$. Wenn nun unter δ die Maſſe α wieder befindlich iſt, und in derſelben der Strahl nach der letzten Brechung bey E die Lage EF erhält; ſo iſt EF mit AB parallel, (88. §.) und $sEF = PBA$. Das Verhältniß der Refraction für die Maſſen α und δ, wenn nemlich der Strahl unmittelbar aus α in δ fiele, ſey M : N; ſo iſt

$$\sin sEF = \frac{M}{N} \cdot \sin \pi ED = \frac{M}{N} \cdot \frac{s}{r} \cdot \frac{q}{p} \cdot \frac{n}{m} \sin PBA.$$

Weil ferner $sEF = PBA$ wird, ſo erhält man $\frac{M}{N}$

$= \frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} \cdot \frac{r}{s}$, oder $\frac{M}{N} \cdot \frac{s}{r} \cdot \frac{q}{p} \cdot \frac{n}{m} = 1$,

alſo $M : N = m \cdot p \cdot r : n \cdot q \cdot s$. Dieſemnach iſt das Verhältniß M : N aus den Verhältniſſen $m : n$, $p : q$, $r : s$ zuſammen geſetzt. Wäre unter δ noch eine von α verſchiedene Maſſe ε befindlich, durch die der Strahl fallen müſte, bevor er wieder in die Maſſe α käme, ſo würde zu jenen Verhältniſſen der Refraction, aus welchen M : N zuſammen geſetzt iſt, noch das Verhältniß der Refraction für die Maſſen δ und ε, auch eben ſo für jede neue Maſſe noch ein ſolches Verhältniß der Refraction hinzukommen.

Dieſemnach kommt der zum letztenmahl gebrochene Strahl in einerley Lage, er mag aus der erſten Maſſe in die letzte durch mehrere dazwiſchen liegende Maſſen kommen, oder aus der erſten Maſſe unmittelbar

telbar in die letzte fallen. Auch kann das Verhältniß der Refraction für zwey Massen gefunden werden, wenn das Verhältniß der Refraction für jede dieser Massen und eine und eben dieselbe dritte bekannt ist. Hat man das Verhältniß der Refraction für Wasser und Luft = 3 : 4, für Luft und Glas wie 3 : 2, so ist es für Wasser und Glas = 9 : 8.

Der VI. Abschnitt.

Die Strahlenbrechung, wenn das Licht durch ein Prisma fällt.

90. §.

77 Fig. Zwischen zwoen Ebenen *EF* und *EG*, die einander in *EH* schneiden, befindet sich eine dichtere durchsichtige Masse, als ausserhalb derselben, woselbst ich hier Luft annehmen will, und auf eine dieser Ebenen fällt ein Lichtstrahl *AB*, der in der Ebene des Neigungswinkels beyder Ebenen *EF* und *EG* liegt: man sucht die Lage des zum zweyten mahl gebrochenen wieder in die Luft gehenden Strahls.

Aufl. Eine Ebene durch B auf EH senkrecht ist der Ebenen EF und EG Neigungsebene, darin der Voraussetzung gemäß AB liegt, und in derselben liegt zugleich das Neigungsloth PQ mit dem gebrochenen Strahl BC, der die Ebene EG in C trift, woselbst die zweyte Brechung so erfolgt, daß auch das Neigungsloth *pq*, und der zum zweytenmahl gebrochene

Strahl

Strahl CD in derſelben Neigungsebene RES liegt. Nun ſey der Neigungswinkel PBA $= \alpha$, der gebrochene Winkel QBC $= \beta$, das Verhältniß der Refraction $\sin\alpha : \sin\beta = \mu : 1$, alſo $\sin\beta = \frac{1}{\mu}\sin\alpha$. Ferner ſey beyder Ebenen Neigungswinkel BEC $= \varepsilon$, der zweyte Neigungswinkel pCB $= \gamma$, der zweyte gebrochene Winkel qCD $= \delta$, ſo iſt bey C, wenn der Strahl aus der Maſſe zwiſchen beyden Ebenen wieder in die Luft geht, das Verhältniß der Refraction $\sin\gamma : \sin\delta = 1 : \mu$, und $\sin\delta = \mu\sin\gamma$. Im Viereck BMCE ſind bey B und C rechte Winkel; alſo iſt BMC $= 180° - \varepsilon$, ferner pMB $= \varepsilon$, und $\gamma = \varepsilon - \beta$. Demnach findet man $\sin\delta = \mu\sin(\varepsilon - \beta) = \mu(\sin\varepsilon\cos\beta - \cos\varepsilon\sin\beta)$, oder $\sin\delta = \mu(\sin\varepsilon\sqrt{(1 - \sin\beta^2)} - \cos\varepsilon\sin\beta)$, und wenn $\frac{1}{\mu}\sin\alpha$ ſtatt $\sin\beta$ geſetzt wird, $\sin\delta = \mu\sin\varepsilon\sqrt{(1 - \frac{1}{\mu^2}\sin\alpha^2)} - \cos\varepsilon\sin\alpha$, oder auch $\sin\delta = \sin\varepsilon\sqrt{(\mu^2 - \sin\alpha^2)} - \cos\varepsilon\sin\alpha$.

Beyde der einfallende Strahl AB und der zum zweytenmahl gebrochene CD ſchneiden einander in N unter dem Winkel KND $=$ NBC $+$ NCB, und man hat NBC $= \alpha - \beta$, NCB $= \delta - \gamma$, alſo KND $= \alpha + \delta - (\beta + \gamma)$, oder KND $= \alpha + \delta - \varepsilon$, weil $\beta + \gamma = \varepsilon$ gefunden iſt. Aus der bekannten Lage des einfallenden Strahls AB iſt demnach die Lage des zum zweytenmahl gebrochenen vermittelſt des Winkels KND gegeben.

91. §.

Wenn man beyde Ebenen EF und EG mit einer dritten RFGS ſo ſchneidet, daß ſie mit der Durch- 77 Fig.

ſchnitts-

schnittslinie EH der beyden vorigen parallel liegt, so schliessen alle drey zusammen einen dreyseitigen prismatischen Raum ein, die Ebene der Brechung RES ist auf den Seitenlinien und Seitenflächen des Prisma senkrecht, und der Winkel ε zwischen den beyden brechenden Seitenflächen heißt alsdenn der brechende Winkel des Prisma. Wenn AB ein Sonnenstrahl ist, den man in ein finsteres Zimmer fallen läßt, so kann man ihn mit dem Prisma, wenn es aus Glas oder einer andern durchsichtigen Masse verfertiget ist, in der Lage auffangen, daß die Seitenlinien des Prisma wagrecht und zugleich auf der Verticalfläche durch den Sonnenstrahl senkrecht sind; alsdenn ist diese Verticalfläche die Ebene der Brechung. An beyden Enden, da wo das Prisma seine Grundflächen hätte, wird es mit cylindrischen Zapfen versehen, deren gemeinschaftliche Axe mit den Seitenlinien des Prisma parallel ist, damit man diese unterstützen, und so das ganze Prisma um seine horizontale Axe umdrehen könne.

Wird der Strahl AB mit der Seitenfläche EF senkrecht aufgefangen, so ist α und $\beta = 0$, also $\gamma = \varepsilon$ und $\sin\delta = \mu \sin\varepsilon$. Weil nun $\sin\delta$ nicht grösser als 1 werden kann, so wird erfodert, daß $\sin\varepsilon < \frac{1}{\mu}$ sey, wenn der auf EF senkrecht fallende Strahl, der also durch EF ungebrochen durchgehet, in der Ebene EG gebrochen werden soll. Beym gläsernen Prisma muß also $\sin\varepsilon$ die Zahl $\frac{20}{31}$ nicht übertreffen, und der brechende Winkel ε nicht mehr als $40° 10\frac{2}{3}'$ fassen: widrigenfalls wird das senkrecht auf EF fallende Licht nicht durchs Prisma hindurch

wieder

wieder in die Luft gehen, sondern von der Ebene EF nach dem innern des Prisma zurück geworfen werden.

92. §.

Weil β mit α wächst, und $\sin\delta = \mu \sin(\varepsilon - \beta)$ gefunden ist, so nimmt δ beständig ab, wenn α wächst. Man setze KND $= \zeta$, so ist $\zeta = \alpha + \delta - \varepsilon$, und die Aenderungen des Winkels ζ hängen von den Aenderungen beyder Winkel α und δ zugleich ab. So lange der Winkel α sehr klein ist, hat man beynahe $\sqrt{\left(1 - \frac{\sin\alpha^2}{\mu^2}\right)} = 1$, also beynahe $\sin\delta = \mu \sin\varepsilon - \cos\varepsilon \sin\alpha$. Ferner ist bey eben der Voraussetzung beynahe $\sin(\alpha + \delta) = \sin\alpha \cos\delta + \sin\delta$, weil sehr nahe $\cos\alpha = 1$ bleibt, mithin $\sin(\alpha + \delta) = \mu \sin\varepsilon - \cos\varepsilon \sin\alpha + \cos\delta \sin\alpha$, oder $\sin(\alpha + \delta) = \mu \sin\varepsilon - (\cos\varepsilon - \cos\delta)\sin\alpha$. Weil nun $\sin\delta$ sehr wenig von $\mu \sin\varepsilon$ verschieden ist, so lange α sehr klein bleibt, so ist $\delta > \varepsilon$, und $\cos\delta < \cos\varepsilon$, folglich $\sin(\alpha + \delta) < \mu \sin\varepsilon$, so lange α noch ein kleiner Winkel bleibt.

Daraus erhellet, daß $\alpha + \delta$, mithin auch $\alpha + \delta - \varepsilon = \zeta$ anfangs abnehme, wenn α von der Gränze 0 an wächst. Allein dieser Winkel ζ nimmt nur ab, bis $\beta = \frac{1}{2}\varepsilon$, also $\sin\alpha = \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$ wird, und in eben dem Fall wird $\sin\delta = \mu \sin(\varepsilon - \beta) = \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$, also $\alpha = \delta$: das heißt, der einfallende und zum zweytenmahl gebrochene Strahl machen alsdenn mit ihrem Neigungsloth einerley Winkel. Wenn statt β ein Winkel, der etwas grösser, oder etwas kleiner ist als $\frac{1}{2}\varepsilon$, angenommen wird, so findet man $\zeta = \alpha + \delta - \varepsilon$ jedesmahl grösser, als bey der Voraussetzung

$\beta = \frac{1}{2}\varepsilon$, da dann $\zeta = 2\alpha - \varepsilon$ wird, wenn man $\sin\alpha = \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$ annimmt.

Man nennt das Prisma gleichschenklicht, wenn beyde brechende Seitenflächen EF, EG, einander gleich und ähnlich sind, mithin ER = ES ist: alsdenn hat man ERS $= 90° - \frac{1}{2}\varepsilon$, und EBC $= 90° - \beta$, folglich bey der angenommenen Lage des Prisma EBC $= 90° - \frac{1}{2}\varepsilon$, und ERS = EBC. Demnach ist alsdenn derjenige Theil BC des gebrochenen Strahls, welcher im Prisma liegt, mit RS parallel.

Bey eben dieser Lage des Prisma ist also $\mu = \frac{\sin\alpha}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$; und wenn die hier vorkommenden Winkel so klein sind, daß sie sich nahe genug, wie ihre Sinus verhalten, so ist beynahe $\mu = \frac{\alpha}{\frac{1}{2}\varepsilon}$, also $2\alpha = \mu\varepsilon$. Ferner ist auch $2\alpha = \zeta + \varepsilon$, also $\zeta + \varepsilon = \mu\varepsilon$, und das giebt bey der angenommenen Voraussetzung $\zeta = (\mu - 1)\varepsilon$.

93. §.

77 Fig. Wenn das Prisma im finstern Zimmer, wie es im 91. §. beschrieben ist, auf seinem Fußgestelle anfangs so liegt, daß der einfallende Sonnenstrahl AB die Seitenfläche EF senkrecht trift, und wenn dasselbe hiernächst so gedrehet wird, daß der Winkel RBA abnimmt; so wird auch KND kleiner. Weil dabey aber, wenigstens auf kurze Zeit, der Strahl AB einerley Lage behält, so senkt sich der ausfahrende Strahl CD nach D zu gegen den Horizont herab, und dies so lange, bis ABP ein Winkel wird, dem

ein

ein Sinus $= \mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$ zugehört. Trift alſo der Strahl eine gegen überſtehende Wand, ſo ſinkt das darauf fallende Sonnenlicht beym Umdrehen des Priſma herab, bis es in die zuletzt erwehnte Lage gekommen iſt, ſteigt aber wieder in die Höhe, wenn man das Priſma noch weiter auf eben die Art umdrehet. Demnach läßt ſich durch Verſuche mittelſt allmähliger Umdrehung des Priſma die Lage deſſelben finden, die es haben muß, damit der Winkel KND $= \zeta$ am kleinſten, alſo zugleich $\delta = \alpha$, und $\sin \alpha = \mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$ werde.

Den brechenden Winkel ε des Priſma kann man meſſen. Wenn alſo für den Zeitpunct der Beobachtung zugleich der Winkel PBA $= \alpha$ gemeſſen werden kann; ſo läßt ſich vermittelſt eines ſolchen Verſuchs das Verhältniß der Refraction $\mu : 1 = \sin \alpha : \sin \frac{1}{2}\varepsilon$ finden, und die Zahl $\mu = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{1}{2}\varepsilon}$. Weil überdem in eben dieſem Fall $\zeta = 2\alpha - \varepsilon$ iſt, ſo wird $\alpha = \frac{1}{2}(\varepsilon + \zeta)$. Um alſo α und daraus ferner μ zu finden, bedarf es deſſen nur, daß man den Winkel KND $= \zeta$ meſſen könne, unter welchem der einfallende und ausfahrende Strahl einander ſchneiden.

94. §.

In der Brechungsebene RES ſey NO, und eben ſo BV und CW horizontal, und VBA $= \eta$, WCD $= \vartheta$; ſo iſt ONK $=$ VBA $= \eta$ die Höhe der Sonne, und OND $=$ WCD $= \vartheta$ die Neigung des ausfahrenden Strahls gegen den Horizont. Ueberdem iſt KND $=$ ONK $+$ OND, alſo $\zeta = \eta + \vartheta$, und man findet auf folgende Art die Winkel η und ϑ.

Der einfallende Strahl AB treffe verlängert die gegenüberstehende lothrechte Wand in k, vielleicht auch schon den Fußboden des Zimmers in Y, und NX sey lothrecht herab gelassen: so kann man NO = XZ, NX = OZ, auch wenn es nöthig ist, XY messen, und eben so Ok, wofern k noch oberhalb des Fußbodens liegt. Im entgegen gesetzten Fall findet man Ok mittelst der Proportion XY : NX = NO : Ok. Der ausfahrende Strahl CD treffe die gegenüberstehende Wand in d, so kann auch noch Od gemessen werden, und man findet $\text{tg.}\,\eta = \frac{Ok}{NO}$, $\text{tg.}\,\vartheta = \frac{Od}{NO}$, mithin aus η und ϑ ferner $\zeta = \eta + \vartheta$, und hiernächst dem 93. §. gemäß $\alpha = \frac{1}{2}\varepsilon + \frac{1}{2}\zeta$.

Weil man auch die Neigungswinkel RBV, SCW, der Seitenflächen des Prisma gegen den Horizont messen kann; so dienen diese ebenfalls, den Winkel α zu finden, wenn etwa die Höhe der Sonne für die Zeit der Beobachtung sonst bekannt ist. Man setze RBV = λ, so hat man $\lambda = 90° - \alpha + \eta$, und $\alpha = 90° + \eta - \lambda$. Am leichtesten kann man die Neigung der Seitenfläche RS gegen den Horizont messen: wenn diese = ω gesetzt wird, so ist $\lambda = \omega + 90° - \frac{1}{2}\varepsilon$.

Die Voraussetzung $\alpha = \delta$ erfodert, daß β = QBC = $\frac{1}{2}\varepsilon$ sey. Wenn also in eben diesem Fall der zum erstenmahl gebrochene Strahl BC horizontal ist, so hat man zugleich VBP = $\frac{1}{2}\varepsilon$, weil der Voraussetzung gemäß BC mit BV in grader Linie liegt. Es ist aber VBP + η = α, WCq + ϑ = δ, mithin VBP + WCq + η + ϑ = α + δ. Bey der angenommenen Lage des Prisma ist $\alpha + \delta = 2\alpha$, und

η +

$\eta + \vartheta = \zeta = 2\alpha - \varepsilon$, alſo VBP + WC$q = \varepsilon$. Weil nun VBP $= \frac{1}{2}\varepsilon$ war, ſo iſt auch WC$q = \frac{1}{2}\varepsilon$, ſo wie $\alpha = \eta + \frac{1}{2}\varepsilon$, und $\delta = \vartheta + \frac{1}{2}\varepsilon$. Ueberdem iſt $\alpha = \delta$, alſo $\eta = \vartheta$, oder VBA = WCD, und ONK = ONd. Demnach iſt es in dieſem beſondern Fall nur nöthig, daß man die Höhe der Sonne meſſe, um α zu finden.

Hätte man umgekehrt $\eta = \vartheta$ gefunden, ſo gäbe dies $\alpha = \eta + \frac{1}{2}\varepsilon = \eta +$ VBP, alſo VBP $= \frac{1}{2}\varepsilon =$ CBQ, mithin müſte BC mit BV in grader Linie liegen, oder BC wäre horizontal. Weil übrigens allemahl $\alpha =$ Ang. sin μ sin β iſt, ſo hat man in dem jetzt betrachteten beſondern Fall $\alpha =$ Ang. sin μ sin $\frac{1}{2}\varepsilon$, und $\eta =$ Ang. sin μ sin $\frac{1}{2}\varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon$. So groß muß die Sonnenhöhe ſeyn, wenn der zum erſtenmahl gebrochene Strahl horizontal liegen ſoll.

95. §.

Wenn der auf das Priſma in der bisher betrachteten Lage fallende Lichtſtrahl aus mehrern einfachen parallelen Strahlen zuſammen geſetzt iſt, ſo ſind auch die ausfahrenden Strahlen insgeſammt parallel, wofern man vorausſetzen kann, daß alle Strahlen nach einerley Geſetz gebrochen werden: denn unter dieſer Bedingung iſt der Winkel ζ für alle einerley. Wofern aber mehrere Strahlen auf das Priſma in einer ſolchen Lage auffallen, als kämen ſie von einerley Punct A her; ſo haben auch die zum zweytenmahl gebrochenen Strahlen CD, cd, eine ſolche Lage gegen einander, als kämen ſie von einerley Punct a her. Für den Strahl AB ſey PQ, für Ab aber $\Pi\Lambda$ das Einfallsloth, und PBA $= \alpha$, BA$b = \varphi$; ſo iſt EbA = EBA + BAb, alſo EbA $- 90° =$ EBA $- 90°$ 78 fig.

$+ BAb$, oder $\Pi bA = PBA + BAb = \alpha + \varphi$. Bey der zweyten Brechung sey pq für den Strahl ABC, und $\pi\lambda$ für Abc das Einfallsloth, so ist $q\mathrm{CD} = \delta$, und die Gleichung $\sin\delta = \mu \sin(\varepsilon - \beta)$ (90. §.) ergiebt, daß δ abnehme, wenn α wächst. Man nehme an, daß δ um den Winkel ψ abnehme, wenn α um φ wächst, so ist $\lambda cd = \delta - \psi$, und $\lambda cd < q\mathrm{CD}$, also $Eca > \mathrm{EC}a$, mithin müssen CD, cd, nach a verlängert zusammen stossen. Alsdenn ist $p\mathrm{C}a = \pi\mathrm{C}a + \mathrm{C}ac$, oder $q\mathrm{CD} = \lambda cd + \mathrm{C}ac$, und $q\mathrm{CD} = \delta$, $\lambda cd = \delta - \psi$, also $\mathrm{C}ac = \psi$. Setzt man demnach $\delta + \psi$ statt δ, und $\alpha + \varphi$ statt α in der Gleichung $\sin\delta = \mu \sin\varepsilon \sqrt{\left(1 - \frac{\sin\alpha^2}{\mu^2}\right)} - \cos\varepsilon \sin\alpha$ (90. §.) so kann vermittelst der trigonometrischen Tafeln $\delta + \psi$ und δ, mithin auch ψ gefunden werden. In dem besondern Fall, wenn das Prisma so liegt, daß $\alpha = \delta$ wird, findet man sehr nahe $\psi = \varphi$, wenn man φ sehr klein annimmt.

96. §.

79 Fig. Es sey xy eine kleine kreisförmige Oefnung in der Wand VW eines verfinsterten Zimmers, der Strahl xB komme vom untern, und yb vom obern Rande der Sonne, so breitet sich das ins Zimmer fallende Licht durch den kegelförmigen Raum BAb aus. Wofern nun alles Licht nach einerley Gesetz gebrochen wird, so muß der Strahlenkegel BAb, wenn man ihn durchs Prisma RES gehen läßt, in die Lage Cac gebrochen werden, und wenn man das so gebrochene Licht mit einer weissen Tafel senkrecht auffängt, so muß die auf derselben erleuchtete Stelle kreis-

Kreisförmig erscheinen. Allein der Versuch fällt ganz anders aus. Der Raum, welchen das senkrecht auf eine weisse Tafel fallende Licht darauf einnimmt, ist in der Länge von oben nach unten viel mehr, als in der wagrechten Breite ausgedehnt: jedoch ist es nicht eyförmig, sondern mit zwoen graden parallelen Seiten von oben nach unten begränzt, am obern und untern Ende aber von zweenen Halbkreisen. An den graden Seiten ist es deutlich abgeschnitten, an den kreisförmigen Enden aber undeutlich: das Licht nimmt daselbst nach und nach ab, und verliert sich unmerklich. Ueberdem ist das Bild gefärbt, und die kenntlichsten Farben liegen in folgender Ordnung von unten nach oben: roth, dunkelgelb, hellgelb, grün, hellblau, dunkelblau, violet, mit allen ihren dazwischen fallenden Schattirungen in einer beständigen Folge. Die Strahlen gehen jedoch in graden Linien vom Prisma nach das gefärbte Sonnenbild, und haben nach dem Durchgang durchs Prisma schon die Neigung gegen einander, auf welche die Länge des Bildes ankommt.

97. §.

Aus diesem und mehrern andern hieher gehörigen Versuchen, hat zuerst Herr Newton ganz neue für die optischen Wissenschaften sehr wichtige Entdeckungen hergeleitet, und der Erfolg läßt sich am besten erklären, wenn man mit ihm annimmt: das Sonnenlicht bestehe aus einer Vermischung verschiedener in Absicht auf die Brechbarkeit ungleichartiger Strahlen, von denen bey einerley Neigungswinkel einige mehr als andre gebrochen werden, die also brechbarer heissen

können. Das Licht, deſſen Strahlen alle gleichviel gebrochen werden, kann füglich **einfaches**, auch **gleichartiges** Licht heiſſen, dasjenige aber, welches aus Strahlen beſtehet, davon einige mehr, andre weniger gebrochen werden, **zuſammengeſetztes, ungleichartiges** Licht. Denn die Strahlen, welche gleichviel gebrochen werden, ſind wenigſtens in allen den Umſtänden, welche in den optiſchen Wiſſenſchaften betrachtet werden, einander ähnlich. Strahlen, die zu einerley Art des einfachen Lichts gehören, ſcheinen den Sachen, die davon erleuchtet werden, einerley Farbe zu geben: alſo kann man **rothes, gelbes, grünes, blaues, violettes Licht** unterſcheiden, nicht eben als wenn man vorausſetzte, die Strahlen ſelbſt hätten dieſe Farben, ſondern weil ſie den Sachen, die ſie erleuchten, dieſe Farbe zu geben ſcheinen. M. ſ. Traité d'Optique ſur les reflexions refractions inflexions et couleurs de la lumiere par M. le Chev. Newton, trad. de l'Anglois par M. Coſte. Tom. I. Liv. I. Part. II. Definit. I. pag. 161. auch Iſ. Newtoni Lectiones Opticas. Lond. 1729. Part. II. pag. 145. ſqq.

98. §.

80 Fig. Man nehme alſo an, daß BA*b* ein Lichtſtrahl ſey, der aus zwoen verſchiedentlich brechbaren Lichtarten beſtehe, ſo werden beyde Lichtarten ſchon bey der erſten Brechung in ER, und noch mehr bey der zweyten Brechung in ES, von einander getrennt werden. Das weniger brechbare Licht wird im Priſma den Weg B*bc*C, und auſſer demſelben den Weg C*cd*D nehmen: was aber ſtärker brechbar iſt, nimmt nach der erſten Brechung den Weg B*bf*F, nach der zwey-

zweyten den Weg F*f*g*G*. Fängt man nun die beyden ausfahrenden Strahlenkegel mit einer weissen Ebene XY senkrecht auf, so muß sich jeder davon in einen Kreis D*d*, G*g*, projiciren, und es wird auf die Grösse der Winkel CBF, *cbf*, als die Differenz der gebrochenen Winkel, ankommen, wie weit XY vom Prisma entfernt seyn müsse, damit die beyden Kreise D*d*, G*g*, einander nicht mehr schneiden, sondern völlig von einander gesondert erscheinen. Jeder von den Kreisen würde, wenn das letzte erfolgte, seine eigene Grundfarbe haben, im Gegentheil aber müste wohl die Farbe des Bildes in der Stelle, die zu beyden Kreisen gehört, gemischt und von jeder der beyden Grundfarben verschieden seyn. Solchergestalt wird es begreiflich, wie das lange prismatische 79
Sonnenbild KL entstehen könnte, wenn man an- Fig.
nimmt, das Sonnenlicht bestehe aus siebenerley Arten von einfachen oder gleichartigen Licht, wovon jedes seine eigene von den übrigen verschiedene Brechbarkeit und Grundfarbe hat. Das Sonnenbild würde nemlich aus sieben Kreisen bestehen, deren Mittelpuncte in grader Linie liegen, jeder davon würde seine eigene Grundfarbe haben, und zwar von unten nach oben, die rothe, dunkelgelbe, hellgelbe, grüne, hellblaue, dunkelblaue und violette Farbe. Wenn nun jeder von diesen Kreisen den nachfolgenden schneidet, so könnten wohl daher in den Stellen *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, wo die Kreise einander schneiden, die vermischten Farben und Schattirungen entstehen, und nur vornemlich zunächst bey den Mittelpuncten würden die Grundfarben erscheinen.

99. §.

Wäre diese Vorstellung der Natur völlig gemäß, so müste das prismatische Sonnenbild nicht allein an den graden Seitenlinien, sondern auch an den beyden äussersten mit Kreisbogen begränzten Enden bey K und L völlig deutlich und scharf abgeschnitten erscheinen, welches jedoch der im 96. §. erzählten Erfahrung nicht so gemäß ist. Wenn also gleich die schon einigemahl erwehnten sieben Farben hauptsächlich für unsre Empfindung unterschieden sind; so sind doch nicht alle Lichtstrahlen, die uns einerley Grundfarbe zu haben scheinen, völlig gleichartig und im gleichen Grade brechbar. Selbst das rothe Licht bestehet aus ungleichartigem rothen, das blaue aus ungleichartigen blauen Licht, und alle diese Arten gränzen in unmerklich verschiedenen Graden der Röthe, der blauen Farbe, u. s. f. aneinander. Diesemnach muß man sich im prismatischen Sonnenbilde von K bis L unzählig viele nach einander folgende Lichtkreise für unzählig viele nach einander folgende Farben vorstellen, wovon jede folgende sich von der vorhergehenden durch unmerkliche Stuffen unterscheidet. Oberhalb und unterhalb α muß man sich noch Mittelpuncte von Kreisen vorstellen, die alle roth sind, nach β zu verliert sich die Röthe ins dunkelgelbe, von β nach γ ins hellgelbe, und so immer weiter: daraus wird zugleich völlig begreiflich, woher es kommt, daß die kreisförmigen Enden des Bildes nicht allein verwirrt und undeutlich erscheinen, sondern auch das Licht sich daselbst unmerklich verliert.

79 Fig.

100. §.

Mit dieser Vorstellung von der Sache stimmen sehr viele andre hieher gehörige Versuche überein, die

die theils H. Newton selbst angestellet hat, theils andre nach ihm wiederhohlt haben. Im Mittel eines schwarzen Papiers machte H. Newton ein rundes Loch, etwa $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{6}$ Zoll im Durchmesser, und ließ das prismatische Sonnenbild so darauf fallen, daß etwas von dem gefärbten Licht durch das Loch durchgieng; den durchgelassenen Theil des Lichts brach er mit einem andern Prisma, und ließ das so gebrochene Licht ebenfalls senkrecht auf ein weisses Papier fallen: nun war die Erscheinung auf dem Papier nicht länglicht, sondern rund, auch ward die Farbe des Lichts durch die neue Brechung nicht geändert. Er wiederhohlte ähnliche Versuche mehrmahls mit veränderten Einrichtungen, und fand beständig, daß bey einerley Neigung das violette Licht stärker als das blaue, das blaue stärker als das grüne, gebrochen werde, auch so nach der Ordnung weiter. Uebrigens ward die Farbe nie durch die zweyte Brechung verändert, und eben so wenig durch die Zurückwerfung. Alle Sachen, was sie für Farben haben mogten, als Papier, Asche, Auripigment, Indigo, Gold, Silber, Kupfer, Gras, Veilchen, farbichte Wasserblasen, Pfauenfedern, Tinctur von Nierenholz, u. s. w. sahen im rothen Licht gänzlich roth, im blauen blau aus, u. s. f. Alle hatten im einfachen Licht von einerley Art einerley Farbe, nur warfen einige dieses Licht stärker, andre schwächer zurück.

101. §.

Vermöge aller dieser Erfahrungen hat man Grund anzunehmen, jede einfache Art der Lichtstrahlen werde nach einer gewissen beständigen Regel gebrochen, oder: für jeden Farbenstrahl gehöre

ein

ein bestimmtes beständiges Verhältniß der Refraction, wenn die brechende Masse einerley ist. Ueberdem leiten alle übrige angeführte Erscheinungen natürlich auf die Schlußfolge, daß nur eine Farbe in der Welt seyn würde, wenn das Sonnenlicht nur aus einerley Art Strahlen bestünde. Die Verschiedenheit der Farben, welche die körperlichen Dinge in der Natur unsern Augen darstellen, rührt daher, weil jeder Körper, der seine eigene Farbe hat, nur diejenige Art des darauf fallenden Lichts, welches von eben der Farbe ist, vornemlich zurück wirft, und nach allen Seiten wieder umher strahlet. Das übrige Licht dringt zum Theil in die Masse des Körpers hinein, oder wird sonst zerstreuet. Solchergestalt schickt Zinnober vornemlich das rothe Licht, Gras und Laub von Bäumen das grüne Licht vornemlich zurück: und wenn ein Körper mehr als eine Art des Lichts zurück wirft, so entstehen die vermischten oder zusammen gesetzten Farben nach dem verschiedenen Verhältnisse der Menge des von jeder einfachen Art zurückgeworfenen Lichts. Die weisse Farbe ist eine Vermischung aller Grundfarben im gehörigen Verhältniß, weil das aus allen einfachen Arten vermischte Sonnenlicht die weisse Farbe hat.

102. §.

Man nehme an, für die violetten am meisten brechbaren Strahlen sey das Verhältniß der Refraction $M : 1$, für die rothen am wenigsten brechbaren Strahlen sey es $N : 1$, so kann man diejenigen, für welche das Verhältniß der Refraction $\frac{1}{2}(M + N) : 1$ ist, als Strahlen von mittlerer Brechbarkeit betrachten. Setzt man alsdenn $\frac{1}{2}(M + N) = m$,

und

und $\frac{1}{2}(M - N) = \mu$; ſo iſt $M = m + \mu$, $N = m - \mu$, und man hat für das Licht von mittlerer Brechbarkeit das Verhältniß der Refraction $= m : 1$, für das Licht von der gröſten und kleinſten Brechbarkeit aber die Verhältniſſe $m + \mu : 1$ und $m - \mu : 1$.

103. §.

Auf das Priſma *RES* fällt ein Lichtſtrahl *AB* in der Lage, welche erfodert wird, damit der einfallende und ausfahrende Strahl mit den Seitenflächen des Priſma gleiche Winkel machen; die Verhältniſſe der Refraction für das Licht von der gröſten und kleinſten Brechbarkeit ſind gegeben: man ſoll den Winkel finden, unter welchem die am meiſten und am wenigſten brechbaren Strahlen nach der zweyten Brechung einander ſchneiden. 81 Fig.

Aufl. Das Licht von mittlerer Brechbarkeit komme nach der zweyten Brechung in die Lage CD, und man ſetze $PBA = \alpha$, $RES = \varepsilon$, $qCD = \delta$, ſo iſt der Vorausſetzung gemäß $\alpha = \delta$, und $CBQ = BCp = qCH = \frac{1}{2}\varepsilon$, alſo $\sin\alpha = m \sin\frac{1}{2}\varepsilon$. (92. 93. §.) Ferner ſey BF ein Strahl des am wenigſten brechbaren Lichts, und $CBF = \varphi$, ſo iſt auch $\sin\alpha = (m - \mu)\sin(\frac{1}{2}\varepsilon + \varphi)$, mithin $m \sin\frac{1}{2}\varepsilon = (m - \mu)\sin(\frac{1}{2}\varepsilon + \varphi)$. Wofern man ferner vorausſetzen kann, daß φ ein ſehr kleiner Winkel ſey, ſo iſt $\sin(\frac{1}{2}\varepsilon + \varphi) = \sin\frac{1}{2}\varepsilon + \cos\frac{1}{2}\varepsilon \sin\varphi$, auch kann beynahe $\sin\varphi = \varphi$ genommen werden. Weil nun bey eben der Vorausſetzung μ in Vergleichung mit m eine ſehr kleine Zahl iſt, ſo hat man beynahe $(m - \mu)\sin(\frac{1}{2}\varepsilon + \varphi) = m \sin\frac{1}{2}\varepsilon + m \cdot \varphi \cdot \cos\frac{1}{2}\varepsilon - \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$, und man findet $m\varphi \cos\frac{1}{2}\varepsilon = \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$.

Weiter

Weiter hat man BFE = BCE + φ, also 90° − BFE = 90° − BCE − φ, oder πFB = pCB − φ = ½ε − φ. Es sey λFG = δ', so ist sin δ' = (m − μ) sin (½ (ε − φ)), und man findet wie vorhin beynahe sin (½ε − φ) = sin ½ε − φ cos ½ε, also sin δ' = m sin ½ε − mφ cos ½ε − μ sin ½ε. Setzt man ferner den Werth mφ cos ½ε = μ sin ½ε, so erhält man sin δ' = m sin ½ε − 2μ sin ½ε, oder sin δ' = sin α − 2μ sin ½ε = sin δ − 2μ sin ½ε. Wenn alsdenn CD und FG einander in a schneiden, so ist EFa = ECa + CaF, oder GFS = DCS + CaF, und 90° − GFS = 90° − DCS − CaF, also δ' = δ − CaF, und CaF = δ − δ'. Man setze CaF = ψ, so ist CaF nur klein, und man hat δ' = δ − ψ, also sin δ' = sin δ − ψ cos δ. Dieser Werth dem vorhin gefundenen sin δ' = sin δ − 2μ sin ½ε gleich gesetzt, giebt ψ cos δ = 2μ sin ½ε, also $\psi = \frac{2\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon}{\cos \delta}$.

Die Strahlen, welche am meisten brechbar sind, weichen auf der andern Seite ebenfalls um einen Winkel = ψ von CD ab: mithin ist der gesuchte Winkel, unter welchem die am meisten und am wenigsten brechbaren Strahlen einander schneiden, = 2ψ = $\frac{4\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon}{\cos \delta}$, und man hat vermöge der Voraussetzung δ = α, auch ist μ als gegeben angenommen.

104. §.

Vermittelst eines Versuchs mit dem gläsernen Prisma sowohl das mittlere als auch das gröste und kleinste Verhältniß der Refraction für Luft und Glas zu finden.

Aufl. Die Breite des farbigten Sonnenbildes auf der weiſſen Tafel, womit man das durchs Prisma fallende Sonnenlicht ſenkrecht auffängt, iſt dem Durchmeſſer eines jeden von den Kreiſen gleich, welche das Bild ausmachen. Wenn alſo die Breite deſſelben von ſeiner ganzen Länge abgezogen wird, ſo hat man den Abſtand $\alpha\eta$ der Mittelpuncte der beyden äuſſerſten Kreiſe. Eben dieſe Länge $\alpha\eta$ iſt die Sehne desjenigen Winkels, unter welchem die am meiſten gebrochenen Strahlen, die am wenigſten gebrochenen ſchneiden, und deſſen Hälfte im 103. §. ψ hieß. Es ſey alſo die ganze Länge des Bildes $= L$, die Breite $= l$, der ſenkrechte Abſtand deſſelben vom Priſma $= D$, ſo iſt $\text{tang}\,\psi = \frac{\frac{1}{2}(L-l)}{D}$. 79 Fig.

Man nimmt hiebey an, daß Fa und Ca in Vergleichung mit der Entfernung D ſehr klein ſind, weil CF ſehr klein iſt. Hat man auf dieſe Art ψ gefunden, ſo giebt die Gleichung $\psi = \frac{2\mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon}{\cos\delta}$ (103. §.) 81 Fig.

auch $\mu = \frac{\frac{1}{2}\psi \cos\delta}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$, wenn für die Strahlen, welche auf die Mitte des Bildes zugehen, der Winkel $\delta = \alpha$ ſo geſucht wird, wie im 94. §. die Anleitung dazu gegeben iſt: da dann auch $m = \frac{\sin\delta}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$ gefunden wird.

Aus m und μ findet man alsdenn $m + \mu = \frac{\sin\delta + \frac{1}{2}\psi\cos\delta}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$, und $m - \mu = \frac{\sin\delta - \frac{1}{2}\psi\cos\delta}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$.

Weil

Weil nun ψ sehr klein ist, so hat man beynahe $\sin(\delta \pm \frac{1}{2}\psi) = \sin\delta \pm \frac{1}{2}\psi \cos\delta$, und das giebt $m + \mu = \frac{\sin(\delta + \frac{1}{2}\psi)}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$, so wie $m - \mu = \frac{\sin(\delta - \frac{1}{2}\psi)}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$.

105. §.

Im 94. §. war η die Höhe der Sonne über dem Horizont, und was dorten ϑ war, ist hier die Neigung derjenigen Strahlen gegen den Horizont, welche auf die Mitte des Bildes fallen. Bey einem Versuch, welchen Herr Newton (a. a. O. Liv. I. Pars I. Prop. VII. Theor. 6.) mit einem gläsernen Prisma anstellte, war $\eta + \vartheta = 44° 10'$, der brechende Winkel $\varepsilon = 62° 30'$, also $\alpha = \delta = \frac{1}{2}(\eta + \vartheta + \varepsilon) = 53° 35'$, und $\frac{1}{2}\varepsilon = 31° 15'$. Daraus findet man $m = \frac{\sin\delta}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon} = \frac{80}{51}\frac{48}{77}\frac{21}{73} = 1,5512$ beynahe $= \frac{31}{20}$. Weiter war $L = 9\frac{7}{8}$ Zoll, $l = 2\frac{1}{8}$ Zoll, also $L - l = 7\frac{3}{4}$ Zoll, und $D = 18\frac{1}{2}$ Fuß $= 222$ Zoll, mithin $\tang\psi = \frac{7\frac{3}{4}}{444} = \frac{31}{1776} = 0,017455$, und $\psi = 1°$. (H. Newton findet $1° 3\frac{1}{2}''$). Diesemnach erhält man $\delta + \frac{1}{2}\psi = 54° 5'$, $\delta - \frac{1}{2}\psi = 53° 5'$, und das giebt $m + \mu = \frac{\sin 54° 5'}{\sin 31° 15'} = \frac{80}{51}\frac{98}{77}\frac{10}{73} = 1,56113$, $m - \mu = \frac{\sin 53° 5'}{\sin 31° 15'} = \frac{79}{51}\frac{95}{77}\frac{00}{73} = 1,54115$, also die letzte Zahl von der ersten abgezogen $2\mu = 0,01998$, und $\mu = 0,00999$, oder sehr nahe $\mu = \frac{1}{100}$. Diesemnach ist beynahe

$m : 1$

$$m : 1 = 155 : 100 = 77\tfrac{1}{2} : 50$$
$$m + \mu : 1 = 156 : 100 = 78 : 50$$
$$m - \mu : 1 = 154 : 100 = 77 : 50$$

106. §.

Ein hohles aus dreyen ebenen Glastafeln so zusammengesetztes Prisma, daß man es mit Wasser füllen und alsdenn verschliessen kann, dient auf ähnliche Art das Verhältniß der Refraction für Luft und Wasser zu finden. Der ausfahrende Strahl hat bey dieser Einrichtung gegen den einfallenden eben die Lage, die er hätte, wenn auch das Wasser zwischen den Glastafeln nicht eingeschlossen wäre. Es sey *res* das Wasserprisma, RE, *re*, und *es*, ES, die parallelen Seitenflächen der Glastafeln. Der einfallende Strahl nehme den Weg A B *b c* C D: so hat der zum zweytenmahl gebrochene Strahl *b c* im Wasser eben die Lage, die er hätte, wenn der Strahl in der Lage *ab* mit AB parallel unmittelbar in *b* auf das Wasserprisma fiele. Auch hat der wieder in die Luft gehende zum viertenmahl gebrochene Strahl CD eben die Lage, die der Strahl *cd* hätte, wenn *bc* bey *c* aus dem Wasser unmittelbar in die Luft gienge. (89. §.) Mithin hat CD gegen AB eben die Lage, die *cd* gegen *ab* hätte. 82 Fig.

Der VII. Abschnitt.

Die Brechung des gleichartigen Lichts in einer Kugelfläche.

107. §.

83 Fig. Der strahlende Punct *P* wirft einen Lichtstrahl *PM* auf die brechende Kugelfläche *KMANL*; durch *P* und der Kugel Mittelpunct *C* ist *PA* als eine Axe der Kugelfläche gezogen, und es ist ausser dem Verhältniß der Refraction $\mu : 1$ auch die Lage des einfallenden Strahls *PM* gegen die Axe *AP* gegeben: man soll die Lage des gebrochenen Strahls *MW* finden.

Aufl. Wenn man den Halbmesser CM ziehet, so ist die Ebene ACM, worin der einfallende Strahl PM liegt, ein Schnitt durch der Kugelfläche Mittelpunct, KMANL ist ein gröster Kreisbogen in dieser Ebene, welche zugleich die Brechungsebene ist, worin der gebrochene Strahl MW liegt, und der Halbmesser CM nach R verlängert ist das Einfallsloth. Der Strahl MW gehörig verlängert, schneide die Axe AP in Π, so kommt die Auflösung der Aufgabe darauf an, daß man CΠ oder AΠ suche. Man setze den Halbmesser $CM = r$, den Neigungswinkel $RMP = CMV = \alpha$, den gebrochenen Winkel $CMW = \beta$, mithin $\sin\alpha = \mu \sin\beta$. Ferner sey $ACM = \gamma$, so ist $C\Pi M = \gamma - \beta$, und $\frac{C\Pi}{\sin\beta} = \frac{CM}{\sin(\gamma-\beta)}$,

(258.

(258. §. Geom.) folglich $C\Pi = \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)}$, mithin auch $C\Pi = \frac{r \sin\beta \sin(\gamma+\beta)}{\sin(\gamma-\beta)\sin(\gamma+\beta)}$. Ferner ist $\sin\gamma + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\gamma+\beta)\cos\frac{1}{2}(\gamma-\beta)$, und $\sin\gamma - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\gamma+\beta)\sin\frac{1}{2}(\gamma-\beta)$, (236. §. Geom.) also wird $\sin\gamma^2 - \sin\beta^2 = \sin(\gamma+\beta)\sin(\gamma-\beta)$, (234. §. Geom.) und $C\Pi = \frac{r \sin\beta \sin(\gamma+\beta)}{\sin\gamma^2 - \sin\beta^2}$. Man setze $\frac{PM}{CP} = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$ $= \frac{\sin\gamma}{\mu\sin\beta} = \lambda$, also $\sin\gamma = \mu\lambda\sin\beta$, so erhält man $C\Pi = \frac{r\sin(\gamma+\beta)}{\sin\beta(\mu^2\lambda^2-1)}$. Ueberdem ist $\frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma\cos\beta}{\sin\beta} + \cos\gamma$, (233. §. Geom.) $= \mu\lambda\cos\beta + \cos\gamma$, und $\cos\beta = \sqrt{(1-\sin\beta^2)}$ $= \sqrt{\left(1 - \frac{\sin\gamma^2}{\mu^2\lambda^2}\right)} = \frac{\sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}}{\mu\lambda}$; also $\frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin\beta} = \cos\gamma + \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}$, und man findet $C\Pi = \frac{r(\cos\gamma + \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)})}{\mu^2\lambda^2 - 1}$.

Dabey ist zu bemerken, daß $\lambda = \frac{PM}{CP}$ angenommen ward. Wenn also $AP = \delta$ gesetzt wird, so hat man $CP = \delta + r$, $PM = \sqrt{((\delta+r)^2 - 2r(\delta+r)\cos\gamma + r^2)} = \sqrt{(\delta^2 + 2r(\delta+r)\text{sinv}\gamma)}$,

und $\lambda = \sqrt{\left(\frac{\delta^2}{(\delta+r)^2} + \frac{2r\,\mathrm{sinv}\,\gamma}{\delta+r}\right)}$. Wird demnach ferner $\frac{\delta}{\delta+r} = \zeta$ geſetzt, ſo iſt $\lambda = \sqrt{\left(\zeta^2 + \frac{2r\,\mathrm{sinv}\,\gamma}{\delta+r}\right)}$.

108. §.

Je kleiner der Winkel γ angenommen wird, deſto mehr nähert ſich dieſer Werth von λ der Gränze ζ, und zugleich der gefundene Werth von $C\Pi$ der Gränze $\frac{r(\mu\zeta+1)}{\mu^2\zeta^2-1} = \frac{r}{\mu\zeta-1}$, die eigentlich gefunden wird, wenn man $\gamma = 0$ ſetzt. Man ſetze noch $\frac{r}{\delta+r} = \varepsilon$, ſo iſt $\lambda = \sqrt{(\zeta^2 + 2\varepsilon\,\mathrm{sinv}\,\gamma)}$, alſo $\varepsilon + \zeta = 1$, und man erhält $\mu^2\lambda^2 - 1 = \mu^2\zeta^2 - 1 + 2\mu^2\varepsilon\,\mathrm{sinv}\,\gamma = (\mu\zeta-1)\left(\mu\zeta + 1 + \frac{2\mu^2\varepsilon\,\mathrm{sinv}\,\gamma}{\mu\zeta-1}\right)$. Ferner ſey $\mu\zeta + \frac{2\mu^2\varepsilon\,\mathrm{sinv}\,\gamma}{\mu\zeta-1} = M$, ſo iſt $\mu^2\lambda^2 - 1 = (\mu\zeta-1)(1+M)$. Im 107. §. aber ward $\frac{C\Pi}{r} = \frac{\cos\gamma + \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}}{\mu^2\lambda^2-1}$ gefunden, und man kann $1-\mathrm{sinv}\,\gamma$ ſtatt $\cos\gamma$, ſo wie $(\mu\zeta-1)(1+M)$ ſtatt $\mu^2\lambda^2-1$ ſetzen; das giebt $\frac{C\Pi}{r} =$

=

$$= \frac{1}{(\mu\zeta - 1)(1+M)} + \frac{\sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)} - \sin v\gamma}{\mu^2\lambda^2 - 1}.$$

Ferner iſt $\frac{1}{1+M} = 1 - \frac{M}{M+1} = 1 - \frac{(\mu\zeta - 1)M}{\mu^2\lambda^2 - 1}$, alſo findet man auch $\frac{C\Pi}{r} = \frac{1}{\mu\zeta - 1} - \frac{M}{\mu^2\lambda^2 - 1} + \frac{\sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)} - \sin v\gamma}{\mu^2\lambda^2 - 1}$,

und $C\Pi = \frac{r}{\mu\zeta - 1} - \frac{M + \sin v\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}}{\mu^2\lambda^2 - 1} \cdot r$. In dem Fall $\gamma = 0$ iſt alsdenn $M = \mu\zeta$; und wenn in eben dieſem Fall der Durchſchnittspunct des gebrochenen Strahls mit der Axe in π fällt, ſo iſt $C\pi = \frac{r}{\mu\zeta - 1}$ wie erfodert wird.

Aus $C\Pi$ wird zugleich die Entfernung $A\Pi = r + C\Pi$ der Stelle Π von der brechenden Kugelfläche gefunden: man erhält nemlich $A\Pi = \frac{\mu\zeta r}{\mu\zeta - 1} - \frac{M + \sin v\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}}{\mu^2\lambda^2 - 1} r$. Die Lage des gebrochenen Strahls $M\Pi$ iſt alsdenn durch $A\Pi$ und den Winkel $ACM = \gamma$ gegeben, weil dadurch die Puncte Π und M gegeben ſind. Statt des Winkels $ACM = \gamma$ dient auch $A\Pi M$, und wenn $A\Pi M = \psi$ geſetzt wird, ſo iſt $\psi = \gamma - \beta$.

109. §.

83 Fig. Man nehme nun $A\pi = \frac{\mu\zeta r}{\mu\zeta - 1}$, so ist $\pi\Pi = A\pi - A\Pi = \frac{M + \text{sinv}\,\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \text{sin}\,\gamma^2)}}{\mu^2\lambda^2 - 1}$, und Π liegt näher bey A als π, so lange $M + \text{sinv}\,\gamma > \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \text{sin}\,\gamma^2)}$ bleibt. Für sehr kleine Winkel γ, wenn M sehr nahe bey A liegt, fällt $\pi\Pi$ sehr klein aus, und die zunächst bey der Axe auf die Kugelfläche fallenden Strahlen, laufen nach ihrer Brechung wenigstens sehr nahe wieder durch einerley Punct π, der in dem Fall, welchen die Figur vorstellet, ein **Sammlungspunct**, ein **wirkliches Bild** von P ist, weil ein Auge, das in der Gegend O befindlich ist, die gebrochenen Strahlen so empfängt, als kämen sie von π her. Für solche Strahlen, die so weit weg von der Axe auf die Kugelfläche fallen, daß sie nach der Brechung nicht mehr durch π, sondern durch einen andern merklich davon entfernten Punct Π der Axe laufen, heißt $\pi\Pi$ die **von der Kugelgestalt herrührende Abweichung** des gebrochenen Strahls von dem Bilde π in der Axe.

110. §.

Weil $\zeta = \frac{\delta}{\delta + r}$ gesetzt ist, so hat man $\mu\zeta - 1 = \frac{(\mu - 1)\,\delta - r}{\delta + r}$, also $C\pi = \frac{r(\delta + r)}{(\mu - 1)\,\delta - r}$, und $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\,\delta - r}$. Eben diese Formuln können durch einen kürzern Weg gefunden werden, wenn

wenn man gleich anfangs vorausſetzt, daß der Winkel APM, mithin auch ACM, PMR, CMπ, CπM, ſehr klein bleiben, und nur von einem ſolchen Strahl die Rede ſeyn ſoll, der ſehr nahe bey der Axe auffällt.

Sehr kleine Winkel verhalten ſich deſto näher wie ihre Sinus, je kleiner ſie ſind, und ſo lange dieſe Vorausſetzung beſtehen kann, iſt der im 107. §. gefundene Werth $\overline{C\Pi} = \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)}$ ſehr nahe $= \frac{r \cdot \beta}{\gamma - \beta}$. Man kann auch alsdenn ſtatt der Winkel die mit dem Halbmeſſer $= 1$ zwiſchen ihren Schenkeln beſchriebene Bogen verſtehen, die ſehr nahe ſo groß, als ihre zum Halbmeſſer $= 1$ gehörigen Sinus ſind. Man ſetze $APM = \varphi$, ſo hat man $CM : CP = \sin\varphi : \sin\alpha$, mithin der jetzigen Vorausſetzung gemäß $\alpha = \frac{CP}{CM} \cdot \varphi = \frac{\delta + r}{r} \cdot \varphi$, und $\beta = \frac{1}{\mu}\alpha$, alſo $\beta = \frac{\delta + r}{\mu r} \cdot \varphi$. Ferner wird $\gamma = \alpha - \varphi$, alſo $\gamma = \frac{\delta}{r}\varphi$, und $\gamma - \beta = \frac{\mu\delta - \delta - r}{\mu r} \cdot \varphi$, mithin $\frac{\beta}{\gamma-\beta} = \frac{\delta + r}{(\mu-1)\delta - r}$, und $C = \frac{r(\delta + r)}{(\mu-1)\delta - r}$, woraus zugleich $A\pi = C\pi + r = \frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta - r}$ gefunden wird.

Die Lage des gebrochenen Strahls $m\pi$ ist nun durch $A\pi$ und den Winkel $ACm = \gamma$, oder auch statt des letztern durch $A\pi m = \psi$ gegeben. So lange diese Winkel ihren Sinus beynahe proportional bleiben, hat man $\gamma = \frac{\delta}{r}\varphi$, und $\psi = \gamma - \beta$, wenn $APm = \varphi$ angenommen wird. Ueberdem war $\beta = \frac{\delta + r}{\mu r}\varphi$, also findet man $\psi = \frac{(\mu - 1)\,\delta - r}{\mu r}\varphi$. Vorhin aber ward $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta - r}$ gefunden: also ist $\frac{(\mu - 1)\,\delta - r}{\mu r} = \frac{\delta}{A\pi}$, und man erhält $\psi = \frac{\delta}{A\pi}\varphi$.

III. §.

Unter der bisher umständlich erläuterten allgemeinen Aufgabe des 107. §. ist eine ziemliche Anzahl besondrer Fälle enthalten, die man nach der Reihe eben so entwickeln kann, wie die Sache in dem ähnlichen Fall bey der Zurückwerfung des Lichts vom Kugelspiegel im 52 und den folgenden §§. umständlich ist erwogen worden. Die vornehmsten hier zu betrachtende Fälle sind folgende:

83 Fig. 1.) Ob $A\pi$ positiv oder negativ ausfalle, ob mithin π jenseits oder disseits der brechenden Kugelfläche auf der Seite liege, wo P seine Stelle hat, das hängt, wenn alles übrige einerley ist, von der Zahl μ als dem Exponenten des Verhältnisses der Refraction ab. Wenn

Wenn die brechende Maſſe dichter iſt, als diejenige, wo der Strahl herkommt ſo iſt $\mu > 1$, alſo $A\pi$ ſo lange poſitiv, als $(\mu-1)\delta > r$ bleibt, und $A\pi = \frac{\mu r}{\mu - 1 - r:\delta}$ wächſt, wenn δ kleiner wird. Für einerley r werden die gebrochenen Strahlen mit der Axe parallel, wenn $\delta = \frac{r}{\mu - 1}$ wird. Für kleinere δ wird $A\pi$ negativ, π fällt alsdenn vor der brechenden Kugelfläche, und iſt ein Zerſtreuungspunct, ſo daß die Strahlen hinter der brechenden Fläche aus einander gehen. Zugleich wird alsdenn $\psi = \frac{\delta}{A\pi} \cdot \Phi$ (110. §.) negativ, weil die Oefnung des Winkels $A\pi M = \psi$ die umgekehrte Lage erhält.

2.) Wenn δ negativ iſt, das heißt, wenn die Strahlen in der Lage auffallen, daß ſie hinter der brechenden Kugelfläche die Axe in P ſchneiden würden, wie QM, ſo iſt $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta + r}$ allemahl poſitiv, und nicht allein P ſondern auch π liegt hinter der brechenden Fläche. Für $\delta = r$ wird $A\pi = r$, wie die Natur der Sache erfodert, und $A\pi = \frac{\mu r}{\mu - 1 + r:\delta}$ wächſt mit δ. 84 Fig.

3.) Wenn alles übrige einerley bleibt, und der Halbmeſſer r gröſſer wird, ſo wird $A\pi = \frac{\mu\delta}{(\mu-1)\delta : r - 1}$ kleiner, und in dem Fall $r = \infty$ hätte man $A\pi = -\mu\delta$. Das hieſſe, die Kugel-

fläche hätte sich in eine ebene Fläche verwandelt, und die Formul giebt die im 84. §. schon gegebene Auflösung für diesen besondern Fall. Hier sind übrigens diejenigen Entfernungen $A\pi$ positiv genommen, die von A aus hinter der brechenden Fläche fortlaufen: daher giebt das Zeichen (—) an, es müsse π vor der brechenden Fläche gesucht werden, wie dem 84. §. gemäß ist.

85 Fig. 4.) In dem Fall, wenn die brechende Fläche ihre hohle Seite dem strahlenden Punct P zukehrte, muß man r negativ nehmen, und das giebt $A\pi = -\frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta + r}$ allemahl negativ, so lange δ positiv bleibt, und π ist ein Zerstreuungspunct vor der brechenden Fläche. In dem Fall $\delta = r$, wird $A\pi = -r$, wie erfodert wird. Wächst δ so wird auch $A\pi = -\frac{\mu r}{(\mu-1)+r:\delta}$ grösser, und umgekehrt.

Für negative δ ist $A\pi = \frac{\mu\delta r}{r-(\mu-1)\delta}$ positiv, so lange $\delta < \frac{r}{\mu-1}$ bleibt, und wird für gröfsere δ wieder negativ, so daß man alsdenn $A\pi = -\frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta - r}$ erhält.

112. §.

86 Fig. Ist die brechende Maasse von geringerer Dichtigkeit, als diejenige, wovon der Strahl herkommt, so ist $\mu < 1$, und es wird $A\pi = -\frac{\mu\delta r}{(1-\mu)\delta + r}$.

1.) Dem-

1.) Demnach liegt π allemahl so lange vor der brechenden Kugelfläche, als δ und r beyde positiv bleiben, auch wächst $A\pi = -\frac{\mu r}{1-\mu+r:\delta'}$ wenn δ wächst, und wird mit δ zugleich kleiner.

2.) Wenn δ negativ ist, also die auffallenden Strahlen wie VM hinter der brechenden Fläche in P zusammen laufen würden, so ist $A\pi = \frac{\mu\delta r}{r-(1-\mu)\delta}$ so lange positiv, als $\delta < \frac{r}{1-\mu}$ bleibt, und wird für grössere δ wieder negativ, nemlich $A\pi = -\frac{\mu\delta r}{(1-\mu)\delta - r}$. 87 Fig.

3.) Ist die hohle Seite der brechenden Fläche dem strahlenden Punct zugekehrt, und δ positiv, also r allein negativ; so wird $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(1-\mu)\delta - r'}$ und bleibt positiv, so lange $\delta > \frac{r}{1-\mu}$ ist. 88 Fig.

4.) Wenn endlich nicht allein r, sondern auch δ negativ ist, also die auf die hohle Seite der brechenden Fläche fallenden Strahlen hinter derselben zusammen laufen würden; so ist $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(1-\mu)\delta + r}$ allemahl positiv, und π ein Vereinigungspunct, ein wirkliches Bild. Auch bleibt der Winkel $\psi = \frac{\delta}{A\pi}\varphi$ positiv, weil $\frac{\delta}{A\pi}$ positiv bleibt.

113. §.

89 Fig. Ein Paar Strahlen, wie PM, PN, die gegen einander unter einem sehr kleinen Winkel MPN geneigt sind, schneiden einander nach der Brechung in einem Punct Q, der nicht mehr in der Axe AP liegt, wenn APM ein so grosser Winkel ist, daß die im 110. §. angenommene Voraussetzung nicht mehr bestehen kann. Indessen laufen wiederum alle zwischen M und N auffallende Strahlen sehr nahe durch Q, und Q ist ein Bild von P, dessen Stelle von der Grösse des Winkels APM abhängt, wenn alles übrige einerley ist. Demnach giebt es wiederum, wie im 86. §. eine Linie worin alle Bilder liegen, und das ist die dioptrische Brennlinie des Kreises, die entweder physisch, oder nur geometrisch ist, nachdem diese Bilder Sammlungspuncte, oder Zerstreuungspuncte werden. Die ersten allgemeinen analytischen Untersuchungen darüber hat H. Jacob Bernoulli angestellet. (Operum Tom. I. pag. 549. sqq.)

Der VIII. Abschnitt.

Die Brechung des gleichartigen Lichts in linsenförmigen Gläsern.

114. §.

Ein Körper heißt eigentlich linsenförmig, wenn er aus zween Kugelabschnitten von gleichen Grundflächen so zusammen gesetzt ist, daß beyde mit ihrer

ihrer gemeinſchaftlichen kreisförmigen Grundfläche an einander ſchlieſſen, da dann die grade Linie, welche im Mittelpunct der gemeinſchaftlichen Grundfläche auf derſelben ſenkrecht iſt, durch die Mittelpuncte beyder Kugelflächen geht, (361. §. Geom.) und die Axe der Linſe abgiebt. Ein Stück Glas, dem man durchs Abſchleifen eine ſolche linſenförmige Geſtalt gegeben, auch durch nachherige Politur ſeine Durchſichtigkeit wieder hergeſtellet hat, heißt eine Glaslinſe, und dieſer Nahme iſt hier in einer etwas allgemeinen Bedeutung gewöhnlich. Zuweilen iſt das Glas an einer Seite eben, und ſtellet nur einen Kugelabſchnitt vor, deſſen Axe zugleich die Axe des Glaſes iſt. Ferner kann auch die hohle Seite entweder nur einer von beyden, oder aller beyder Kugelflächen, die des Glaſes Seitenflächen abgeben, auswärts gekehret ſeyn: beyder Grundflächen können alsdenn zwar nicht in einerley Ebene zuſammen fallen, jedoch müſſen ſie in allen Fällen einander ſo parallel ſeyn, daß die grade Linie zwiſchen ihren Mittelpuncten auf beyden ſenkrecht ſey, und durch beyder Kugelflächen Mittelpunct gehe. Auch in dem Fall, wenn eine Seite hohl, und die andre eben iſt, muß die ebene Seitenfläche mit der Grundfläche der andern hohlen Seitenfläche als ein Kugelſegment betrachtet parallel ſeyn, damit ein für allemahl die grade Linie, welche die Axe des Kugelſegments an der einen Seite abgiebt, auch auf der andern ebenen Seiten ſenkrecht ſey, und die Axe des Glaſes abgebe.

115. §.

Ein Punct *P* in der Axe der auf beyden Seiten erhabenen Glaslinſe *ADGB* wirft 90 Fig. ſein

sein Licht auf ihre Vorderfläche *BAD*: man sucht die Stelle des Bildes *p* in der Axe, welches die zunächst bey der Axe auffallenden Strahlen nach ihrer zweymahligen Brechung verursachen.

Aufl. Man setze $AP = \delta$, der Vorderfläche Halbmesser $CA = r$, das Verhältniß der Refraction für Luft und Glas $= n : 1$; so ist im 110. §. $\mu = n$, und man hat $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta - r}$ für die Stelle des Bildes π, welches die in der Vorderfläche BAD zum ersten mahl gebrochenen Strahlen machen würden. Wenn nun der Strahl $M\pi$ die hintere Fläche BGD, wozu der Halbmesser $EG = \varrho$ gehört, in N trift, und daselbst in die Lage Np gebrochen wird; so wird Gp aus der im 112. §. n. 4. schon gegebenen Formul gefunden, wenn daselbst $\delta = G\pi$, $r = \varrho$, und $\mu = \frac{1}{n}$ gesetzt wird, weil bey N der Strahl aus dem Glase in die Luft geht. Demnach ist $Gp = \frac{(1:n)\, G\pi \cdot \varrho}{(1-(1:n))\,\delta + \varrho}$, oder $Gp = \frac{G\pi \cdot \varrho}{(n-1)\,G\pi + n\varrho}$. Man setze die Dicke des Glases $AG = c$, und die Entfernung $A\pi$ des Bildes π der zum erstenmahl gebrochenen Strahlen von der Vorderfläche $= h$; so ist $G\pi = h - c$. Wird also ferner $Gp = \alpha$ gesetzt, so findet man $\alpha = \frac{(h-c)\,\varrho}{(n-1)\,(h-c) + n\varrho}$, und es ist $h = \frac{n\delta r}{(n-1)\,\delta - r}$. Diesen Werth muß man statt h setzen, um h aus der Gleichung für α wegzuschaffen.

Um diese Rechnung möglichst abzukürzen, setze man $\frac{n}{n-1} = \mu$, $\frac{1}{n-1} = \nu$, so ist $h = \frac{\mu\delta r}{\delta - \nu r}$, und $h - c = \frac{(\mu r - c)\,\delta + \nu r c}{\delta - \nu r}$. Ferner ist $\alpha = \frac{\nu (h-c)\varrho}{h - c + \mu\varrho}$, und $h - c + \mu\varrho = \frac{(\mu r - c)\,\delta + \nu r c + \mu\varrho\delta - \mu\nu r\varrho}{\delta - \nu\varrho}$; mithin findet man $\alpha = \frac{\nu\varrho\,((\mu r - c)\,\delta + \nu r c)}{(\mu\,(r+\varrho) - c)\,\delta + \nu r c - \mu\nu r\varrho}$, oder $\alpha = \frac{\mu\nu\delta r\varrho - (\nu\varrho\delta - \nu^2 r\varrho)\,c}{\mu\delta\,(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho - (\delta - \nu r)\,c}$.

Man dividire im Zähler und Nenner mit $\mu\delta\,(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho$, so wird der Zähler $= \frac{\nu\delta r\varrho}{\delta\,(r+\varrho) - \nu r\varrho} - \frac{(\nu\varrho\delta - \nu^2 r\varrho)\,c}{\mu\,(\nu+\varrho)\,\delta - \mu\nu r\varrho}$, der Nenner $= 1 - \frac{(\delta - \nu r)\,c}{\mu(r+\varrho)\,\delta - \mu\nu r\varrho}$. Ueberdem sey $\frac{\nu\delta r\varrho}{\delta(r+\varrho) - \nu r\varrho} = A$, so findet man $\frac{A}{h} = \frac{\nu\varrho\,(\delta - \nu r)}{\mu\delta\,(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho}$. Ferner ist $n\nu = \mu$, also findet man $1 - \frac{nA}{h} = 1 - \frac{\mu\varrho\,(\delta - \nu r)}{\mu\delta\,(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho}$

$=$

$= \frac{\delta r}{\delta(r+\varrho) - \nu r\varrho}$, und $\left(1 - \frac{nA}{h}\right) : h$ oder $\frac{h - nA}{hh} = \frac{\delta - \nu r}{\mu(\delta(r+\varrho) - \nu r\varrho)}$. Werden diese Werthe gebraucht, so erhält man $\alpha = \left(A - \frac{A.c}{h}\right) : \left(1 - \frac{(h-nA)\,c}{hh}\right)$, oder $\alpha = \frac{Ahh - Ahc}{hh + (nA - h)\,c}$, oder auch $\alpha = A - \frac{nA^2 c}{hh + (nA-h)\,c}$.

Wenn man $\frac{c}{h} = z$ setzt, und $\frac{nA - h}{h} = m$, so ist $\alpha = A - \frac{nA^2 z}{h} \cdot \frac{1}{1+mz}$, und man findet vermittelst der Division $\frac{1}{1+mz} = 1 - mz + m^2z^2 - m^3z^3 \ldots$. So lange demnach $\frac{c}{h} = z$ ein so kleiner Bruch ist, daß man die höhern Potenzen weglassen kann, so lange ist sehr nahe $\alpha = A - \frac{nA^2 c}{hh}$.

116. §.

90 Fig. Die Entfernung Gp des Bildes p von der hintern Fläche der Linse kann hinführo der Sammlungs-Abstand der auf das Glas fallenden Strahlen

Strahlen heissen, wenn p ein Sammlungspunct, oder ein wirkliches Bild ist. In andern Fällen, wenn p vor dem Glase liegt, und ein Zerstreuungspunct, oder ein geometrisches Bild von P ist, kann Gp der Zerstreuungs-Abstand heissen.

Dem 110. §. gemäß ist $A\pi M = \frac{\delta}{A\pi} . APM$, und eben so wird GpN aus $A\pi M$ gefunden, wenn man $G\pi$ statt δ, Gp statt $A\pi$, und $A\pi M$ statt APM setzt. Demnach ist $GpN = \frac{h-c}{\alpha} . \frac{\delta}{h} . APM$, oder

$$GpN = \frac{h-c}{h} . \frac{\delta}{\alpha} . \varphi.$$

Gewöhnlich ist die Dicke $AG = c$ des Glases in Vergleichung mit den Entfernungen δ, h, und den Halbmessern r, ϱ, sehr klein; alsdenn hat man aus dem 115. §. den Sammlungsabstand $Gp = \alpha = A = \frac{\nu\delta r\varrho}{\delta(r+\varrho)-\nu r\varrho}$, oder $\alpha = \frac{\delta r\varrho}{(n-1)\delta(r+\varrho)-r\varrho}$. Auch findet man bey eben der Voraussetzung den Winkel $GpN = \frac{\delta}{\alpha}\varphi$. (116. §.)

117. §.

Der Vereinigungspunct solcher Strahlen, nach ihrer zweymahligen Brechung in der Glaslinse, die sehr nahe bey der Axe mit ihr parallel auffallen, heißt der Brennpunct des Glases, und seine Entfernung vom Glase die Brennweite desselben. Der Brennpunct ist physisch oder geometrisch, nachdem es ein Sammlungs- oder ein Zerstreuungspunct ist.

Er ist das Bild eines vom Glase unendlich weit entfernten Puncts.

118. §.

Die Halbmesser der beyden brechenden Flächen, und die Dicke des Glases sind gegeben: man soll die Brennweite finden, und daraus ferner die Sammlungsweite für jede gegebene Entfernung des strahlenden Puncts vom Glase.

Aufl. 1.) Im 115. §. war $\alpha = \frac{\nu\varrho((\mu r - c)\delta + \nu r c)}{(\mu(r+\varrho) - c)\delta + \nu r c - \mu\nu r\varrho}$. Wenn also $\delta = \infty$ gesetzt wird, so erhält man $\alpha = \frac{\nu\varrho(\mu r - c)}{\mu(r+\varrho) - c}$. Weil dies nun ein besondrer Werth von α ist für den Fall $\delta = \infty$, so setze man $\frac{\nu\varrho(\mu r - c)}{\mu(r+\varrho) - c} = f$, und stelle die Werthe $\mu = \frac{n}{n-1}$, $\nu = \frac{1}{n-1}$ wieder her, so erhält man $\frac{\mu}{\nu} = n$, und $\frac{1}{\nu} = n - 1$, also $f = \frac{\varrho((n : n-1)\, r - c)}{n(r+\varrho) - (n-1)c}$, oder $f = \frac{(nr - (n-1)c)\varrho}{(n-1)((n(r+\varrho)) - (n-1)c)}$.

2.) Aus der Gleichung $f = \frac{\nu\varrho(\mu r - c)}{\mu(r+\varrho) - c}$ folgt $\mu(r+\varrho) - c = \frac{\nu\varrho(\mu r - c)}{f}$, und wenn man in der Glei-

Gleichung $\alpha = \frac{\nu\varrho((\mu r - c)\delta + \nu r c)}{(\mu(r+\varrho) - c)\delta + \nu r c - \mu\nu r\varrho}$ (115. §.) den letzten Ausdruck statt des ersten setzet, so erhält man $\alpha = \frac{\varrho((\mu r - c)\delta + \nu r c) f}{\varrho(\mu r - c)\delta + r(c - \mu\varrho) f}$, oder auch $\alpha = \left(\delta + \frac{\nu r c}{\mu r - c}\right) f : \left(\delta - \frac{r(\mu\varrho - c)}{\varrho(\mu r - c)} f\right)$.

119. §.

In dem Fall, wenn die Dicke c des Glases in Vergleichung mit den Halbmessern r und ϱ sehr klein ist, hat man $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$, und der Sammlungsabstand läßt sich allein durch die Entfernung δ und die Brennweite f ausdrücken. Es wird nemlich $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$, wie beym sphärischen Spiegel. (52. §.)

Wenn umgekehrt die Vereinigungsweite α gegeben ist, so findet man aus eben der Gleichung den Abstand δ, um welchen der strahlende Punct vom Glase entfernt seyn muß, damit die Strahlen nach der Brechung sich in der Entfernung α vereinigen. Man erhält nemlich $\delta\alpha - \alpha f = \delta f$, also $(\alpha - f)\delta = \alpha f$, und $\delta = \frac{\alpha f}{\alpha - f}$.

Auch findet man vermittelst der Gleichung $\frac{\delta f}{\delta - f} = \alpha$ die Brennweite $f = \frac{\alpha\delta}{\alpha + \delta}$, wenn die mit

einer bekannten Entfernung δ zusammen gehörige Entfernung des Bildes gemessen ist.

Die Zurückwerfung des Lichts kann man als eine Brechung betrachten, wobey der gebrochene Winkel dem Einfallswinkel gleich und entgegen gesetzt ist, und auf solche Art aus den allgemeinen Formuln für die Brechung des Lichts in der Kugelfläche die Formuln für die Zurückwerfung des Lichts von der Kugelfläche herleiten. Im III. §. n. 4. war $A\pi = -\frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta+r}$, wenn der dortigen Voraussetzung gemäß die hohle Seite dem leuchtenden Punct zugekehret ist. Setzt man $\mu=-1$, so giebt diese Formul $A\pi = \frac{-\delta r}{-2\delta+r} = \frac{\delta . \frac{1}{2}r}{\delta-\frac{1}{2}r}$, wie für den sphärischen Hohlspiegel. Für den letztern ist $f=\frac{1}{2}r$, wenn für die Linse $f=\frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ genommen werden muß. Nimmt man in der letzten Formul ϱ unendlich groß, $n=-1$, und r negativ an; so giebt sie auch $f=\frac{1}{2}r$.

120. §.

Die Gleichung $\alpha = \frac{\delta f}{\delta-f}$ läßt sich auch so ausdrücken $\alpha = \frac{f}{1-f:\delta}$, und man leitet daraus leicht für die Glaslinse ähnliche Folgen mit denjenigen her, die im 52sten und den folgenden §§. für den sphärischen Spiegel sind bewiesen worden.

1.) Wenn δ wächst, so nimmt α ab, und in dem Fall $\delta=2f$ hat man auch $\alpha=2f$: also hat ein Punct,

Punct, der um die doppelte Brennweite vom Glase entfernt ist, sein Bild eben so weit hinter dem Glase.

2.) Der Brennpunct ist hinter dem Glase der nächste Vereinigungspunct, so lange die auffallenden Strahlen von einem Punct in der Axe herkommen, der vor der Linse liegt. Je näher der strahlende Punct dem Brennpunct kommt, desto weiter entfernt sich das Bild vom Glase, und wenn des strahlenden Puncts Entfernung vom Glase kleiner als die Brennweite ist, so verwandelt sich der Sammlungspunct in einen Zerstreuungspunct, und die Strahlen fahren hinter dem Glase nun auseinander, als kämen sie von einem Punct in der Axe her, der vor dem Glase seine Stelle hätte.

3.) Für Strahlen, die so auf die Glaslinse fallen, daß sie verlängert hinter derselben in einem Punct der Axe zusammen laufen würden, muß δ negativ genommen werden, und man hat alsdenn

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta + f}.$$

121. §.

Die Dicke der Glaslinse c und die Entfernungen h, α, der Bilder π und p von der vordern und hintern Fläche der Linse mit der Entfernung δ des strahlenden Puncts sind gegeben; man soll die Halbmesser der brechenden Flächen finden.

Aufl. Es ist $h = A\pi = \frac{n\delta r}{(n-1)\delta - r}$, also $(n-1).h\delta - hr = n\delta r$, und man erhält r

$= \frac{(n-1)\,h\delta}{n\delta+h}$. Ferner iſt $\alpha = \frac{(h-c)\varrho}{(n-1)(h-c)+n\varrho}$, alſo $(n-1)(h-c)\alpha + n\varrho\alpha = (h-c)\varrho$, und das giebt $\varrho = \frac{(n-1)(h-c)\alpha}{h-c-n\alpha}$.

Hieraus flieſſen einige um des folgenden willen merkwürdige Sätze.

1.) Es iſt $\frac{n-1}{r} = \frac{h+n\delta}{h\delta} = \frac{1}{\delta} + \frac{n}{h}$,

und $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{h-c-n\alpha}{(h-c)\alpha} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{h-c}$;

alſo ferner $\frac{n}{h} = \frac{n-1}{r} - \frac{1}{\delta} = \frac{(n-1)\delta - r}{\delta r}$,

und $\frac{n}{h-c} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n-1}{\varrho} = \frac{\varrho-(n-1)\alpha}{\alpha\varrho}$;

mithin $\frac{h-c}{h} = \frac{((n-1)\delta - r)\alpha\varrho}{(\varrho-(n-1)\alpha)\delta r}$.

2.) Wenn c gegen h ſehr klein iſt, ſo iſt $\frac{n-1}{r} + \frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$, oder $\frac{(n-1)(r+\varrho)}{r\varrho} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$. In eben dieſem Fall hat man $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ (119. §.) alſo $\frac{1}{f} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$.

3.) Wenn

3.) Wenn bey eben der Voraussetzung, daß c sehr klein sey, auch $r = \varrho$ wäre, so hätte man $\frac{1}{\delta} + \frac{n}{h} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{h}$, also $\frac{2n}{h} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}$, und $h = \frac{2n\alpha\delta}{\delta - \alpha}$.

4.) Bey einerley Brennweite f können die Halbmesser r und ϱ gar sehr verschieden seyn. Wenn der eine willkührlich gewählt ist, so wird der andre durch die Gleichung $(n-1)(r+\varrho)f = r\varrho$ bestimmt.

5.) In dem Fall, wenn beyde Halbmesser gleich groß sind, ist $r = \varrho = 2(n-1)f$.

122. §.

Beyde Kugelabschnitte, woraus die Glaslinse zusammen gesetzt ist, können ein Paar Halbkugeln seyn, und alsdenn verwandelt sich die Glaslinse in eine ganze Kugel. Zugleich hat man $r = \varrho$, und $c = 2r$; also findet man für die Kugel die Brennweite $f = \frac{(2-n)r}{2(n-1)}$, und daraus den Sammlungsabstand $\alpha = \frac{(\delta + 2\nu r : (\mu - 2))f}{\delta - f}$. Aus $\mu = \frac{n}{n-1}$, und $\nu = \frac{1}{n-1}$, hat man ferner $\mu - 2 = \frac{2-n}{n-1}$, und $\frac{2\nu}{\mu - 2} = \frac{2}{2-n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}n}$: also erhält man $\alpha = \frac{(1 - \frac{1}{2}n)\delta + r}{(1 - \frac{1}{2}n)\delta - f}$.

Bey

Bey der ganzen Kugel können übrigens nie alle Strahlen, die aus einerley Punct der Axe kommen, oder auch mit der Axe parallel auffallen, einen gemeinschaftlichen Vereinigungspunct haben, obgleich eine Linse, wenn beyde dazu gehörige sphärische Segmente in Vergleichung mit der ganzen Kugelfläche, wozu jedes derselben gehört, sehr klein sind, die Strahlen nach der Brechung sehr nahe in einerley Punct vereiniget.

123. §.

90 Fig. Die Lage des zum zweytenmahl gebrochenen Strahls N*p*, welche im 115. und 116. §. durch G*p* und den Winkel G*p*N bestimmt ward, ist auch bestimmt, wenn ausser G*p* der Winkel CEN, also die Stelle N gefunden ist, worin derselbe die hintere Fläche der Linse schneidet. Man setze CEN $= \varepsilon$, den Neigungswinkel ENM $=$ KN$\pi = \eta$, den gebrochenen Winkel KN*p* $= \vartheta$; so sind ε, η, ϑ, für den zum erstenmahl schon gebrochenen Strahl MN an der hintern Fläche der Linse, was γ, α, β, für den einfallenden Strahl an der vordern Fläche waren. Wenn nun beyde Halbmesser CM, EN einander in S schneiden, so ergiebt die Betrachtung der Dreyecke ECS und MNS, daß ECM + CEN = CMN + MNE sey, oder $\gamma + \varepsilon = \beta + \eta$, also $\varepsilon = \beta + \eta - \gamma$. Beyde Halbmesser schneiden einander unter dem Winkel ESM = CSN $= \gamma + \varepsilon$, und wenn in der Brechungsebene durch M und N für die Kreisbogen BAD, BGD, ein Paar Tangenten gezogen werden, die ein ander in T schneiden, so ist auch MTN = ESM $= \gamma + \varepsilon$.

Wenn

Wenn nun die Stelle M, wo der Strahl auffällt, einerley bleibt, und AP wächſt, ſo wird der Einfallswinkel LMP $= \alpha =$ CMH, mithin auch $\beta =$ CMN kleiner, MP drehet ſich um M nach ML zu, und zugleich rückt π der Linſe näher. In dem Fall, wenn der Strahl in paralleler Lage mit der Axe einfällt, wird AP $= \infty$, und $\alpha = \gamma$. Nimmt der Neigungswinkel α gegen ML noch weiter ab, wie erfolgt, wenn der einfallende Strahl in die Lage Mμ kommt; ſo wird δ negativ, P liegt nun hinter der Vorderfläche des Glaſes, in P′, und rückt dem Glaſe immer näher, jemehr LMμ abnimmt. Fällt endlich Mμ mit ML zuſammen, ſo verſchwinden α und β, alſo iſt nun $\varepsilon = \eta - \gamma$, und P′ iſt nach C gerückt. Kommt ferner der einfallende Strahl in die Lage MQ, ſo werden α und β negativ, alſo nun $\varepsilon = \eta - \beta - \gamma$, und ε verſchwindet, wenn $\eta - \beta = \gamma$ wird: alsdenn fällt N in G, aus ESM = MTN wird nun ein Winkel $= \gamma$. Wächſt LMQ $= -\alpha$ noch weiter, ſo rückt N über G hinaus nach B zu, ε wird negativ, und man hat MTN $= \gamma - \varepsilon$, bis endlich, wenn CEN′ $= \gamma$ wird, MTN verſchwindet, und beyde Tangenten durch M und N in die parallele Lage kommen. Zugleich kommt auch der zum zweytenmahl gebrochene Strahl N′p in eine mit dem einfallenden QM parallele Lage. Stellt man ſich nemlich ein Paar Ebenen vor, welche die Glaslinſe in M und N′ berühren; ſo iſt es für dieſen beſondern Fall einerley, ob der ganze Raum zwiſchen den parallelen Ebenen mit Glaſe angefüllet iſt, oder nur der linſenförmige Raum.

91 Fig.

91 Fig.

oder $\text{tang}\,\eta = \frac{(r+\varrho-c)\sin\gamma}{r+\varrho-(r+\varrho-c)\cos\gamma}$, und eben so groß ist nun $\text{tang}\,\beta$, woraus $\sin\beta$ und ferner $\sin\alpha = \mu\sin\beta$ gefunden werden kann.

125. §.

Auf jeden Punct der Glaslinse kann ein Strahl so fallen, daß er nach der zweyten Brechung wieder in die mit der vorigen parallele Lage kommt: und alle so auf die Linse fallende Strahlen wie es diese Bedingung erfodert, laufen nach der ersten Brechung durch einerley Punct π der Axe des Glases.

Beweis. Der erste Satz folgt daraus, weil die Auflösung der Aufgabe des vor. §. für jeden Winkel γ für β mithin auch für α einen möglichen Werth giebt. Setzt man alsdenn in der Gleichung $C\pi = \frac{r\sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)}$ ebenfalls $\beta = -\eta$, so wird $C\pi = -\frac{r\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)}$, also $C\pi + r = A\pi = r\left(1 - \frac{\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)}\right)$, und man erhält $A\pi = r\left(1 - \frac{r+\varrho-c}{r+\varrho}\right) = \frac{r.c}{r+\varrho}$. Weil dieser Werth von γ nicht abhängt, so ist $A\pi$, mithin auch π, für alle der angenommenen Bedingung gemäß auffallende Strahlen einerley.

Wäre statt der Linse eine völlige Kugel gegeben, so hätte man $r = \varrho$, $c = 2r$, mithin $\text{tang}\,\beta = 0$, $\beta = 0$, $\alpha = 0$, und $A\pi = r$, wie der Natur 94 Fig.

der

der Kugel gemäß iſt, weil jeder Strahl der ſo auffällt, daß ſeine Richtung durch den Mittelpunct geht, ungebrochen durchgeht.

91 Fig. Der einfallende Strahl QM ſchneide die Axe in P', ſo iſt $CP' = \frac{r \sin \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)}$, und $AP' = r\left(1 - \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)}\right)$. Wenn in dieſer Gleichung $\sin \alpha = \mu \sin \beta$, und β der Auflöſung der Aufgabe im vor. §. gemäß angenommen wird; ſo hat man die Stelle der Axe P' worin ſie der einfallende Strahl ſchneiden muß, damit er mit dem einfallenden nach der zweyten Brechung wieder parallel ſey.

126. §.

92 Fig. **Unter allen Lichtſtrahlen, die ein ſeitwärts der Axe befindlicher Punct Q auf die Glaslinſe *BADG* wirft, giebt es in der Ebene durch Q und die Axe der Linſe einen ſolchen, der nach der zweyten Brechung in eine Lage kommt, die mit derjenigen parallel iſt, worin er auffiel.**

Beweis. Wenn man CQ ziehet, ſo kann auf jede Stelle M des zwiſchen CP und CQ liegenden Bogens AL ein Strahl ſq fallen, wie es die Bedingung des Satzes erfodert. Es ſey QP auf der Axe CE des Glaſes ſenkrecht, und π die Stelle der Axe, worin ſie von dem zum erſtenmahl gebrochenen Strahl geſchnitten werden muß; alſo $CM\pi$ der gebrochene Winkel, CMO der Neigungswinkel: ſo erhellet, daß $CM\pi$, CMO verſchwinden müſſen, wenn M in A fällt, mithin alsdenn OM verlängert durch

durch P laufe. Wenn alſo M von A nach L rückt, und allemahl $\sin CMO = n \sin CM\pi$ bleibt, ſo muß OM verlängert anfangs PQ zwiſchen P und Q ſchneiden, allein der Durchſchnittspunct mit PQ wird bald über Q hinaus rücken, weil er offenbar ſchon jenſeits Q liegt, wenn M in L fällt: alſo muß es zwiſchen A und L eine Stelle geben, woſelbſt ein in der Lage QM auffallender Strahl nach der zweyten Brechung in N wieder mit QM parallel wird.

127. §.

Wenn der ſtrahlende Punct Q ſo nahe bey der Axe CP der Linſe befindlich iſt, daß ſeine ſcheinbare Entfernung PAQ von dieſer Axe aus dem Pol A der Vorderfläche des Glaſes geſehen wenige Grade beträgt, ſo iſt auch PCQ, mithin um ſo mehr $ACM = \gamma$ ſehr klein. Ueberdem iſt $AOM = \alpha + \gamma < PAQ$, mithin iſt α ebenfalls, und eben darum auch β ein ſehr kleiner Winkel. Demnach wird der Strahl $QMNq$ bey M und N ſo wenig gebrochen, daß er beynahe in grader Linie durchgehet. Er kann künftig unter den aus Q auf das Glas fallenden Strahlen der mittlere heiſſen. 92 Fig.

128. §.

Die Stelle *O* der Axe zu finden, worin der mittlere aus Q auffallende Strahl die Axe des Glaſes ſchneidet, wenn der Winkel *PAQ* nur klein iſt. 92 Fig.

Aufl. Wenn im 111. §. AO ſtatt δ und n ſtatt μ geſchrieben wird, ſo giebt die Gleichung $A\pi =$

n.

$\frac{n \cdot AO \cdot r}{(n-1)\,AO + r}$ umgekehrt $(n-1)\,AO \cdot A\pi + r \cdot A\pi = nAO \cdot r$, also $AO = \frac{r \cdot A\pi}{(n-1)\,A\pi - nr}$.

Ueberdem ist $A\pi = \frac{rc}{r+\varrho}$, (125. §.) also $(n-1)\,A\pi - nr = \frac{(n-1)\,rc - nr^2 - nr\varrho}{r+\varrho}$, und

$AO = \frac{rc}{(n-1)\,c - n\,(r+\varrho)}$, oder $AO = -\frac{rc}{n\,(r+\varrho) - (n-1)\,c}$. Der Ausdruck ist negativ, so lange O mit π auf einer Seite von A hinter der brechenden Fläche BAD liegt, weil die von A nach P zu liegenden Entfernungen δ im 111. §. positiv angenommen sind. Hier kann man das Zeichen (—) weglassen, so ist AO positiv, wenn O hinter der Vorderfläche des Glases liegt, wie es die Figur vorstellet.

Der zum zweytenmahl gebrochene Strahl $N\varrho$ schneide die Axe in ω, so sind die Dreyecke CMO, $EN\omega$ einander ähnlich, also $CM : CO = EN : E\omega$, und $CM : CM - CO = EN : EN - E\omega$, folglich $r : AO = \varrho : G\omega$, und man erhält $G\omega = \frac{\varrho}{r} \cdot AO$, also $G\omega = \frac{\varrho c}{n\,(r+\varrho) - (n-1)\,c}$.

129. §.

Wenn *PQ* eine grade auf *CP* senkrechte Linie und der Winkel *PAQ* nur klein ist, so laufen alle Strahlen, die aus Q nahe bey der Axe *QC* der Vorderfläche *BAD* auf die Glaslinse fallen, nach der zweyten Brechung beynahe in einerley Vereinigungspunct *q* zusammen, der im mittlern Strahl *QMNq* beynahe soweit hinter der Linse liegt, als das Bild *p* des in der Axe der Linse liegenden Puncts *P*.

Beweis. Alle Strahlen, die von Q auf die Vorderfläche BAD fallen, laufen nach der ersten Brechung in einerley Vereinigungspunct K zusammen, der in der Axe QC liegt. Wenn überdem die aus P auffallenden Strahlen nach der ersten Brechung in Π zusammen laufen; so ist $A\Pi = \frac{n \cdot AP \cdot r}{(n-1)\,AP - r}$, und $LK = \frac{n \cdot LQ \cdot r}{(n-1)\,LQ - r}$ (110. §.) Wenn aber PAQ und PCQ sehr klein sind, so ist sehr nahe CQ = CP, also LQ = AP, mithin beynahe LK = AΠ, und CK CΠ. Man ziehe KE, so sind CEK, CKE, sehr kleine Winkel, und es ist beynahe EC + CK oder EΠ = EK, also auch GΠ = HK. Weil nun alle aus Q kommende Strahlen nach der ersten Brechung gegen K laufen, und K in der Axe EK der hintern Fläche der Linse liegt, so haben sie nach der zweyten Brechung wiederum einen Vereinigungspunct *q* in eben dieser Axe EK, so wie die aus P kommenden Strahlen nach der zweyten Brechung in *p* zusammen laufen.

Ver-

Vermöge des 112. §. n. 4. iſt alsdenn $Gp = \frac{n \cdot G\Pi \cdot \varrho}{(1-n)\,G\Pi + \varrho}$, und $Hq = \frac{n \cdot HK \cdot \varrho}{(1-n)\,HK + \varrho}$, alſo beynahe $Gp = Hq$ und $Ep = Eq$. Noch war vermöge der Vorausſetzung qNK ein kleiner Winkel, alſo ſind es auch NEq und EqN, und es iſt beynahe $EN + Nq = Eq = EH + Hq$, folglich beynahe $Nq = Hq = Gp$.

94 Fig. Wenn das Glas eine ganze Kugel iſt, wie es die 94. Figur vorſtellet, ſo haben beyde Abſchnitte woraus das Glas beſtehet, einerley Mittelpunct; von den aus Q kommenden Strahlen geht der mittlere durch dieſen Mittelpunct, wie auch die Gleichung $AO = \frac{rc}{n(r+\varrho) - (n-1)c}$ angiebt, die ſich in $AO = r$ verwandelt, wenn man $r = \varrho$ und $c = 2r$ ſetzt. Dieſer mittlere Strahl wird gar nicht gebrochen, weil er ſenkrecht auffällt, und man hat auch $A\pi = r$ bey eben den Vorausſetzungen. So lange alsdenn CQ nicht ſehr merklich gröſſer als CP iſt, haben die aus Q nahe bey der Axe QC auffallenden Strahlen in derſelben hinter der Kugel einen Vereinigungspunct q, und es iſt Cq beynahe $= Cp$, alſo auch Hq beynahe $= Gp$.

130. §.

92 Fig. Der Vereinigungspunct q aller ans Q auf die Linſe fallenden Strahlen iſt in eben dem Verſtande ein Bild von Q, in welchem p ein Bild von P iſt. Wenn alſo PQ eine grade auf der Axe der Linſe ſenkrechte Linie iſt, ſo hat jeder Punct S von ihr ſein Bild s in dem aus S auffallenden mittlern Strahl bey-

beynahe eben so weit hinter der Linse, als das Bild p des Puncts P in der Axe PC. Die Bilder aller Puncte der graden Linie PQ liegen in einem kleinen Kreisbogen pq, für dessen Halbmesser πp angenommen werden kann. Weil jedoch dieser kleine Bogen von seiner Tangente nicht merklich verschieden ist, so kann derselbe auch für eine grade auf Λp senkrechte Linie angenommen werden, die also das Bild von PQ ist.

Wenn die Axe der Linse gegen die Mitte oder sonst einen merkwürdigen Punct eines sichtbaren Gegenstandes gerichtet ist, und die scheinbaren Durchmesser desselben in jeder Ebene durch die Axe genommen sehr klein sind; so sind alle Puncte desselben, welche Licht auf das Glas werfen können, sehr nahe gleichweit vom Glase entfernt, und können so betrachtet werden, als wenn sie alle in einerley auf der Axe PC senkrechten Ebene lägen. Jeder Punct hat also hinter dem Glase sein Bild mit den Bildern der übrigen Puncte beynahe in einerley Entfernung, diese Bilder liegen in einem kleinen Stück einer zum Mittelpunct π gehörigen Kugelfläche, das auch als eine kleine ebene auf der Axe der Linse senkrechte Fläche betrachtet werden kann. Alle in dieser kleinen Ebene liegenden Bilder der Puncte des Objects, womit sie zusammen gehören, machen ein **Bild des Objects** selbst aus.

131. §.

Wenn wie bisher die Brennweite des Glases $= f$, die Entfernung des Objects vom Glase $= \delta$ gesetzt wird, so ist die Entfernung des Bildes vom

Glaſe $= \frac{\delta f}{\delta - f}$. Fängt man im finſtern Zimmer das durch eine Glaslinſe hineinfallende Licht, wenn es von einem um den Abſtand δ entfernten Object herkommt, mit einem weiſſen Papier oder einer andern weiſſen Ebene in der Entfernung $\frac{\delta f}{\delta - f}$ vom Glaſe ſenkrecht auf, ſo zeigt ſich auf derſelben deßwegen ein deutliches Bild des Objects, weil auf jeden Punct der weiſſen Fläche nur Licht von einem und demſelben Punct des Gegenſtandes fällt, nicht von mehrern. Entfernt man aber die weiſſe Fläche weiter als um dieſen Abſtand $\frac{\delta f}{\delta - f}$ vom Glaſe, oder rückt man ſie dem Glaſe näher, ſo ſchneidet ſie alle Lichtkegel, deren Spitzen um den eben angezeigten Abſtand vom Glaſe entfernt ſind, in einem deſto gröſſern Kreiſe, je mehr man dieſe weiſſe Fläche vom Glaſe entfernt, oder umgekehrt demſelben näher bringt. Das von jedem Punct des Objects kommende Licht iſt über der Fläche eines ſolchen Kreiſes verbreitet, und weil alle dieſe Kreiſe einander ſchneiden, ſo fällt auf jeden Punct der weiſſen Fläche Licht von mehrern Puncten des Gegenſtandes: deswegen iſt nun das Bild undeutlich, und dieſe Kreiſe, deren Licht ſich ſolchergeſtalt mit einander vermiſcht, heiſſen hier Zerſtreuungskreiſe. Uebrigens erhält das deutliche Bild in Anſehung der Axe der Linſe eine umgekehrte Lage. Der Punct q, welcher Q abbildet, liegt nicht mit Q auf einerley Seite der Axe der Linſe, ſondern auf der andern Seite gegen über. Was im Object ſelbſt oben liegt, bildet ſich

unten

unten ab, und was im Object zur Rechten liegt, das hat sein Bild zur Linken.

132. §.

Die in einerley Ebene durch die Axe der Linse zusammen gehörigen halben und ganzen Durchmesser des Bildes und des abgebildeten Gegenstandes verhalten sich in dem Fall, wenn die Dicke des Glases in Vergleichung mit den Halbmessern der brechenden Kugelflächen sehr klein ist, gegen einander, wie ihre Entfernungen von der Linse.

In dem Fall, wenn das Glas eine ganze Kugel ist, wird dies Verhältniß der halben oder ganzen Durchmesser des Bildes und Gegenstandes einerley mit dem Verhältniß ihrer Entfernungen vom Mittelpunct der Kugel.

Beweis. Weil der Strahl N*q* mit QM parallel ist; so sind OPQ und *ωpq* ähnliche Dreyecke, 92 Fig. und es ist AO + AP : G*ω* + G*p* = PQ : *pq*. Weil ferner $AO = \frac{rc}{n(r+\varrho)-(n-1)c}$ und $G\omega = \frac{\varrho c}{n(r+\varrho)-(n-1)c}$ wenigstens in den beyden Fällen kleiner als *c* sind, wenn beyde Halbmesser *r* und *ϱ* positiv, oder beyde negativ sind; so hat man alsdenn sehr nahe AP : G*p* = PQ : *pq*, mithin aus eben dem Grunde AP : G*p* = PR : *pr*, und AP : G*p* = PQ + PR : *pq* + *pr* = QR : *qr*.

Wäre einer von beyden Halbmeſſern, wie r, negativ, ſo hätte man $AO = -\frac{rc}{n(\varrho - r) - (n-1)c}$, $G\omega = \frac{\varrho c}{n(\varrho - r) - (n-1)c}$: alſo würde AO dem Werth $\frac{r}{n-1}$, und $G\omega$ dem Werth $-\frac{\varrho}{n-1}$ deſto näher kommen, je weniger r und ϱ verſchieden wären, mithin würde man AO und $G\omega$ nicht weglaſſen können. Allein eben dieſer Fall kommt in der Anwendung gewöhnlich nicht vor, und wenn nur der eine von dieſen beyden Halbmeſſern nochmahl ſo groß, als der andre iſt, ſo bleiben AO und $C\omega$ immer noch kleiner als c, und die angegebene Proportion wird nicht merklich fehlerhaft.

Nimmt man an, das Glas ſey eine ganze Kugel; ſo werden AO und $G\omega = r = \varrho$, und das Verhältniß PQ : pq wird ſo groß, als das Verhältniß der Entfernungen vom Mittelpunct der Kugel.

Ueberhaupt kann man in allen den Fällen die Entfernungen von der Mitte der Linſe verſtehen, wenn AO und $G\omega$ kleiner als c ſind: denn das heißt dieſe kleinen Linien $= \frac{1}{2}c$ ſetzen, welches das Verhältniß nicht merklich ändert, ſo lange c ſehr klein iſt.

95 Fig. Wenn alſo K die Mitte der Linſe iſt, ſo ſind die ſcheinbaren halben und ganzen Durchmeſſer des Gegenſtandes und des Bildes aus K geſehen, gleich groß, und eben ſo die ganzen ſcheinbaren Ausdehnungen des Gegenſtandes und des Bildes in dem Sinn des 21. §. der Optik genommen.

133. §.

133. §.

Bey allen bisherigen Unterſuchungen iſt zwar vorausgeſetzt worden, daß die Linſe auf beyden Seiten die erhabene ſphäriſche Figur habe: allein man wendet die allgemeinen Formuln leicht auf alle hieher gehörige beſondre Fälle an, wobey jedoch folgende allgemeine Bemerkung zum Grunde zu legen iſt. Man nimmt bey den folgenden Betrachtungen über die Natur der durchſichtigen Linſen an, ihre Dicke ſey ſo klein, daß man ſie ohne merklichen Fehler in der Rechnung weglaſſen könne. Alsdenn bleibt die Brennweite $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ (121. §.) einerley, man mag die eine, oder die andre Seite, dem Object zukehren. Demnach bleibt auch in eben dem Fall die Entfernung eines jeden andern Bildes $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ (121. §.) vom Glaſe einerley. Verwechſelt man alſo die Stelle des Bildes mit der Stelle des Objects, ſo fällt das Bild dahin, wo vorher das Object ſeine Stelle hatte. Wenn nemlich $\delta = Gp$ geſetzt, und in p die Stelle des Objects angenommen wird, ſo iſt $\alpha = \frac{Gp \cdot f}{Gp - f}$. Wird überdem $Gp = \frac{AP \cdot f}{AP - f}$ geſetzt, ſo iſt $Gp - f = \frac{ff}{AP - f}$, und man findet $\alpha = AP$. Stehet alſo das Object im Brennpunct des Glaſes, ſo giebt es gar kein Bild; alle Strahlen, die von einerley Punct des Objects auf das Glas fallen, kommen nach der Brechung in eine Lage, die mit der Lage des dazu gehöri-

hörigen mittlern Strahls parallel ist. Die besondern Fälle, welche eine eigene Erwägung verdienen, sind nun folgende.

134. §.

1.) Das Glas ist doppeltconvex, wenn es auf beyden Seiten die erhabene sphärische Figur hat. Die Brennweite desselben $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ ist positiv, und bleibt unverändert, wenn man gleich das Glas umkehrt, und die hintere Fläche nun dem Object zuwendet: denn in dem Fall wird ϱ der vordern und r der hintern Fläche Halbmesser, und beyder Product sowohl als auch beyder Summe bleibt einerley. Der Abstand des Bildes $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ bleibt ebenfalls positiv, so lange $\delta > f$ ist. Das Bild nähert sich dem Glase und dem Brennpunct desto mehr, je grösser δ ist, und der Brennpunct selbst ist das nächste und zugleich das kleinste Bild hinter dem Glase. Wenn nemlich D und Δ ein Paar zusammen gehörige ganze oder halbe Durchmesser des Objects und des Bildes bezeichnen, so ist $\Delta = \frac{\alpha}{\delta} . D$ (132. §.), also $\Delta = \frac{f}{\delta - f} D$, und das Bild würde verschwinden, wenn die Entfernung δ unendlich groß würde. Je näher das Object dem Glase rückt, desto weiter entfernt sich das Bild, und wird zugleich desto grösser, bis es endlich ganz wegfällt, wenn $\delta = f$ ist, und die Entfernung des Objects der Brennweite gleich ist. Für noch kleinere δ, wird α negativ, und man erhält

$\alpha =$

$\alpha = -\frac{\delta f}{f-\delta} = -\frac{f}{(f:\delta)-1}$: es giebt nun kein phyſiſches Bild mehr, ſondern nur ein geometriſches vor dem Glaſe, das anfangs weit vom Glaſe entfernt iſt, aber demſelben ſchnell näher rückt, wenn δ noch weiter abnimmt.

2.) Das Glas iſt planconvex, wenn eine Seite zwar ſphäriſch erhaben, die andre aber eben iſt, und zugleich die Grundfläche des ſphäriſchen Segments abgiebt. Einer von beyden Halbmeſſern iſt alsdenn unendlich groß, und es iſt die Brennweite $f = \frac{1}{n-1} r$ oder $= \frac{1}{n-1} \varrho$, nachdem die ſphäriſche oder die ebene Seite dem Object zugekehrt ſeyn ſoll. Beydes iſt alſo einerley, wenn ϱ und r einerley ſind. Aus der Brennweite findet man die Vereinigungsweite $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$, wie beym doppelt convexen Glaſe, und das planconvexe Glas hat mit demſelben übrigens einerley Eigenſchaften.

3.) Wenn die eine Seite zwar erhaben ſphäriſch, aber die andre Seite hohl iſt, ſo muß der Halbmeſſer der hohlen Seite negativ angenommen werden, und man hat die Brennweite $f = \frac{-r\varrho}{(n-1)(\varrho-r)}$, wenn die Vorderfläche hohl iſt. Kehrt man das Glas um, die erhabene Seite gegen das Object, ſo iſt nun zwar ϱ der Vorderfläche Halbmeſſer, es bleibt aber $f = \frac{-r\varrho}{(n-1)(\varrho-r)}$, weil r der hohlen Fläche Halbmeſſer bleibt. Bey einerley Glaſe bleibt alſo die Brenn-

weite einerley, man mag die hohle oder die erhabene Seite gegen das Object bringen. Wenn nun überdem der hohlen Seite Halbmesser r grösser ist, als der Halbmesser der erhabenen Seite, so bleibt die Brennweite $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r-\varrho)}$ positiv. Beyde sphärische Flächen des Glases können nun eine gemeinschaftliche Grundfläche haben, und der Durchschnitt durch des Glases Axe ist alsdenn mondförmig. Das Glas heißt ein Meniscus, und es hat, was den Abstand des Bildes betrift, mit den beyden zuerst beschriebenen Arten einerley Eigenschaften. Die Krümmung der erhabenen Seite ist bey demselben stärker, als die Krümmung der hohlen Seite, und es heißt auch wohl ein convex-concaves Glas.

135. §.

1.) In dem Fall, wenn eine Seite des Glases hohl, die andre erhaben, und der hohlen Seite Halbmesser kleiner, als der erhabenen Seite Halbmesser ist, heißt das Glas concav-convex, im Gegensatz mit dem kurz vorhin betrachteten convexconcaven Glase. Beym concav-convexen Glase ist die Krümmung der hohlen Seite stärker, als die Krümmung der erhabenen Seite, und die beyden sphärischen Abschnitte, woraus das Glas bestehet, können nun keine gemeinschaftliche Grundfläche haben. Die Brennweite ist $f = \frac{-r\varrho}{(n-1)(\varrho-r)}$, wenn die Vorderfläche hohl ist; und wenn man gleich das Glas umkehrt, so bleibt dennoch $f = \frac{-r\varrho}{(n-1)(\varrho-r)}$, weil

r der

r der hohlen Fläche Halbmeſſer bleibt. Weil aber der jetzigen Vorausſetzung gemäß $r < \varrho$ iſt, ſo iſt die Brennweite negativ, der Brennpunct liegt vor dem Glaſe, auf eben der Seite, wo das Object ſeine Stelle hat, und die Strahlen, welche aus einem ſehr weit entlegenen Punct in der Axe ſehr nahe bey derſelben auf das Glas fallen, gehen nach der zweymahligen Brechung hinter dem Glaſe auseinander, und liegen ſo, als kämen ſie aus einem Punct her, der im mittlern Strahl vor dem Glaſe ſeine Stelle hat. Jede andre Vereinigungsweite der auffallenden Strahlen $\alpha = -\frac{\delta f}{\delta + f}$ wird nun ebenfalls negativ, wenn in dem allgemeinen Ausdruck $\alpha = \frac{\delta f}{\delta + f}$ die Brennweite f negativ angenommen wird. Die Sammlungspuncte alſo, welche ſonſt das Bild ausmachen, ſind nun Zerſtreuungspuncte, und das Bild iſt nicht phyſiſch, ſondern geometriſch. Auch findet man des Bildes Durchmeſſer $\Delta = -\frac{\alpha}{\delta} D$ (132. §.) negativ, weil α negativ iſt, und das rührt daher, weil das geometriſche Bild nicht die umgekehrte Stellung hat, wie das phyſiſche, ſondern mit dem Object einerley Stellung erhält. Die Entfernung $\alpha = -\frac{\delta f}{\delta + f} = \frac{f}{1 + (f : \delta)}$ wird mit δ zugleich gröſſer, und kleiner, wenn δ kleiner wird. Weil überdem $\Delta = \frac{\alpha}{\delta}$

$. D = - \frac{f}{\delta + f}$. D war, so wird das Bild kleiner, wenn δ grösser wird, und umgekehrt.

2.) Ein planconcaves, oder einfaches Hohlglas hat eine ebene und eine hohle Seite, und es wird aus dem concavconveren Glase, wenn man den Halbmesser ϱ der erhabenen Fläche unendlich groß setzt. Alsdenn ist die Brennweite $f = - \frac{r}{n - 1}$ noch negativ, und die Vereinigungsweite $\alpha = - \frac{\delta f}{\delta + f}$ ebenfalls: mithin hat das einfache Hohlglas übrigens mit dem concavconveren Glase einerley Natur.

3.) Ein doppeltes Hohlglas hat auf beyden Seiten hohle sphärische Flächen, und man erhält die Brennweite $f = - \frac{r \varrho}{(n - 1)(r + \varrho)}$, wenn man in der allgemeinen Formul $f = \frac{r \varrho}{(n - 1)(r + \varrho)}$ beyde Halbmesser negativ setzt. Der Brennpunct wird ebenfalls ein Zerstreuungspunct, auch ist die Vereinigungsweite $\alpha = - \frac{\delta f}{\delta + f}$ allemahl negativ, und das Bild, wie beym concavconveren und einfachen Hohlglase, allemahl ein geometrisches, kein physisches Bild, so lange δ positiv ist.

136. §.

136. §.

Alle Gläser, welche die von einem wirklichen vor dem Glase befindlichen, Gegenstande herkommenden und auf das Glas fallenden Strahlen, wenigstens so lange in einem physischen Bilde hinter dem Glase vereinigen, als die Entfernung δ die Brennweite f übertrift, können Sammlungsgläser heissen. In diese Classe gehören das doppelt und einfach couvexe Glas mit dem Menisçus. (143. §.) Die übrigen Arten können Zerstreuungsgläser heissen, welche von jedem vor dem Glase befindlichen Gegenstande auch vor dem Glase ein geometrisches kein physisches Bild zuwege bringen. Dahin gehören das concavconvexe Glas mit dem einfachen und doppelten Hohlglase. (135. §.)

Die Entfernung des Bildes vom Glase $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$

läßt sich auch so ausdrücken $\alpha = f\left(1 + \frac{f}{\delta - f}\right)$

$= f\left(1 + \frac{f}{\delta} + \frac{f^2}{\delta^2} + \frac{f^3}{\delta^3} + \ldots.\right)$: und

daraus erhellet, daß die Entfernung des Bildes vom Glase sich der Brennweite sehr schnell nähere, wenn δ gegen f etwas groß wird. Wenn δ eine Million und mehrmahl grösser als f wird, so beträgt der Unterscheid beyder Entfernungen des Bildes und des Brennpuncts $\frac{1}{1000000}f$, und noch weniger, wenn δ noch mehr als ein Millionmahl die Brennweite übertrift. Der Halbmesser des Bildes wird alsdenn gefunden, wenn man die Brennweite, die nun von der Entfernung des Bildes nicht merklich

mehr

mehr verschieden ist, in die Tangenten vom scheinbaren Halbmesser des Objects multipliciret. Diese Bemerkung findet ihre Anwendung, wenn man das Sonnenlicht mit einem Sammlungsglase senkrecht auffängt. Die Entfernung des deutlichen Bildes der Sonne vom Glase ist wegen der sehr grossen Entfernung der Sonne von der Brennweite nicht merklich verschieden, der Halbmesser des Sonnenbildes aber ist $= f \operatorname{tang} \varrho$, wenn ϱ den scheinbaren Halbmesser der Sonne bezeichnet, den man $= 16'$ annehmen kann: demnach ist dieser Halbmesser des Sonnenbildes $= 0{,}0046542 \cdot f$.

137. §.

Fängt man das durch ein Sammlungsglas fallende Licht mit einem andern Glase so auf, daß die Axen beyder Gläser zusammenfallen, und der Abstand beyder Gläser von einander kleiner ist, als die dem vordern Sammlungsglase zugehörige Vereinigungsweite; so empfängt das hintere Glas die Strahlen in einer solchen Lage, daß sie hinter demselben zusammen laufen würden. Um die Vereinigungsweite für das hintere Glas zu finden, muß man alsdenn für δ die Entfernung des ersten Bildes vom zweyten Glase annehmen, und weil das Bild hinter demselben liegt, dies δ negativ in Rechnung bringen.

Wenn bey dieser Verbindung zweyer Gläser das hintere ein Sammlungsglas, also die Brennweite positiv ist; so wird für dies zweyte Glas die Vereinigungsweite $\alpha = \frac{\delta f}{\delta + f}$ allemahl positiv gefun-

den

den und kleiner als δ. Demnach rückt es das Bild dem Glase noch näher und bringt es zugleich in einen engern Raum. Man nennt es alsdenn im besondern Sinn ein Collectivglas. Wenn dagegen das hintere Glas ein Zerstreuungs Glas, und die Brennweite f negativ ist; so hat man $\alpha = \frac{\delta f}{f - \delta'}$, wenn in der allgemeinen Formul $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ beydes δ und f negativ genommen werden. Demnach bleibt hinter dem Zerstreuungsglase nur so lange ein physisches Bild, als $\delta < f$ bleibt. In dem Fall $\delta = f$ giebt es gar kein Bild, und alle von einerley Punct auf das erste Glas fallende Strahlen kommen nach der Brechung im zweyten Glase in die mit dem mittlern Strahl parallele Lage. In dem Fall $\delta > f$ wird α negativ, und das hintere Zerstreuungsglas macht ein geometrisches kein physisches Bild.

138. §.

Der Glanz desjenigen leuchtenden Kör- 63
pers, der sein Licht auf den sphärischen Hohl- u. 95
spiegel, oder ein linsenförmiges Sammlungs- Fig.
glas wirft, ist gegeben: man soll die Erleuchtung des deutlichen Bildes finden, welches die vom Spiegel zurückgehenden, oder im Glase gebrochenen Strahlen darstellen.

Aufl. Die Auflösung dieser Aufgabe in ihrer ganzen Allgemeinheit würde erfodern, daß man diejenige Lichtmenge, welche das leuchtende Object auf die Spiegelfläche, oder die Vorderfläche des Glases wirft,

wirft, den im 1sten Abschnitt vorgetragenen Gründen gemäß finden könne. Auch würde dabey auf den Umstand Rücksicht genommen werden müssen, daß vielleicht das deutliche Bild nicht in allen seinen Elementen eine gleiche Erleuchtung empfängt. In den optischen Wissenschaften wird jedoch diese Aufgabe gewöhnlich nur auf solche Fälle angewandt, wenn die scheinbare Grösse des leuchtenden Objects, aus der Mitte des Spiegels, oder des Glases gesehen, nicht sehr beträchtlich ist, mithin jeder scheinbare Halbmesser des Objects, wie PAQ nur wenige Grade beträgt, gesetzt auch, daß für eine andre Lage der Ebene PAQ die Grösse dieses scheinbaren Halbmessers nicht wie bey kreisförmig scheinenden Objecten einerley wäre.

Wird in Fällen, dieser Art mit dem Halbmesser AP aus A eine Kugelfläche beschrieben, so kommt das Stück dieser Kugelfläche, was zwischen den scheinbaren Gränzen des leuchtenden Objects enthalten ist, einer in P auf AP senkrechten ebenen Fläche sehr nahe. Es sey QPR dies Kugelstück und die Fläche desselben $= E^2$, die Entfernung $AP = \delta$, so ist die scheinbare Grösse aus A gesehen $= \frac{E^2}{\delta^2}$. (21. §. Opt.) Der Glanz der leuchtenden Fläche sey $= S$, so ist die senkrechte Erleuchtung, welche die Fläche QPR nach BAD sendet, wenigstens sehr nahe $= \frac{E^2 . S}{\pi \delta^2}$, (19. 20. §.) weil die Abmessungen der Fläche QPR in Vergleichung mit δ sehr klein angenommen werden. Auf die Vorderfläche des Glases oder des Hohlspiegels BAD fällt soviel Licht, als

die

die kreisförmige Grundfläche des Segments auffangen würde, dessen Figur mit der Figur des Hohlspiegels, oder der Vorderfläche der Linse übereinkommt: auf diesen Kreis aber würde das Licht an allen Stellen beynahe senkrecht fallen. Es sey also die halbe Breite des Spiegels der Linse $= b$, die darauf fallende Lichtmenge $= M$; so ist $M = \frac{E^2 . S . b^2}{\delta^2}$. Ferner sey die Fläche des deutlichen Bildes $= \varepsilon^2$, die Erleuchtung desselben $= Y$, so ist $Y = \frac{M}{\varepsilon^2} = \frac{E^2 . S . b}{\delta^2 \varepsilon^2}$. Die Dicke des Glases wird sehr klein angenommen, also ist Gp oder $Ap = \alpha$, und $\frac{E^2}{\delta^2} = \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}$ (132. §.) mithin auch $\frac{E}{\varepsilon^2} = \frac{\delta^2}{\alpha^2}$, und man findet $Y = \frac{S . b^2}{\alpha^2}$ oder $Y = S . tg.KpD^2$.

139. §.

Will man das Bild, was die von sphärischen Spiegel zurück gehenden Strahlen machen, mit einer undurchsichtigen Fläche auffangen, so fängt eben diese Fläche an der dem Object zugekehrten Seite auch einen Theil desjenigen Lichts auf, welches das Object gegen den Spiegel wirft. Setzt man diese von der undurchsichtigen Ebene aufgefangene Lichtmenge $= m$, so fällt auf den Spiegel nur die Lichtmenge $M - m$, und die Erleuchtung des Bildes wird $= \frac{M - m}{\varepsilon^2}$, da dann m besonders gesucht

werden

werden muß. Nimmt man an, daß dieſe durchſichtige Fläche grade ſo groß ſey, als die Fläche des deutlichen Bildes; ſo hat man in dem Fall, wenn jeder Halbmeſſer in Vergleichung mit δ ſehr klein iſt, $m = \frac{S \cdot E^2}{(\delta - \alpha)^2} \cdot \varepsilon^2$, alſo $M - m = \left(\frac{b^2}{\delta^2} - \frac{\varepsilon^2}{(\delta-\alpha)^2}\right) \cdot E^2 \cdot S$, und $Y = \left(\frac{b^2}{\delta^2 \varepsilon^2} - \frac{1}{(\delta-\alpha)^2}\right) \cdot E^2 \cdot S$.

Auſſer dieſer Verminderung, welche die auf den Spiegel fallende Lichtmenge leidet, iſt noch diejenige zu bemerken, welche daher rührt, daß nicht alles auf den Spiegel fallende Licht zurück ſtrahlet, ſo wie auch nicht alles auf die Glaslinſe fallende Licht durchgehet, weil ein Theil davon zurück ſtrahlet, oder auch ſonſt zerſtreuet wird. Wenn der vom Spiegel zurück ſtrahlende, oder durch die Linſe hindurchgehende Theil ſich zur auffallenden Lichtmenge, wie $k : 1$ verhält, und das M für den Spiegel die um den Theil m ſchon verminderte Lichtmenge bezeichnet, ſo hat man eigentlich $Y = \frac{kSb^2}{\alpha^2} = kS \cdot \text{tang}\, KpD^2$, oder noch ſchärfer $Y = kS \cos APD^2 \text{tang}\, KpD^2$.

140. §.

Alle Sammlungsgläſer ſind zugleich Brenngläſer, und alle ſphäriſche Hohlſpiegel ſind Brennſpiegel. Wenn die Axe des Glaſes oder des Spiegels gegen den Mittelpunct der Sonne gerichtet iſt, ſo verurſachet das deutliche Bild der Sonne, wenn man es auf eine brennbare Maſſe fallen läßt, eine ſolche

solche Hitze, daß eine Entzündung erfolgt. In jedem Element des Bildes ist soviel Licht zusammen gebracht, als von einem damit zusammen gehörigen Element der Sonnenfläche auf das Glas fällt, und sich über dessen Vorderfläche verbreitet. Der Raum, welchen das kreisförmige deutliche Bild der Sonne einnimmt, heißt der Brennraum, sein Halbmesser wird also dem 136. §. gemäß gefunden, sein Mittelpunct ist das, was bisher der Brennpunct geheissen hat, und eben diese Wirkung des in den engern Raum zusammen gebrachten Sonnenlichts hat den Nahmen veranlasset.

Kann man voraussetzen, daß die Hitze im Brennraum der Dichtigkeit des Lichts in demselben proportional sey, so dienen die Formuln des 139. §. zugleich über die Grösse dieser Hitze zu urtheilen. Man setze den Glanz der Sonne $= 1$, und ihren scheinbaren Halbmesser $= \varrho$; so ist die Erleuchtung einer Fläche, womit man das Sonnenlicht senkrecht auffängt, $= S \sin \varrho^2$. (31. §.) Wird alsdenn $\varrho = 16' 7''$ angenommen, so ist die senkrechte Erleuchtung der Sonne $= 0{,}000022 \cdot S$. Die Erleuchtung des Brennraums aber ist $= \frac{Sb^2}{f^2}$, wenn b die halbe Breite des Spiegels oder des Glases bezeichnet, und f die Brennweite, worin sich das α des 138. §. hier verwandelt. Wäre demnach $b = \frac{1}{2}$ Fuß, $f = 4$ Fuß, so wäre $\frac{b}{f} = \frac{1}{8}$, und die Erleuchtung im Brennraum $= \frac{1}{64} S$. Sie wäre also $\frac{1}{64} \frac{\odot\odot}{\varkappa} \frac{\odot\odot}{22} = \frac{1}{\frac{5}{2}} \frac{6}{\frac{2}{5}}$, oder 710mahl grösser als die senkrechte Erleuchtung der Sonne.

141. §.

In dem Fall, wenn mit dem Brennglase ein Collectivglas (137. §.) verbunden ist, kann M die auf das vordere Glas fallende Lichtmenge, und ε^2 die Fläche des Bildes hinter dem Collectivglase bezeichnen, so ist dieses Bildes Erleuchtung $Y = \frac{M}{\varepsilon^2}$: mithin auch $Y = \frac{S \cdot E^2 \cdot b^2}{\varepsilon^2 \delta^2}$, wenn des vordern Glases Halbmesser $= b$ ist. Ferner sey beyder Gläser Entfernung von einander $= a$, des vordern Glases Brennweite $= f$, und dem 137. §. gemäß $a < f$. Für das Collectivglas sey die Brennweite $= \varphi$, des Bildes Abstand vom Glase $= \alpha$, so muß in der allgemeinen Formul $\alpha = \frac{\delta \varphi}{\delta - \varphi}$, für δ die Entfernung $-(f-a)$ angenommen werden, und man erhält $\alpha = \frac{(f-a)\varphi}{f-a+\varphi}$. Das Bild, was das vordere Glas machen würde, ist für das Collectivglas als das leuchtende Object anzusehen, dessen Halbmesser $= q$ ist: wenn man also die Fläche jenes Bildes, welches das vordere Glas machen würde, $= e^2$ setzt, so hat man $\frac{E^2}{\delta^2} = \frac{e^2}{f^2}$, also $\frac{E^2}{e^2} = \frac{\delta^2}{f^2}$, und eben so $\frac{e^2}{\varepsilon^2} = \frac{(f-a)^2}{\alpha^2}$. Daher erhält man $\frac{E^2}{\varepsilon^2} = \frac{\delta^2 (f-a)^2}{f^2 \alpha^2}$, oder $\frac{E^2}{s^2} = \frac{\delta^2 (f-a+\varphi)^2}{\varphi^2 f^2}$, wenn

der für x gefundene Werth gebraucht wird; mithin ferner $Y = \frac{S\,(f-a+\varphi)^2\,b^2}{\varphi^2\,f^2}$.

Wenn $\varphi = \frac{1}{4}$ Fuß, und wie vorhin $f = 4$ Fuß, $b = \frac{1}{2}$ Fuß angenommen wird, ſo bleibt $\frac{b}{f} = \frac{1}{8}$. Damit aber die Formul ihre richtige Anwendung finde, muß a ſo angenommen werden, daß das Collectivglas alles Licht auffangen könne, was durchs Brennglas ſelbſt hindurch gehet. Die halbe Breite des Collectivglaſes ſey c, und die Entfernung a grade ſo groß, daß der Umfang des Collectivglaſes die Gränze des Raums berührt, den alle auf den Brennraum zugehende Lichtkegel einnehmen: ſo iſt $f : b = f - a : c$; alſo $fc = fb - ab$, und $a = \frac{f\,(b-c)}{b}$. Daraus ergiebt ſich, daß a zwiſchen den Gränzen f und $\frac{b-c}{b} \cdot f$ enthalten ſeyn müſſe. Wäre alſo $c = \frac{1}{8}$ Fuß, und $b = \frac{1}{2}$ Fuß, ſo hat man $\frac{b-c}{b} = \frac{3}{8} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$, alſo muß a nicht kleiner ſeyn, als $\frac{3}{4} f = 3$ Fuß. Nimmt man $a = 3$ Fuß an, ſo iſt $f - a + \varphi = 1\frac{1}{4}$ Fuß, $\frac{f-a+\varphi}{\varphi f} = \frac{5}{4}$, und $Y = \frac{25}{16} \cdot \frac{1}{4} \cdot S = \frac{25}{64} S$. Ohne Collectivglas war die Erleuchtung $\frac{1}{64} S$; ſie iſt alſo mit dem Collectivglaſe 25mahl gröſſer.

Der IX. Abschnitt.

Vom Bau des Auges, und den Erscheinungen der Grösse und des Glanzes beym deutlichen Sehen.

142. §.

Eine der schönsten Anwendungen, welche man nach der Entdeckung der Gesetze der Strahlenbrechung von den bisher daraus hergeleiteten Lehren, und besonders von der richtigen Theorie der Brechung des Lichts in durchsichtigen aus Glase oder einer andern Maasse verfertigten Linsen, gemacht hat, ist die nähere Aufklärung dessen, was im innern des Auges sowohl beym deutlichen als auch beym undeutlichen Sehen eigentlich vorgehet. Die mehr berichtigten Kenntnisse hievon haben ganz vorzügliche Verbesserungen zum Theil älterer ehemahls schon bekannt gewesener, zum Theil in neuern Zeiten allererst erfundener Werkzeuge, um dem Auge beym Sehen behülflich zu seyn, zur Folge gehabt. Was im 14. §. der Optik die Gesichtsaxe hieß, ist eigentlich
101 Fig. die Axe einer mehr weichen als harten sehr durchsichtigen und linsenförmigen Maasse im innern des Auges, die wegen ihrer Durchsichtigkeit den Nahmen der Krystallinse führt, und in Absicht auf die Strahlenbrechung eben die Wirkung, wie eine Glaslinse hat. Die Lage dieser Krystallinse im Auge ist so, daß ihre Axe zugleich, die Axe des ganzen Augapfels abgiebt, dessen Gestalt sehr nahe mit

der

der Kugelgeſtalt überein kommt, die deswegen nöthig war, weil das Auge beweglich ſeyn, und ſich in der Höhlung, darin es liegt, nach allen Seiten drehen laſſen ſollte. Von auſſen iſt dieſer Augapfel mit dreyen Häuten umgeben, die gleichſam ſein Gehäuſe ausmachen. Die äuſſerſte davon heißt wegen ihrer Härte und Elaſticität die **harte Haut** (ſclerotica), ſie wird deſto dünner und beugſamer, je näher ſie dem Vordertheil des Auges kommt, und ihr vorderer Theil HOI iſt durchſichtig, weswegen er auch den Nahmen der **Hornhaut** (cornea) führt. Eben dieſe Hornhaut iſt ein Segment einer Kugel, deren Halbmeſſer etwas kleiner iſt, als der zum übrigen Theil des Augapfels H*p*I gehörige Halbmeſſer: deswegen iſt ſie etwas mehr erhaben, als das Auge an dieſer Stelle ſeyn würde, wenn es nur eine einzige völlige Kugel wäre. Die Axe O*p* der Kryſtallinſe BAD, als die eigentliche Geſichtsaxe, fällt mit der gemeinſchaftlichen Axe der beyden Kugelſtücke zuſammen, welche den ganzen Augapfel ausmachen, und iſt zugleich die **Hauptaxe des ganzen Auges**. Hinten am Augapfel, nahe bey der Stelle, wo die Axe des Auges die harte Haut trift, iſt in derſelben eine kleine Oefnung bey MN, und daſelbſt hängt der Geſichtsnerve mit den beyden innern Häuten des Auges zuſammen.

143. §.

Dieſe innern Häute ſind ſehr zart und weich, und diejenige davon, welche zunächſt an der harten Haut anliegt, heißt die **Aderhaut** (choroides), auch die **garnförmige oder färbige Haut**. Sie ſchließt, ſo lange ſie dieſen Nahmen führt, allenthalben an der innern Fläche der harten Haut an, bis gegen H und 101 Fig. I zu,

I zu, wo dieſe anfängt die Hornhaut zu heiſſen. An dieſer Gränze verläßt die Aderhaut den Umfang des Augapfels, wendet ſich gegen B und D zu nach dem innern des Auges, wird daſelbſt zu einer ringförmigen Einfaſſung der Kryſtallinſe, und heißt alsdenn das ligamentum ciliare: eben dies Ligament hängt ferner mit einer aus der zärteſten ungemein durchſichtigen Haut beſtehenden Capſel zuſammen, worin die Linſe liegt. Die innerſte Haut des Auges, welche wiederum an der innern Fläche der Aderhaut allenthalben anſchließt, heißt die **Netzhaut** (retina), ſie fängt beym Geſichtsnerven an, und iſt vielleicht ein Theil deſſelben, der bey M anfängt, ſich nach allen Seiten an der innern Fläche des Auges unter dem Nahmen der Netzhaut auszubreiten.

Der innere Raum des Augapfels iſt zwiſchen der Linſe und der Hornhaut mit der **wäſſerichten**, der übrige Raum hinter der Linſe mit der **glasartigen Feuchtigkeit** angefüllt. Die **wäſſerige** heißt deswegen ſo, weil ſie das Licht wie gemeines Waſſer bricht: übrigens iſt ſie ſehr durchſichtig, von Geſchmack ein wenig ſalzig, und hat keinen Geruch. Die glasartige Feuchtigkeit iſt mit ſehr vielen zarten Gefäßchen durchwebt, die ſie einem Gallert ähnlich machen, wiewohl die flüßige Maſſe ſelbſt, welche dieſe Gefäßchen anfüllet, der wäſſerigen Feuchtigkeit in allem ähnlich auch mit ihr faſt von einerley Dichtigkeit iſt, und das Licht eben ſo wie gemeines Waſſer bricht.

144. §.

101 Fig. Der Raum vor der Linſe, welchen die wäſſerige Feuchtigkeit einnimmt, wird durch ein beſondres mit der Aderhaut zuſammenhängendes Häutchen HRSI

in

in zwey so genannte Kammern getheilt, welches beynahe völlig wie eine ebene Fläche so ausgespannt ist, als wenn es die gemeinschaftliche Grundfläche der beyden Kugelsegmente wäre, welche die Hornhaut und die harte Haut jede für sich bilden: es heißt die **Traubenhaut** oder der **Regenbogen** (uvea, iris). Für sich ist dieser Regenbogen undurchsichtig, er hat aber in der Mitte eine kreisrunde Oefnung RS, die der **Stern im Auge** (pupilla) heißt, durch welche das Licht, was durch die Hornhaut in die wässerige Feuchtigkeit einfällt, bis zur Krystallinse kommen kann. Eben dieser Regenbogen ist mit der merkwürdigen Eigenschaft versehen, daß der Stern in der Mitte desselben, wenn sehr starkes Licht ins Auge fällt, enger, und hingegen beym schwachen einfallenden Licht grösser wird, ohne seine kreisförmige Gestalt zu ändern. Wegen der Durchsichtigkeit der Hornhaut, und der darunter befindlichen wässerigen Feuchtigkeit ist der Regenbogen von aussen sichtbar, und giebt wegen seiner mannigfaltigen Farben dem Auge seine äussere Schönheit.

145. §.

Bey der bisher beschriebenen Einrichtung des Auges hat dasselbe viele Aehnlichkeit mit einem finstern Zimmer, in welchem das durch ein linsenförmiges Glas hineinfallende Licht von den draussen befindlichen Gegenständen die Bilder darstellet. Lichtstrahlen, die aus einem Punct P der Augenaxe, oder einem Punct Q in der Nähe derselben, auf die Hornhaut fallen, werden in der wässerigen Feuchtigkeit, die, wie man gewöhnlich annimmt, mit der Hornhaut das Licht auf gleiche Art bricht, in eine solche 101 Fig.

Lage gebracht, daß ſie nach der Brechung hinter der Hornhaut ihre Vereinigungspuncte haben, und daſelbſt ein Bild des Gegenſtandes machen würden, wovon ſie her kommen. In dieſer Lage fallen alle Strahlen auf die Vorderfläche der Linſe, und werden durch die zwiefache Brechung, die ſie in der vordern und hintern Fläche derſelben leiden, in ein kleineres der Linſe noch näher liegendes Bild zuſammengebracht. (136. §.) Wenn gleich das Object dem Auge ſo nahe wäre, daß das erſte Bild, was die an der Hornhaut gebrochenen Strahlen machen würden, ein blos geometriſches bliebe; ſo würden doch die Strahlen nun auf die Linſe ſo fallen, als wenn ſie von jenem geometriſchen Bilde, wie von einem Gegenſtande herkämen, und hinter der Linſe ein andres phyſiſches Bild zuwege bringen. Demnach wird es auf die Entfernung OP des Gegenſtandes PQ vom Auge ankommen, ob die Vereinigungsweite *Gp* hinter der Linſe grade ſo groß iſt, als die Entfernung der Linſe von der Netzhaut, damit auf derſelben ein völlig deutliches Bild zu Stande kommen könne. Das Bild hat alsdenn die umgekehrte Stellung, wie im finſtern Zimmer, und im innern des Auges iſt noch beſonders auch dadurch um ſo mehr für die Deutlichkeit dieſes Bildes geſorget, daß daſſelbe inwendig hinter der Linſe, dieſe ſelbſt und den gegen über liegenden Theil der Netzhaut ausgenommen, mit einer dicken ſchwarzen Maſſe überzogen iſt, die alles von der Netzhaut zurückgeworfene Licht verſchlucket. Auch die Erfahrung beſtättiget dieſe Schlüſſe, wenn der Zergliederer am hintern Theil eines Auges die harte Haut geſchickt ablöſet, ſo daß man hinein ſehen kann: es zeigt ſich alsdenn das Bild auf die eben beſchriebene

Art

Art von jedem Gegenſtande, gegen welchen man die vordere Seite des Auges ſtellet.

146. §.

Mit der Entſtehung des Bildes im Auge auf der Netzhaut iſt zugleich die Empfindung verbunden, daß wir den Gegenſtand ſehen, womit das Bild zuſammen gehört. Wenn das Bild deutlich iſt, ſo iſt auch unſre Empfindung deutlich, widrigenfalls aber undeutlich, wiewohl die vollkommenſte Deutlichkeit des Bildes zum deutlichen Sehen eben nicht erfodert wird. Weiter können wir den Zuſammenhang deſſen, was in unſern Sinngliedern vorgehet, mit den Vorſtellungen in unſrer Seele nicht erklären, und eben darum hat es auch mit der anſcheinenden Schwierigkeit nichts auf ſich, wenn man frägt: wie es zugehe, daß wir die Sachen aufgerichtet ſehen, deren Bild in umgekehrter Stellung auf die Netzhaut fällt? Eben ſo wenig Grund hat die anſcheinende Schwierigkeit, daß wir jede Sache mit zweyen Augen nur einfach ſehen. Wenn der Blindgebohrne, deſſen Geſchichte im 41. §. der Optik kurz erzählt iſt, nachdem er vom Staar war befreyet worden, von keiner Sache die Geſtalt gekannt, und keine Sache von der andern bey noch ſo verſchiedener Geſtalt und Gröſſe unterſchieden hat; ſo hat er anfangs auch nicht gewußt was oben oder unten, zur Rechten oder zur Linken befindlich ſey, bis er durch öftere Vergleichung der Empfindungen des Gefühls mit den Empfindungen des Geſichts ſich dazu gewöhnt hatte, Geſtalt, Gröſſe und Lage der Dinge gegen einander zu unterſcheiden. Hiebey war es wohl ſehr gleichgültig, ob das Bild in ſeinem Au-

ge aufrecht oder verkehrt stand, ob er mit einem oder mit beyden Augen sahe. Seine Seele erhielte Vorstellungen, die er noch gar nicht kannte, er muste sie mit andern ihm schon bekannten Vorstellungen oft zugleich haben, bevor er lernte, was es mit diesen neuen ihm bisher unbekannt gebliebenen Vorstellungen für eine Bewandniß habe. Wenn es gleich wahr ist, daß der Eindruck, welchen das Licht von einerley Sache auf der Netzhaut eines jeden Auges macht, für sich schon eine Empfindung von der Sache zuwege bringt; so sind doch beyde Empfindungen einander vollkommen ähnlich, und wir haben von Jugend auf beständig beyde Empfindungen zugleich gehabt; wenn uns gleich das Gefühl davon belehret hat, daß es nur eine Sache sey, welche die beyden einander ganz ähnlichen Empfindungen veranlasset.

147. §.

101 Fig. Herr Petit hat in der Histoire de l'Academie de Paris A. 1725 folgende Abmessungen des menschlichen Auges, mitgetheilet, die wie leicht zu erachten ist, nicht bey allen erwachsenen Personen völlig einerley sind. Des Augsapfels Durchmesser XY ist 10 bis $11\frac{1}{2}$, am gewöhnlichsten $10\frac{1}{2}$ bis $10\frac{3}{4}$ Linien lang im Pariser Maaß, welches auch im folgenden zu verstehen ist. Die Hornhaut HOI ist ein Kugelstück, wovon der Durchmesser gewöhnlich $7\frac{1}{2}$ Linien, zuweilen 7 auch wohl 8 Linien beträgt, und der Durchmesser HI der Grundfläche dieses Kugelstücks, der zugleich den Durchmesser der Traubenhaut oder des Regenbogens abgiebt, ist $4\frac{2}{3}$, 5, bis $5\frac{1}{2}$ Linien, die Höhe eben dieses Segments $\frac{3}{4}$,

1 bis

1 bis 1 $\frac{1}{4}$ Linien. Diesemnach ist die Axe Op des Auges um $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Linie länger, als der Durchmesser XY. Eben dies Kugelstück macht die vordere Kammer für die wässerige Feuchtigkeit aus, die Dicke der hintern Kammer vom Umfang des Sterns RS bis an die Linse in A fällt zwischen $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{2}$ Linie, und ist am gewöhnlichsten $\frac{1}{4}$ Linie: gegen B und D zu wird die Dicke dieser Kammer wegen der Krümmung der Krystallinse, noch mahl so groß, und insgemein beträgt der Abstand AO der Hornhaut von der Krystallinse nicht über 1 $\frac{1}{6}$ Linien. Der Stern RS hat, wie schon bekannt ist, eine veränderliche Oefnung zwischen 1 und 3 Linien im Durchmesser.

Der Krystallinse Umkreis hat 3 $\frac{1}{2}$ bis 4 $\frac{1}{2}$ Linien im Durchmesser BD, am gewöhnlichsten 4 Linien, ihre Dicke AG beträgt 1 $\frac{3}{4}$ bis 2 $\frac{1}{2}$ gewöhnlich 2 Linien, und ihre Vorderfläche BAD ist weniger als die hintere BGD erhaben. Nach H. Petit a. a. O. beträgt der Vorderfläche Durchmesser 2CA einen bis 1 $\frac{1}{2}$ Zoll, also 12 bis 18 Linien; nach einer andern Abhandlung eben des Verfassers in der Hisloire de l' Academie de Paris A. 1730 hat er ihn von 6, 6 $\frac{1}{2}$, 9, bis 12 Linien befunden, bey alten Personen zuweilen 25 bis 30 Linien. Dem Durchmesser 2EG der hintern Fläche giebt er an beyden Orten 5, 5 $\frac{1}{2}$, bis 6 Linien Länge. Nach einem Mittel aus 26 zergliederten Augen genommen, wovon die Nachricht am zulezt angeführten Ort vorkommt, findet sich der Durchmesser der Krümmung der Vorderfläche des Krystalls 7 $\frac{9}{10}$ Linien, und der hintern Fläche 5 $\frac{2}{3}$ Linien, ihre Dicke AG = 2 $\frac{1}{12}$ Linien.

148. §.

148. §.

Wofern die wäſſerige Feuchtigkeit die Lichtſtrahlen wie gemeines Waſſer bricht, ſo iſt das Verhältniß der Refraction, wenn das Licht aus der Luft hinein fällt, = 4 : 3. Bräche ferner die Linſe das Licht eben ſo ſtark als Glas, ſo wäre das Verhältniß der Refraction beym Uebergang des Lichts aus der wäſſerigen Feuchtigkeit in die Kryſtallinſe = 9 : 8, es iſt aber die Brechung nicht völlig ſo ſtark. Am Ende der deutſchen Ausgabe von Smiths Lehrbegriff der Optik hat H. Käſtner einen Auszug aus Jurins Abhandlung vom deutlichen und undeutlichen Sehen mitgetheilt, worin Jurin das Verhältniß der Refraction beym Uebergange des Lichts aus der wäſſerigen Feuchtigkeit in die Kryſtallinſe = 13 : 12 annimmt, und beym Uebergange aus der Linſe in die glasartige Feuchtigkeit = 12 : 13. (M. ſ. a. a. O. 496. S.) Es iſt ein Mittel zwiſchen Verſuchen, die Hauksbee und Pemberton angeſtellet haben. Eben daſelbſt nimmt Jurin die Abmeſſungen des Auges nach den ſchon angeführten Angaben des H. Petit an, bringt ſie aber auf engliſches Maaß nach der Vergleichung, die H. George Graham vermittelſt einiger ſehr genauen Maaßſtäbe, welche die königliche Geſellſchaft in London, und die königl. Academie zu Paris mit einander verwechſelt haben, zwiſchen der londner Jard und der halben Pariſer Toiſe angeſtellet, und wodurch er das Verhältniß = 36 : 38, 355 gefunden hat. (Es kommt mit dem Verhältniß 1351,6 : 1440 überein, welches die Tafel im 252. §. der Rechenkunſt nach Kruſens Contoriſten angiebt.)

Folgende

Folgende Maasse sind also in Decimallinien eines londener Zolles und dessen Decimaltheilen zu verstehen:

Halbmesser der Krümmung der Hornhaut insgemein — — —	3,3294
——— der vordern Krümmung des Krystalles ein Mittel aus 26 Augen genommen — — —	3,3081
——— der hintern eben so gefunden	2,5056
Größte Dicke des Krystalls aus eben den Augen — — —	1,8525
Axe der Hornhaut und der wässerigen Feuchtigkeit zusammen, insgemein —	1,0358

149. §.

Aus diesen Maassen hat Herr Klügel (M. s. die deutsche Ausgabe von Priestleys Geschichte der Optik 466. S.) folgende Resultate berechnet:

Entfernung des Gegenstandes —	unendlich	265 Lin.	80 Lin.
Vereinigungsweite von der Vorderfläche der Hornhaut nach			
der ersten Brechung	13,316	13,837	15,215
der zweyten Brechung	11,196	11,766	12,354
der dritten Brechung	8,998	9,328	9,659

Die Vereinigungsweite 9,328 Linien ist das arithmetische Mittel zwischen den Vereinigungsweiten, wenn die Entfernung des Gegenstandes auf der Axe ent-

entweder unendlich, oder 8 Zoll ist, und daraus ist rückwärts die dazu gehörige Entfernung des Gegenstandes $26\frac{1}{2}$ Zoll gefunden. Eben die Vereinigungsweite 0,9328 londner Zoll nach Grahams Verhältniß auf Pariser Maaß gebracht giebt 0,8754 Pariser Zoll oder $10\frac{1}{2}$ Pariser Duodecimallinien. Nach H. Petit sind 10 und 12 Linien die äussersten Gränzen von der Länge der Augenäxe Op, womit jene Rechnung sehr gut übereinstimmt. Die Vereinigungsweite von 0,9659 engl. Zoll für die Entfernung von 8 engl. Zollen beträgt 0,9061 Paris. Zoll, oder 10,8732 Paris. Duod. Linien.

150. §.

100 Fig. Der scheinbare Halbmesser $POQ = \eta$ eines sichtbaren Objects ist gegeben, und dieser Winkel ist so klein, daß diejenigen Winkel, welche ihn nicht übertreffen, ohne merklichen Fehler ihren Sinus proportional gesetzt werden können: man soll den Winkel ALq finden, unter welchem der äusserste Strahl QO nach seiner dritten Brechung die Gesichtsaxe schneidet.

Aufl. Der Strahl QO komme nach der ersten Brechung in O an der Hornhaut in die Lage OM, so ist $AOM = \frac{3}{4}\eta$. Die Brechung in M an der Vorderfläche der Linse bringe ihn in die Lage MN, und in dieser Lage sey K sein Durchschnitt mit der Gesichtsaxe; so ist AK was im 115. §. $A\pi = h$ war. Wenn also hier $AO = \delta$, $CA = r$, und $\frac{1}{1}\frac{3}{2} = n$ gesetzt wird, so erhält man $AK = h = \frac{n\delta r}{(n-1)\delta - r}$. Nach

der

der dritten Brechung in die Lage Nq ist GL was im 115. §. $Gp = \alpha$ war. Ferner ist hier $AG = c$, $EG = \varrho$, also $GL = \alpha = \frac{(h-c)\varrho}{(n-1)(h-c)+n\varrho}$, und man erhält $ALq = \frac{h-c}{\alpha} \cdot \frac{\delta}{h} \cdot \frac{3}{4}\eta$.

Man setze, wie hier erfodert wird, $n = \frac{13}{12}$ (143. §.) also $n-1 = \frac{1}{12}$; so wird $\frac{\delta}{h} = \frac{\frac{1}{13}\delta - r}{\frac{1}{12}r} = -\frac{12r-\delta}{13r}$. Hier ist aber $\delta = AO = 1{,}0358$ $r = 3{,}3081$, also $\frac{\delta}{h} = -0{,}9$ sehr nahe, und $h = -\frac{\delta}{0{,}9} = -1{,}151$. Man setze ferner $c = AG = 1{,}8525$, so ist $h = c = -3{,}0035$, und aus dem 115. §. hat man $\alpha = GL = \frac{(h-c)\varrho}{(n-1)(h-c)+n\varrho} = \frac{12(h-c)\varrho}{h-c+13\varrho}$. Für den jetzigen Fall aber ist $\varrho = 2{,}5056$, also findet man $12(h-c)\varrho = -90{,}3067$, $h-c+13\varrho = 29{,}5693$, mithin $\alpha = -3{,}0541$, und $\frac{h-c}{\alpha} = \frac{3{,}0035}{3{,}0541} = 0{,}9834$, also $ALq = -0{,}885 \cdot \frac{3}{4}\eta$.

151. §.

Aus dem bekannten scheinbaren Halbmesser $POQ = \eta$ des Objects den Halbmesser pq des Bildes auf der Netzhaut zu finden.

100 und 101 Fig.

Aufl. Im vor. §. war $\alpha = GL = 3{,}0541$, und es ist $GA = 1{,}8525$, $AO = 1{,}0358$, mithin $GO = GA + AO = 2{,}8883$, also ferner $OL = GL - GO = 0{,}1658$. Man ziehe Oq, so ist sehr nahe $Oq = Op = 9{,}5$, wie man hier als eine Mittelzahl annehmen kann, und $Oq : OLq = OL : OqL$; also $9{,}5 : 0{,}885 \cdot \frac{3}{4}\eta = 0{,}1658 : OqL$, und man findet $OqL = 0{,}0154 \cdot \frac{3}{4}\eta$. Das giebt $pOq = ALq + OqL = 0{,}9 \cdot \frac{3}{4}\eta = 0{,}675 \cdot \eta$, mithin ziemlich nahe $pOq = \frac{2}{3}\eta$. Die Voraussetzungen bey der Rechnung sind nemlich so sicher nicht, daß das gefundene Resultat für völlig genau angenommen werden könnte: auch wird es für verschiedene Personen allemahl verschieden ausfallen.

Der Halbmesser pq des Bildes kann für eine kleine auf Op senkrechte grade Linie angenommen werden; so hat man $pq = Op \cdot \text{tang. } pOq$. Statt der tang. pOq kann der Winkel selbst, oder vielmehr der mit dem Halbmesser $= 1$ zwischen seinen Schenkeln beschriebene Bogen $= \frac{2}{3}\eta$ angenommen werden: so erhält man $pq = \frac{2}{3}\eta \cdot Op$, oder auch $pq = \frac{2}{3} Op \cdot \text{tang}\,\eta$. Diesemnach ist der halbe oder ganze Durchmesser des Bildes auf der Netzhaut dem halben oder ganzen Sehewinkel proportional; aus dessen Grösse wir die Grösse einer gesehenen Sache zu schätzen gewohnt sind. (23. §. Opt.) Also ist man berechtiget anzunehmen, daß die scheinbare Grösse einer gesehenen Sache der Grösse ihres Bildes auf der Netzhaut proportional sey.

152. §.

152. §.

Eine Sache wird deutlich geſehen, wenn ihre Gränzen vollkommen und wohl beſtimmt erſcheinen, auch ihre verſchiedene Theile wofern ſie nicht zu klein ſind, nach ihrer verſchiedenen Geſtalt, Gröſſe und Farbe ſich gut unterſcheiden laſſen. Es leidet wohl eben keinen Zweifel, daß man in dieſem Verſtande deutlich ſehe, wenn alle Strahlen, die von einerley Punct der Sache ausgehen, ſich wieder in einem einzigen empfindlichen Punct der Netzhaut vereinigen. Wofern überdem bey einiger Undeutlichkeit des Bildes auf der Netzhaut auch die Empfindung des Sehens undeutlich iſt; ſo giebt es bey einerley Beſchaffenheit des Auges nur eine beſtimmte Entfernung des Gegenſtandes vom Auge, worin derſelbe recht deutlich geſehen werden kann. Allein die Erfahrung lehrt, daß wir einerley Sache in ziemlich verſchiedener Entfernung vom Auge ohne ſehr merkliche Veränderung der Deutlichkeit ſehen. Dies hat bey einigen die Vermuthung erreget, es mögten vielleicht die Häute, welche die Ligamente und die Capſel der Kryſtallinſe ausmachen, die Eigenſchaft haben, daß ſie durch ihre mehrere oder mindere Ausdehnung der Linſe nach Erfodern eine plattere oder mehr erhabene Geſtalt geben und dadurch zuwege bringen könnten, daß der verſchiedenen Entfernung des Gegenſtandes ungeachtet doch die Entfernung des deutlichen Bildes dieſelbe bleibe. Auch hat man vermuthet, die ganze Kryſtallinſe könnte vielleicht nach Erfordern beym entlegenen Gegenſtande ſich der Netzhaut nähern, beym nähern Gegenſtande aber ſich weiter davon entfernen. Bey dem allen aber lehren doch einige leicht anzuſtellende Verſuche, daß eben nicht die vollkommenſte

Vereinigung der Lichtstrahlen auf der Netzhaut zum deutlichen Sehen erfodert werde.

153. §.

Man nehme ein Titelblatt von einem Buche, worauf sich Schrift von drey- oder viererley Grösse befindet, und bringe dasselbe anfangs in eine solche Entfernung vom Auge, daß man jede dieser Art Schriften ohne Anstrengung des Auges vollkommen deutlich siehet: so kann man voraussetzen, daß in dieser Entfernung jeder auf den Stern im Auge fallende Strahlenkegel, der von einem Punct eines Buchstabens kommt, seinen Vereinigungspunct auf der Netzhaut habe. Hiernächst nähere man das Buch dem Auge, oder entferne es vom Auge so weit, daß die kleinere Schrift unleserlich zu werden anfängt, so wird man doch die grössere noch ohne sonderliche Anstrengung des Auges ganz gut lesen können. Vermöge dieser und andrer ähnlicher Erfahrungen kann man mit Herrn Jurin in der schon angeführten **Abhandlung vom deutlichen und undeutlichen Sehen** (M. s. oben den 148. §.) das **vollkommen deutliche vom unvollkommen deutlichen Sehen** unterscheiden. Wenn man Kürze halber letzteres schlechthin **das deutliche Sehen** nennt; so beweiset die eben angeführte Erfahrung, daß selbiges beydes zugleich auf der Entfernung und Grösse der sichtbaren Sache beruhe. Dagegen wird zum **vollkommen** deutlichen Sehen nur eine bestimmte Entfernung der gesehenen Sache vom Auge erfodert, damit sich alle zu einerley auffallenden Lichtkegel gehörige Strahlen genau wieder in einerley Punct der Netzhaut sammlen, der Gegenstand mag übrigens groß

oder

oder klein ſeyn: nur daß er nicht wegen ſeiner Kleinigkeit ganz unempfindlich werde. Alle Sachen, ſie mögen groß oder klein ſeyn, erſcheinen in eben der Entfernung **vollkommen** deutlich, worin eine einzige ſo erſcheint. Weil aber das unvollkommen deutliche Sehen von der Gröſſe und Entfernung der betrachteten Sache zugleich abhängt, ſo kann von zweyen ungleich groſſen gleich weit entfernten Sachen die eine deutlich, die andre undeutlich erſcheinen. Vermöge der Erfahrung giebt es bey jeder Gröſſe des ſichtbaren Objects eine kleinſte und eine gröſte Entfernung, wobey die Empfindung anfängt, undeutlich zu werden, ſobald die Entfernung des Objects die eine oder die andre dieſer Gränzen überſchreitet.

154. §.

Soviel iſt man indeſſen berechtiget anzunehmen, daß die Empfindung nicht vollkommen deutlich ſey, wenn das Bild der empfundenen Sache auf der Netzhaut nicht vollkommen deutlich iſt. Daſſelbe iſt bey entlegenen Sachen undeutlich, wenn es bey nahe liegenden Sachen deutlich iſt, weil alsdenn das deutliche Bild entlegener Sachen der Kryſtallinſe näher liegt, als die Netzhaut. Die Strahlen, welche in den Puncten des deutlichen Bildes ſich vereinigen, fahren hinter denſelben wieder auseinander, breiten ſich auf der Netzhaut in Zerſtreuungskreiſe aus, (131. §.) und verurſachen ein undeutliches Bild. Dieſe Beſchaffenheit hat es mit Augen, die man **kurzſichtige** nennt. Wenn dagegen das Auge **weitſichtig** iſt, ſo fällt das deutliche Bild eines weit entfernten Gegenſtandes auf die Netzhaut, und das deutliche Bild einer nahe gelegenen Sache iſt

von der Kryſtallinſe weiter als die Netzhaut entfernt. Dieſe ſchneidet alſo die Kegel der nach den Puncten des deutlichen Bildes zuſammenlaufenden Lichtſtrahlen vor ihrer Vereinigung, und das zu jedem dieſer Strahlenkegel gehörige Licht breitet ſich ebenfalls in einen Zerſtreuungskreis aus; weswegen das Bild, und mit demſelben zugleich die Empfindung undeutlich wird. Es iſt eine ziemlich allgemeine Bemerkung, daß die Augen ſolcher Perſonen, die am meiſten mit entfernten Sachen beſchäftiget ſind, wie Landleute, Jäger, Schiffer, Officiers, gewöhnlich weitſichtig werden; daß aber dagegen die gröſte Menge Kurzſichtiger unter Gelehrten und Künſtlern gefunden werde, die ſtets mit Büchern und andern nahen Sachen beſchäftiget ſind. Eben daraus ſcheint zu folgen, daß das Auge die Einrichtung annehme, zu der es am meiſten gewöhnt wird.

155. §.

Einer weitſichtigen Perſon kann eine Glaslinſe zum deutlichen Sehen nahe gelegener Sachen behülflich ſeyn, wenn ſie dergleichen Sachen durch die Glaslinſe betrachtet: das von jedem Punct des Objects herkommende aufs Glas fallende Licht muß durch die Brechung in eine ſolche Lage gebracht werden, als wenn es von einem weiter entlegenen Punct herkäme. Die Strahlen, welche in der ſo veränderten Lage ins Auge kommen, machen ein Bild, das der Kryſtallinſe nun näher liegt, als in dem Fall, wenn das Auge ohne Glas die Sache betrachtet, und dem Glaſe muß nur die rechte Figur gegeben werden, damit nun das deutliche Bild auf die Netzhaut falle. Auch einer kurzſichtigen Perſon kann eine Glaslinſe zum ähnlichen

chen Gebrauch dienen, um entfernte Sachen deutlich zu sehen: sie muß aber das von jedem Punct des Objects herkommende Licht durch die Brechung in eine solche Lage bringen, als wenn es von einem dem Auge näher liegenden Punct herkäme. Die in einer so veränderten Lage ins Auge kommenden Lichtstrahlen machen alsdenn ein Bild, das von der Krystallinse weiter entfernt ist, als in dem Fall, wenn die Sache ohne Glas betrachtet wird, und wenn das Glas die rechte Figur hat, so fällt nun das deutliche Bild auf die Netzhaut.

156. §.

Eine Person kann auf eine gewisse Weite δ nicht deutlich sehen, aber auf eine andre α: man soll die Brennweite eines Glases suchen, das vors Auge gehalten die von dem Object in der Entfernung δ herkommenden Strahlen in einer so veränderten Lage ins Auge bringt, als wenn dasselbe um den Abstand α vom Auge entfernt wäre.

Aufl. Das Auge muß durchs Glas ein Bild der Sache, die vom Glase um den Abstand δ entfernt ist, in der Entfernung α sehen: also giebt sich die gesuchte Brennweite aus der Formul $f = \frac{\alpha\delta}{\alpha+\delta}$. (121. §.) Weil aber Bild und Sache an einer Seite des Glases liegen müssen, so wird erfodert, daß α negativ in Rechnung gebracht werde, und man erhält $f = \frac{-\alpha\delta}{\delta-\alpha} = \frac{\alpha\delta}{\alpha-\delta}$.

Für den Weitsichtigen muß $\alpha > \delta$, also die Brennweite positiv seyn, und demselben dient ein Sammlungsglas. Für den Kurzsichtigen hingegen wird erfodert, daß $\alpha < \delta$, mithin die Brennweite negativ, und das Glas selbst ein Zerstreuungsglas sey.

157. §.

Damit das weitsichtige Auge beym Gebrauch des Sammlungsglases nicht noch mehr zur Weitsichtigkeit gewöhnt werde, muß für α die kleinste Entfernung genommen werden, in der es noch einigermassen deutlich siehet. Auch würde das kurzsichtige Auge durch den Gebrauch des Glases noch mehr zur Kurzsichtigkeit gewöhnt werden, wenn man nicht für α die gröste Entfernung wählen wollte, in der es noch einigermassen deutlich siehet. Man kann also Gläser zum Gebrauch für sein Auge beym Künstler bestellen, und ihm das Maaß der Brennweite vorschreiben. Ist man aber an einem Orte, wo dergleichen Gläser fertig zu haben sind, so kann man unter mehrern das schicklichste aussuchen. Unter mehrern, die man sonst wohl gebrauchen könnte, muß dasjenige gewählt werden, welches am wenigsten erhaben, oder vertieft ist, also unter diesen mehrern die längste Brennweite hat.

158. §.

101 Fig. Wenn das Auge einen Gegenstand betrachtet, der unter dem scheinbaren Halbmesser η von wenigen Graden gesehen wird, so ist der damit zusammengehörige Halbmesser des Bildes $pq = \frac{2}{3} Op \cdot \text{tang}\,\eta$. (151. §.) Man setze $Op = a$, $pq = q$, und schreibe μ statt $\frac{2}{3}$, weil diese Zahl nicht für alle Augen völlig

lig dieselbe ist. Ferner sey der Halbmesser der Oefnung des Sterns im Auge $= b$, und das Auge betrachte ein glänzendes kreisförmiges Object, dessen Glanz $= S$, und dessen Halbmesser $= p$ ist: so ist die Erleuchtung des deutlichen Bildes auf der Netzhaut $Y = \frac{Sp^2\ b^2}{q^2\ \delta^2} = \frac{S\,.\,b^2 \tang \eta^2}{q^2}$, (138. §.) und $q = \mu a \tang \eta$, also $Y = \frac{S\,.\,b^2}{\mu^2\ \alpha^2}$. Wenn also der scheinbare Halbmesser η wenige Grade beträgt, so hängt die Erleuchtung des Bildes auf der Netzhaut davon nicht ab. Schärfere Rechnungen ergeben, daß die Erleuchtung, welche auf den Mittelpunct des Bildes fällt, die centrale Erleuchtung des Bildes, auch alsdenn $= \frac{S\,.\,b^2}{\mu^2\ \alpha^2}$ gefunden werde, wenn gleich der scheinbare Halbmesser η mehrere Grade beträgt. Gegen den Umfang zu, nimmt alsdenn die Erleuchtung des Bildes etwas ab, wiewohl nur durch sehr wenig merkliche Stuffen. Uebrigens würde hiebey noch auf dasjenige Licht Rücksicht genommen werden müssen, was beym Durchgang durch die brechenden Flächen im Auge zurückgeworfen, oder beym Durchgang durch die Augenfeuchtigkeiten aufgehalten, und sonst zerstreuet wird.

159. §.

Man stelle sich vor, die leuchtende vom Auge betrachtete Fläche sey in solche Elemente getheilt, welche dem Auge einerley Grösse zu haben scheinen, so hat jedes dieser Elemente sein Bild auf der Netzhaut, als ein Element des ganzen Bildes. Wenn

ferner, wie hier vorausgesetzt wird, das ganze Bild deutlich ist, so nimmt das Bild eines jeden Elements der leuchtenden Fläche seine eigene Stelle auf der Netzhaut ein, und die Elemente des Bildes, welche mit gleich groß scheinenden Elementen des Bildes zusammen gehören, sind gleich groß. Haben nun alle Elemente der gesehenen Fläche einerley Glanz, so empfangen alle Elemente des Bildes, wenigstens alsdenn, wenn das Object unter einem scheinbaren Durchmesser von wenigen Graden gesehen wird, eine gleiche Erleuchtung: also wird ohne Zweifel das Auge von dem Glanz aller Elemente der gesehenen Fläche auf einerley Art gerührt, und der Beobachter wird um deßwillen auch den Glanz aller Elemente der gesehenen Fläche gleich groß schätzen. Wenn eins von den Elementen der leuchtenden Fläche die damit zusammen gehörige Stelle der Netzhaut nochmahl so stark als ein andres erleuchtete, so würde wohl ohne Zweifel das erste Element nochmahl so stark glänzend als das andre scheinen. Diesemnach wird es verstattet seyn, anzunehmen:

Der scheinbare Glanz eines leuchtenden Elements sey der Erleuchtung des Bildes proportional, welches das von demselben ins Auge geschickte Licht auf der Netzhaut macht.

Ein leuchtendes Object, das in allen Elementen einerley wirklichen Glanz hat, und unter einem kleinen Sehewinkel ins Auge fällt, hat auch in allen Stellen einerley scheinbaren Glanz, wenn es deutlich gesehen wird, weil die Erleuchtung aller Stellen des Bildes auf der Netzhaut einerley ist. Wie nun eben

eben diese Erleuchtung vermöge der Formul $Y = \frac{S \cdot b^2}{\mu^2 \alpha^2}$ (156. §.) nur bey einerley Oefnung des Sterns im Auge dem wirklichen Glanz S des gesehenen Objects proportional ist; so kann man nicht schlechthin annehmen, daß der scheinbare Glanz ungleich stark glänzender Objecte sich wie ihr wirklicher Glanz verhalte, sondern nur alsdenn, wenn beyde zugleich gesehen werden, und die Oefnung des Sterns im Auge für beyde einerley ist.

Weil nemlich der Stern im Auge beym stärkern Licht enger, und beym schwächern Licht grösser wird, so ist das Verhältniß des scheinbaren Glanzes ungleich stark glänzender Gegenstände zusammengesetzt aus den Verhältnissen ihres wirklichen Glanzes und der Quadrate der Halbmesser der Oefnungen des Sterns im Auge. Um also die Vergleichung für jeden Fall richtig anzustellen, müste noch bekannt seyn, wie die Oefnung des Sterns von der ins Auge fallenden Lichtmenge abhänge? Allein auf diese Frage ist schwerlich eine völlig zutreffende Antwort zu hoffen, weil es bisher von den geschicktesten Zergliederern noch nicht hat ausfündig gemacht werden können, was es mit dieser bewundernswürdigen Eigenschaft des Regenbogens im Auge eigentlich für eine Bewandniß habe. Desto schätzbarer sind die Versuche und andre Untersuchungen, welche Herr Lambert darüber angestellet, und in der Photometrie Parte IV. Cap. II. mitgetheilet hat.

160. §.

Die Aenderung der Oefnung des Sterns im Auge hängt nicht von demjenigen Licht ab, was auf den Regenbogen fällt, sondern vielmehr von demjenigen, was durch den Stern ins Auge hinein und auf die Netzhaut fällt. Herr Lambert ließ das Licht von der Flammen einer angezündeten Kerze durch eine um ihre dreyfache Brennweite davon entfernte Glaslinse in sein Auge fallen, und stellt seitswärts einen Spiegel, worin er deutlich wahrnehmen konnte, ob das Bild der Flamme nur auf den Regenbogen oder auf den Stern im Auge fiel. Im ersten Fall bemerkte er keinen Unterscheid in der Oefnung der Sterne beyder Augen: sobald aber nur der geringste Theil des Bildes der Lichtflamme auf den Stern fiel, welches er durch eine geringe Bewegung des Haupts zuwege bringen konnte, sobald nahm er auch eine fast augenblickliche Zusammenziehung des Sterns wahr, und derselbe ward fast dreymahl kleiner, wenn das Bild der Flamme ganz auf den Stern fiel. Die eigentliche Ursache der Zusammenziehungen und Erweiterungen des Sterns muß also in den zarten Fibern der Netzhaut selbst zu suchen seyn, und von der Grösse der darauf fallenden Erleuchtung abhängen. Bey sehr starker Erleuchtung vom Sonnenlicht geht die Zusammenziehung so weit, daß fast nur ein Punct übrig bleibt; in völliger Finsterniß aber wird die Oefnung so groß, daß sie fast die ganze Fläche des Regenbogens einnimmt. H. Lambert hat den Durchmesser des Regenbogens 4,7 Pariser Linien groß gefunden, und bey mittelmäßiger Erleuchtung

fällt

fällt der Durchmesser der Oefnung des Sterns im Auge zwischen 2 und 3 Linien. (Lamberti Photomet. §. 853.)

Wofern übrigens jede Faser der Netzhaut für sich das ihrige zur Zusammenziehung des Sterns beyträgt, so muß die Zusammenziehung desto stärker seyn, je mehr Fäserchen von dem einfallenden Licht gerührt werden, mithin desto stärker, je gröſſer der Raum ist, den das Bild auf der Netzhaut einnimmt. Die Gröſſe der Oefnung des Sterns könnte also wohl beydes zugleich von der Erleuchtung des Bildes auf der Netzhaut, und von der Gröſſe dieses Bildes abhängen.

161. §.

Bey gleicher scheinbaren Gröſſe und gleichem Glanz zweyer leuchtenden Gegenstände ist auch ihr scheinbarer Glanz einerley. Bey sonst gleichem Glanz aber ungleicher scheinbaren Gröſſe der leuchtenden Gegenstände könnte vielleicht wegen der ungleichen Gröſſe des Bildes auf der Netzhaut die Oefnung des Sterns, und eben darum auch der scheinbare Glanz verschieden ausfallen.

Umgekehrt: Wenn zwey leuchtende Flächen, die man beyde zugleich mit einem Blick übersehen kann, bey gleicher scheinbaren Gröſſe gleich stark glänzend scheinen; so haben sie wirklich einen gleichen Glanz. Die Oefnung des Sterns im Auge ist alsdenn gewiß für beyde einerley; Die gleiche scheinbare Gröſſe wird wegen der am Ende des vor. §. beygefügten Anmerkung

kung ebenfalls vorausgesetzt, damit die Empfindung der einen Fläche sich durch keinen Umstand von der Empfindung der andern Fläche unterscheide, und das Auge von beyden völlig auf einerley Art gerührt werde. Wenn bey diesen Voraussetzungen der wirkliche Glanz der Flächen verschieden wäre, so hätten sie nicht einerley scheinbaren Glanz.

162. §.

Wofern das im 13. §. angenommene Gesetz seine Richtigkeit hat, so muß bey gleicher scheinbaren Grösse für sich gleich stark glänzender ebener Flächen ihr scheinbarer Glanz einerley seyn, was auch die Ebenen selbst an sich für eine Grösse haben, die gar sehr verschieden seyn kann, nachdem ihre Lage gegen die vom Auge darauf fallenden Gesichtslinien verschieden ist. Beyspiele giebt davon die Sonnenscheibe, welche in allen Stellen (die Sonnenflecken jetzt beyseite gesetzt) einerley scheinbaren Glanz hat, wenn gleich ein Paar gleich groß scheinende Elemente, davon eins der Mitte, und das andre dem Rande näher liegt, für sich von ganz verschiedener Grösse sind.

Man kann sich nemlich den ganzen optischen Lichtkegel vermittelst dessen die Sonne gesehen wird, in eine so grosse Anzahl gleichgrosser Lichtkegel oder Lichtpyramiden eingetheilt vorstellen, daß die zwischen den Gränzen eines jeden dieser Lichtkegel liegenden Stücke der Sonnenfläche zwar sehr klein ausfallen, dabey aber eine gleiche scheinbare Grösse behalten. Wegen der sehr grossen Entfernung der Sonne fallen diese kleinen Lichtpyramiden sehr nahe

prisma-

prismatisch aus, die Elemente der Sonnenfläche, die man als ihre Grundflächen ansehen kann, sind gegen die Seitenlinien dieser Lichtprismen unter einem desto kleinern Winkel geneigt, je näher sie dem Sonnenrande liegen, und nur das mittelste Element der Sonnenfläche schneidet die Seitenlinien, des damit zusammengehörigen Lichtprismen senkrecht. Eben darum ist ein solches Element desto grösser, je näher es dem Rande der scheinbaren Sonnenscheibe liegt. (305. §. Geom.)

Wäre nun die von jedem solchen Element nach jeder Richtung ausgehende Lichtmenge nur der Grösse des Elements und nicht zugleich dem 13. §. gemäß dem Sinus des Ausflußwinkels proportional; so würde auf gleiche Stellen des Sonnenbildes im Auge desto mehr Licht fallen, je näher sie beym äussern Umkreise des Bildes befindlich wären: diese Stellen würden also stärker als andre gegen die Mitte des Bildes zu erleuchtet seyn, und die Erleuchtung würde von der Mitte nach den Umfang des Bildes zu sehr stark zunehmen. Diesemnach müste die mittelste Stelle der Sonnenscheibe den schwächsten Glanz die übrigen aber von der Mitte gegen den Umfang zu immer stärkern Glanz zu haben scheinen.

163. §.

Die Sonne, wenn man sie durch zarte Wolken niedrig am Horizont durch die daselbst befindlichen Dünste, oder auch durch ein über einer Lampe schwarz angelaufenes Glas betrachtet, scheint überall einerley Glanz zu haben, und keinesweges gegen den Rand zu stärker glänzend, als in der Mitte. Herr

Bouguer hat schon bemerkt, daß die nach allen Seiten von einerley glänzenden Element der Sonnenfläche ausfliessende Lichtmenge dem Sinus des Ausflußwinkels proportional abnehmen müsse, wofern es anders seine Richtigkeit habe, daß der scheinbare Glanz der Sonnenscheibe wirklich in allen Stellen einerley sey. Weil er aber das letzte nicht für ganz ausgemacht hielte, auch überdem gefunden zu haben glaubte, daß das Sonnenbild im Brennraum linsenförmiger Gläser gegen den Umfang zu weniger als in der Mitte erleuchtet sey; so glaubte er, das Licht leide wegen der Schiefe des Ausflußwinkels eine nach stärkere Verminderung, als im Verhältniß vom Sinus dieses Winkels. (Traité d' Optique sur la gradation de la lumiere Paris 1760 Liv. I. Sect. II. Art. XII. pag. 90 sqq.) Dagegen hat Herr **Lambert** in seiner schon mehrmahls angeführten **Photometrie** bey allen theoretischen Untersuchungen die Verminderung des Lichts wegen der Schiefe des Ausflußwinkels dem Sinus desselben proportional vorausgesetzt, und die Richtigkeit dieses Gesetzes hat sich dadurch zur Genüge bestättiget, daß die daraus fliessenden Folgen mit demjenigen, was die Erfahrung lehrt, sehr wohl übereinstimmen.

Der X. Abſchnitt.

Vom entlehnten Glanz unpolirter anderswoher erleuchteter Flächen.

164. §.

Wenn man einen für ſich dunklen und für unſre Empfindung völlig undurchſichtigen Körper in ganz dünne Blättchen zerſchneidet, ſo werden dieſe durchſichtig, und laſſen wenigſtens einiges Licht durch: deßwegen iſt man berechtiget, alle für ſich nicht leuchtende Maſſen als durchſichtige anzunehmen, nur daß die Durchſichtigkeit bey einer gewiſſen Dicke der Maaſſe aufhöret. Selbſt das Glas und andre durchſichtige Maſſen ſind hievon nicht ausgenommen. Denn je dicker ein Stück Glas iſt, deſto weniger Licht läßt es durch, und es giebt eine gewiſſe Dicke, wobey die Durchſichtigkeit des Glaſes entweder wirklich aufhört, oder doch wenigſtens für unſer Geſicht nicht mehr bemerklich iſt. Die Maſſe ABCD ſey alſo zwar undurchſichtig, jedoch nur in ſo weit, daß wenn von derſelben die Scheibe A*aḃ*B abgeſchnitten würde, dieſe ſchon anfienge, etwas von dem auffallenden Licht durchzulaſſen: ſo erhellet, daß auch alsdenn das auffallende Licht eben ſo tief in die Maſſe ABCD eindringen werde, wenn gleich dieſe Scheibe A*ab*B mit der übrigen Maſſe verbunden bleibt. Es wird aber nicht alles Licht in die Maſſe hineindringen, ſondern ein Theil deſſelben wird von der äuſſern Fläche AB, wofern ſie einige Politur hat, unter einerley Winkel zurück geworfen, 102 Fig.

auch

auch ausserdem noch ein Theil nach allen Seiten zerstreuet werden. Jenes nach dem Gesetz des 34. §. zurückstrahlende Licht kann Kürze halber das optische, der übrige Theil das zerstreuete Licht heissen. Weil ferner das ganze Stück *AabB* der Masse wenigstens einige Durchsichtigkeit hat, und auf alle Theilchen der Masse bis an *ab* etwas von dem eindringenden Licht fällt, welches sie nach allen Seiten zerstreuen; so geht hinwiederum von diesem zerstreueten Licht ein Theil zur Fläche AB heraus, und macht die innern Theilchen der Masse bis an *ab* sichtbar. Hätte es nun mit diesen Theilchen der Masse eine solche Bewandniß, daß sie insgesammt einerley einfaches gleichartiges Licht zurück schickten, wie etwa das rothe oder blaue Licht, so würde die Masse roth oder blau aussehen. Dies wäre also das **gefärbte, oder die Erscheinung der Farbe der Masse verursachende Licht:** das übrige in die Masse, soweit sie einige Durchsichtigkeit hat, hineinfallende Licht, was nicht mit dem gefärbten wieder durch die äussere Fläche zurück geht, muß man als verlohren oder von der Masse gleichsam verschluckt betrachten.

Die Erfahrung lehrt schon beym Glase, daß es mit den Farben der Körper wohl eine solche Bewandniß haben könnte, weil ein Stück sonst klares sehr durchsichtiges Glas eine desto mehr ins grüne oder blaue fallende Farbe zeigt, je dicker es ist. Jede Glastafel von dem schönsten weissen Glase hat, wie sehr bekannt ist, einen blauen oder ins Grüne spielenden Rand, und diese Farbe kann demjenigen Licht nicht allein zugeschrieben werden, welches die

äussere

äussere Fläche des Randes nach allen Seiten zerstreuet: man hat dagegen weit mehr Grund anzunehmen, daß sie von den innern durchscheinenden Theilen des Glases herrühre.

165. §.

Eine dunkle für sich nicht leuchtende Masse nimmt die Natur einer für sich leuchtenden Masse an, wenn sie von fremden Licht erleuchtet wird: (16. §.) man muß aber den Glanz, oder die Klarheit, welche ihr das spiegelartig zurück geworfene Licht giebt, von derjenigen Klarheit unterscheiden, welche das gefärbte und zerstreuete Licht zuwege bringt, indem es von jedem Element der erleuchteten Fläche eben so nach allen Seiten umher strahlet, wie es von jedem Element einer für sich leuchtenden Fläche sich nach allen Seiten ausbreiten würde. Das catoptrische Licht nimmt nur eine bestimmte Richtung, und es kommt auf die Stelle des Auges an, ob es mit dem gefärbten und sonst nach allen Seiten umher strahlenden Licht zugleich den vom catoptrischen Licht zuwege gebrachten Glanz der erleuchteten Fläche siehet, oder nur diejenige Klarheit, welche ihr das überall umherstrahlende Licht giebt. Je weniger die äussere Fläche polirt ist, desto geringer ist die Menge des spiegelartig zurück geworfenen Lichts, und die Menge des nach allen Seiten umher strahlenden desto grösser. Eine Fläche, die gar keine Politur hat, wirft gar kein Licht spiegelartig zurück, ein Theil dessen, was in die Masse hineindringt, muß als verlohren betrachtet werden, und das übrige strahlt nach allen Seiten umher. Das spiegelartig zurück geworfene Licht wird gänzlich ausgeschlossen, wenn von der

Klarheit erleuchteter Flächen in dem Verſtande die Rede iſt, wie dies Wort oben im 16. §. iſt erkläret worden, und wenn hier von unpolirten Flächen die Rede iſt, ſo werden ſolche verſtanden, die gar keine Politur haben.

166. §.

Hiebey kommen zuerſt vorzüglich diejenigen für ſich dunklen Körper in Erwägung, welchen wir die weiſſe Farbe zuſchreiben. Das Sonnenlicht iſt bey reiner Luft weiß, es iſt aus ungleichartigem einfachern Licht, das einzeln die Empfindung der übrigen Farben verurſacht, zuſammengeſetzt, und die weiſſe Farbe iſt eine Vermiſchung aller Grundfarben im gehörigen Verhältniß. Ein dunkler Körper iſt alſo weiß, wenn er die auf ihn fallenden Strahlen von allen Grundfarben in dem rechten Verhältniß nach allen Seiten wieder ausſendet. Selbſt die Weiſſe des Lichts erfodert das rechte Verhältniß der Miſchung der einfachen für ſich gleichartigen Strahlen aller Grundfarben: alſo kann weiſſes Licht auf den Körper fallen, und der letztere kann doch eine andre Farbe zeigen, wenn er Strahlen der einen Grundfarbe vorzüglich, die übrigen gar nicht, oder in zu geringer Menge nach allen Seiten ausſendet. Ein Körper, der in jedem Fall alles auf ihn fallende Licht nach allen Seiten wieder umherſtrahlet, wird alſo vollkommen weiß ausſehen, wenn vollkommen weiſſes Licht auf ihn fällt. Wird er dagegen nur vom rothen, grünen, blauen, oder ſonſt einer andern Art des einfachen Lichts erleuchtet, ſo wird er ſelbſt mit dem auffallenden Licht einerley Farbe haben, denn er ſendet alles auffallende Licht nach allen Seiten zurück.

zurück. Unvollkommen weiſſe Körper können diejenigen heiſſen, die nicht alles auffallende Licht nach allen Seiten zurück ſenden: ſo wie die gefärbten Körper nur Strahlen einer oder einiger Grundfarben vorzüglich, von dem übrigen auffallenden Licht entweder gar nichts, oder eine geringere Menge, als auffiel, nach allen Seiten umher wieder ausbreiten.

167. §.

Auf das Element $Ll = \omega^2$ einer für ſich dunklen Ebene falle die Lichtmenge $= L$, und die nach allen Seiten umher wieder zurückſtrahlende Lichtmenge ſey $= n \cdot L$, die Klarheit des Elements $= \Sigma$, ſo iſt $\Sigma = \frac{n \cdot L}{Ll}$ (18. §.) $= \frac{n \cdot L}{\omega^2}$, und das Σ hat hier eine völlig ähnliche Bedeutung mit derjenigen, die das S im 18. §. hatte. Eine Fläche, die den Quadrat-Inhalt $= 1^2$ hätte, in allen ihren Elementen eben ſo ſtark als Ll erleuchtet wäre, und von jedem Element einen Theil des empfangenen Lichts zurückſtrahlte, der ſich zur Menge des auffallenden, wie $n : 1$ verhielte, würde nach allen Seiten die Lichtmenge $\frac{n \cdot L}{Ll} = \Sigma$ umher ſtrahlen. Ferner ſey die Erleuchtung, welche auf Ll fällt, $= I$, ſo iſt $\frac{L}{Ll} = I$, und man erhält $\Sigma = n \cdot I$. Wenn eine weiſſe Fläche, wie ein Stück vom feinen weiſſen Papier, eine gläſerne oder metallene mattgeſchliffene Tafel, in allen ihren Elementen von völlig einerley phyſiſchen Beſchaffenheit iſt; ſo hat man keinen Grund, der auf die Vermuthung führte, daß die Zahl n nicht für

48 Fig.

alle Elemente einer ſolchen Fläche einerley ſeyn mögte. Wenn demnach eine ſolche Fläche gleichförmig erleuchtet, alſo I für alle ihre Elemente einerley iſt, ſo iſt auch n für ſie alle einerley, und die gleichförmig erleuchtete Fläche hat eine gleichförmige Klarheit, oder einen gleichförmigen entlehnten Glanz.

168. §.

Wofern man vorausſetzen kann, daß bey einerley phyſiſchen Beſchaffenheit der erleuchteten Fläche, alſo auch für ein und eben daſſelbe erleuchtete Element, die Zahl n einerley bleibe, wenn gleich die Erleuchtung I gröſſer, oder kleiner würde; ſo iſt die Klarheit einer erleuchteten Fläche der darauf fallenden Erleuchtung proportional. Daß ein ſolches Element bey einerley phyſiſchen Beſchaffenheit 2mahl, 3mahl, und überhaupt m mahl mehr Licht nach allen Seiten wieder umher ſtrahle, wenn es 2mahl, 3mahl, und überhaupt m mahl mehr Licht empfängt, iſt die einfachſte Vorausſetzung, die man vorziehen muß, ſo lange keine überwiegende Gründe vorhanden ſind, eine andre Vorausſetzung anzunehmen. Für Flächen von verſchiedener phyſiſchen Beſchaffenheit iſt die Zahl n ebenfalls verſchieden. Uebrigens aber muß hiemit die im 15. §. vorläufig ſchon vorgetragene Vorausſetzung verbunden werden:

Das von jedem erleuchteten Element einer unpolirten Fläche zurück gehende Licht breite ſich in gradlinichten phyſiſchen Strahlen nach allen Seiten eben ſo aus, wie es ſich den im 13ten und 14ten §. feſtgeſetzten Geſetzen gemäß von jedem

Ele-

Element einer für sich glänzenden Fläche nach allen Seiten ausbreitet.

Regelmäßig angestellte Versuche müssen übrigens entscheiden, ob und wieweit dies alles der Natur gemäß sey.

Das nach diesen Gesetzen von einer unpolirten und anderswoher erleuchteten Fläche nach allen Seiten wieder umherstrahlende Licht erleuchtet, wenn es auf eine andre dunkle Fläche fällt, diese nach eben den Gesetzen, wie eine mit eigenem Licht glänzende Fläche sie erleuchten würde. Demnach wird die Erleuchtung, welche die mit entlehnten Glanz leuchtende Fläche auf eine andre Fläche wirft, vermittelst der im 19ten und den folgenden §§. erwiesenen Grundformuln gefunden, wenn statt des eigenen Glanzes S der entlehnte Glanz $\Sigma = \varkappa . I$ (165. §.) in der Rechnung gebraucht wird.

169. §.

Erleuchtung und Klarheit sind Wörter, die solche Begriffe bezeichnen, welche als Ursache und Wirkung verschieden sind. (15. §.) Das Maaß der Erleuchtung ist die Lichtmenge, welche eine Fläche von bestimmter Grösse anderswoher so empfängt, daß sie über derselben gleichförmig vertheilt ist: das Maaß der Klarheit oder Helligkeit aber ist diejenige Lichtmenge, welche sie nach allen Seiten wieder umher strahlet. Weil jedoch die Klarheit einer und eben derselben erleuchteten Fläche, oder sonst völlig gleichartiger Flächen, der darauf fallenden Erleuchtung proportional ist, (166. §.) so kann man die Wörter: Erleuchtung, Klarheit, als gleichgül-

tige gebrauchen, wenn es nur darauf ankommt, die Klarheit eines und eben deſſelben Elements, oder zweyer Elemente von einerley Art, bey verſchiedenen Erleuchtungen zu vergleichen. Wie nun bey für ſich leuchtenden Flächen ihr wirklicher Glanz von dem geſehenen oder ſcheinbaren Glanz unterſchieden werden muß, (157. §.) ſo iſt auch die wahre oder wirkliche Klarheit erleuchteter Flächen mit ihrer geſehenen oder ſcheinbaren Klarheit nicht ſchlechthin für einerley anzunehmen. Wenn Σ die wahre Klarheit bezeichnet, ſo iſt die geſehene Klarheit dem Ausdruck $\frac{\Sigma . b^2}{\mu^2 a^2}$ proportional, (157. §.) und ſie hängt mit ab von der jedesmahligen Gröſſe der Oefnung des Sterns im Auge.

170. §.

Für eine vollkommen weiſſe Fläche (164. §.) wäre $n = 1$, und $\Sigma = \frac{L}{\omega^2} = 1$; (165. §.) für unvollkommen weiſſe Flächen aber iſt $n < 1$, und ſolche Flächen ſind gleich weiß, wenn für beyde der zurückſtrahlende Theil des Lichts gegen die Menge des auffallenden einerley Verhältniß hat, alſo die Zahl n für beyde einerley iſt, die im folgenden das Maaß der Weiſſe der Fläche abgeben kann. Wenn demnach auf gleich weiſſe Flächen eine gleiche gleichförmige Erleuchtung fällt, ſo haben ſie gleiche wirkliche Klarheit.

Gleich weiſſe und gleich ſtark erleuchtete Flächen von völlig einerley phyſiſchen Beſchaffenheit, die ein Zuſchauer beyde neben einander unter einerley ſcheinbaren

baren Gröſſe mit einem Blick überſehen kann, haben auch für dieſen Zuſchauer eine gleiche ſcheinbare Klarheit. (Man vergleiche den 159. §.)

Sind eben ſolche Flächen ungleich ſtark erleuchtet, ſo iſt ihre wahre Klarheit ungleich groß, und ſie ſcheinen dem Zuſchauer auch ungleich klar, wenn anders die Ungleichheit der Erleuchtung und wahren Klarheit nicht etwa ſehr geringe iſt.

Wenn alſo ein Paar neben einander befindliche gleich groſſe Flächen von der vorausgeſetzten Beſchaffenheit einem Zuſchauer, der ſie beyde zugleich mit einem Blick überſiehet, gleich klar zu ſeyn ſcheinen, ſo ſind ſie wirklich gleich helle, und die auf beyde fallenden Erleuchtungen ſind gleich groß.

Die Einſchränkung, die dieſer Satz eben um deßwillen leidet, weil bey dem vorhergehenden eine Einſchränkung nöthig war, wird einem jeden von ſelbſt beyfallen. So wenig aber die kleinen unvermeidlichen Fehler bey Schätzung der Gleichheit grader Linien die Geometrie ſelbſt und ihre Gründe unſicher machen; ſo wenig machen die nicht ganz zu vermeidenden kleinen Fehler bey Schätzung deſſen, ob ein Paar Flächen gleich klar oder hell ſind, die Photometrie und ihre Gründe unſicher.

171. §.

Wenn auf eine vollkommen weiſſe Fläche die abſolute Erleuchtung von einer andern weiſſen Fläche fällt, deren Glanz $= S$ iſt, ſo hat man $I = S$, und die Klarheit der vollkommen weiſſen Fläche $\Sigma = S$. (170. §.) Dieſe iſt demnach dem Glanz der Fläche gleich, die ihr das Licht zuſchickt. Es

103 Fig. sey AB eine nach allen Seiten ins unendliche ausgedehnte in allen Elementen gleich ſtark glänzende Ebene, und eine andre für ſich dunkle Ebene DE von welcher Gröſſe man will ſey mit jener parallel: ſo empfängt jedes Element M oder N der letztern von der erſten die abſolute Erleuchtung, und DE hat durchgängig eine Klarheit, die eben ſo groß als der Glanz der Ebene AB iſt. Wenn demnach FG ein gegebener Theil der leuchtenden Fläche AB iſt, ſo wirft derſelbe auf jedes Element M oder N der Fläche DE ſoviel Licht, als eben dies Element nach FG wieder zurück ſendet; (25. §.) weil es ſo viel iſt, als wenn beyde Flächen einerley Glanz hätten. Wenn demnach MN ein gegebener Theil der erleuchteten Fläche DE iſt, ſo wirft MN ſoviel Licht nach FG zurück, als MN von FG empfangen hat: mithin wirft auch DE ſelbſt ſoviel Licht nach FG zurück, als FG dahin geſchickt hatte.

Alle dieſe Schlüſſe finden ihre Anwendung, die Fläche AB mag weiſſes oder gefärbtes Licht auf DE werfen, wenn nur DE vollkommen weiß iſt. Allemahl wird DE die Farbe desjenigen Lichts zu haben ſcheinen, das AB nach DE ſchickt, und DE wird mit AB einerley Klarheit haben: die rothe, grüne, blaue Farbe u. ſ. w. der erleuchteten Fläche DE wird mit der Farbe gleicher Art, welche die leuchtende Fläche AB hat, gleich lebhaft ſeyn.

Wenn dagegen die Ebene DE nicht vollkommen weiß iſt, alſo einen Theil des auffallenden Lichts gar nicht wieder zurück ſchickt; ſo könnte doch das zurück gehende Licht noch weiſſes Licht ſeyn, wenn nemlich das auffallende Licht weiß wäre, und von allen Arten des einfachen gefärbten Lichts proportionale Theile ver-

verlohren giengen. Doch wäre alsdenn die Weisse der Fläche DE nicht so glänzend, als die Weisse der Fläche AB. Wäre DE gar nicht weiß, sondern gefärbt, als roth, grün, blau, gelb, wie man will; so wäre noch eine Ursache der mindern Klarheit diese, weil nur die Strahlen von eben der Farbe entweder allein, oder doch vorzüglich von allen Elementen der Ebene DE wieder ausgehen würden, die übrigen aber als verlohren zu betrachten wären.

172. §.

Ausser den Grundfarben giebt es unzählig viele verschiedene Zwischenfarben, die insgesammt aus den Grundfarben durch ihre mancherley Vermischung entstehen. Ein Körper, der eine solche etwa aus dem rothen und gelben vermischte Farbe hat, strahlt nur das rothe und gelbe Licht entweder allein, oder doch vorzüglicher als das übrige nach allen Seiten wieder umher. Dabey dürfte denn wohl die folgende Voraussetzung wenigstens bis zur weitern Prüfung gelten können:

Bey einerley physischen Beschaffenheit des erleuchteten Körpers behalte die Menge der zurück gesandten Strahlen einer jeden Farbe zur Menge der einfallenden einerley Verhältniß. Fallen doppelt soviele rothe oder gelbe Strahlen auf, so strahlt auch doppelt soviel rothes oder gelbes Licht nach allen Seiten wieder umher. Diesemnach lassen sich die verschiedenen Grade des Rothen, Grünen, u. s. f. auf ähnliche Art, wie die verschiedenen Grade der Weisse in Rechnung bringen. Ein Körper ist vollkommen roth, wenn

er alles auffallende rothe Licht nach allen Seiten wieder umher ſtrahlet, im Gegentheil aber unvollkommen roth. Wenn ſich alſo die Menge des nach allen Seiten zurückgeſchickten rothen Lichts zur Menge des auffallenden, wie $q : 1$ verhält; ſo iſt bey unvollkommen rothen Körpern $q < 1$, bey vollkommen rothen Körpern aber $q = 1$. Auf andre Grundfarben macht man die Anwendung eben ſo. Weil man übrigens verſchiedene Grundfarben als ungleichartige anſehen muß, ſo laſſen ſich auch verſchiedene Grundfarben ihren Graden nach nicht mit einander vergleichen, wohl aber Grundfarben, die für ſich einerley ſind, und dabey nur einen verſchiedenen Grad der Lebhaftigkeit haben. Auch ſelbſt die Lebhaftigkeit einer vermiſchten Farbe läßt ſich mit der Lebhaftigkeit einer andern vermiſchten Farbe von eben der Art vergleichen: denn vermiſchte Farben ſind als gleichartige zu betrachten, wenn ſie aus einerley ungleichartigem Licht von verſchiedener Grundfarbe in einerley Verhältniß zuſammengeſetzt ſind. Wird die Menge des ſo vermiſchten Lichts verändert, jedoch ſo, daß das Verhältniß der Strahlen, die zu verſchiedenen Grundfarben gehören, einerley bleibt, ſo wird zwar der Grad der Lebhaftigkeit, aber nicht die Art der Farbe verändert.

173. §.

Weil ein geübtes Auge es bis auf eine ſehr geringe Abweichung richtig ſchätzt, wenn ein Paar neben einander befindliche gleich weiſſe Flächen, die es beyde zugleich überſiehet, gleich helle, mithin auch gleich ſtark erleuchtet ſind; (170. §.) ſo kann man im finſtern Zimmer auf mehr als eine Art Verſuche

ſuche anſtellen, welche zur Beſtättigung der übrigen photometriſchen Grundſätze dienen. Man muß ſich in ſolcher Abſicht mit einigen Kerzen ſoviel möglich von einerley Art und Gröſſe, am beſten iſt es, mit Wachskerzen verſehen, damit ihre Flammen, wenn ſie nach der Anzündung ruhig brennen, wenigſtens beynahe eine gleiche Gröſſe und gleichen Glanz haben. Von der gleichen Gröſſe der Flammen kann man ſich ziemlich durch den Augenſchein verſichern, wenn man ein Paar ſolcher Kerzen neben einander ſtellt. Wenn man ferner durch gehörig geſtellte Schirme es dahin bringt, daß auf einer jeden von zweyen weiſſen Flächen nur Licht von der einen Kerze, am beſten völlig oder beynahe ſenkrecht, oder wenigſtens unter einerley Einfallswinkel auffällt; ſo iſt man vom gleichen Glanz der Flammen verſichert, wenn bey gleicher Entfernung der Flammen die Flächen gleich helle ſcheinen. Hiernächſt kann man zwey, drey oder mehr ſo ausgeſuchte Kerzen ganz nahe bey einander ſtellen, damit man ihre Flammen als eine einzige aus allen zuſammen geſetzte Flamme betrachten kann. Wenn eine ſolche Flamme deren Gröſſe $= E^3$ und Glanz $= S$ iſt, eine weiſſe Ebene in der Entfernung D unter dem Einfallswinkel φ erleuchtet; ſo iſt die Erleuchtung $= \frac{E^3 S \sin \varphi}{4 \pi D^2}$. Wenn ferner eine andre Flamme von eben dem Glanz, deren Gröſſe $= e^3$ iſt, eine andre neben der vorigen befindliche Ebene in der Entfernung δ unter dem Einfallswinkel ψ erleuchtet, ſo iſt ihre Erleuchtung $= \frac{e^3 S \sin \psi}{4 \pi \delta^2}$.

(11. §.)

(11. §.) Durch Aenderung des Einfallswinkels, oder der Entfernung kann man eine von beyden Erleuchtungen so lange vermehren, oder vermindern, bis beyde Erleuchtungen gleich werden, und beyde Flächen gleich helle scheinen. Alsdenn ist $\frac{E^3 \sin \varphi}{D^2} = \frac{e^3 \sin \psi}{\delta^2}$, also

1.) Bey gleichem Einfallswinkel $E^3 : e^3 = D^2 : \delta^2$. Wenn beym Einfallswinkel φ und der Entfernung D die Anzahl der Kerzen $= m$, für den Einfallswinkel ψ und die Entfernung δ aber $= n$ ist, so hat man $m : n = E^3 : e^3 = D^2 : \delta^2$.

2.) Bey gleicher Grösse der Flammen ist $\sin \varphi : \sin \psi = D^2 : \delta^2$, und

3.) Bey gleichen Entfernungen $E^3 \sin \varphi = e^3 \sin \psi$, also $E^3 : e^3$ oder $m : n = \sin \psi : \sin \varphi$.

Herr **Lambert** hat alle diese Versuche angestellt, und die Erfolge so wie sie die Rechnung giebt, der Erfahrung gemäß befunden. (Photomet. §. 58 – 63.)

174. §.

104 Fig. Man setze zwey ebene gleichartige und gleich grosse Flächen, die am bequemsten die Gestalt eines Rechteckes haben können, unter einem Winkel BAC von willkührlicher Grösse zusammen; wähle aber solche, die entweder von gleich weisser Farbe, oder doch mit einerley Malerfarbe gleichförmig und so bestrichen sind, daß sie keinen spiegelartigen Glanz haben.

haben. In L ſtelle man eine Kerze in gleicher und ſo weiter Entfernung von beyden Flächen, daß die Abmeſſungen beyder Ebenen AB, AC, in Vergleichung mit der Entfernung LF ſehr klein ſind: alsdenn werden dieſe Ebenen von der Kerze beynahe gleichförmig erleuchtet. In noch gröſſerer Entfernung von den Ebenen AB, AC, ſtelle man eine Glaslinſe HI ſo, daß das von dieſen Ebenen AB, AC, zurückgehende Licht auf die Glaslinſe fallen kann, verhindre aber mit einem undurchſichtigen Schirm, daß die Kerze grade zu Licht auf die Linſe werfe. Die Bilder *ab*, *ac*, der Flächen AB, AC, fange man mit der weiſſen Ebene MN auf: ſo wird man beyde allemahl gleich helle finden, wenn man gleich die Winkel GAB, GAC, ändert. Die Entfernung der Linſe von den Ebenen AB, AC, muß um deßwillen etwas groß ſeyn in Vergleichung mit den Abmeſſungen dieſer Ebenen, damit das von ihnen auf die Linſe fallende Licht beynahe unter einerley Winkel ausflieſſe.

Weil die Stellung willkührlich iſt, ſo ſey AG auf AB ſenkrecht, gegen AC aber unter einem ſpitzen Winkel von willkührlicher Gröſſe geneigt. Ferner ſtelle CD eine auf AG ſenkrechte Ebene vor, ſo wie *ab*, *ac*, die Flächen der Bilder vorſtellen. Alsdenn iſt $ab : AB = aG^2 : AG^2$, und $ac : CD = aG^2 : DG^2$; überdem iſt vermöge der Vorausſetzung DG ſehr nahe = AG, alſo $ab : AB = ac : CD$, oder $ab : ac = AB : CD$. Jeder von den Räumen, worin das von den beyden Ebenen AB, AC, auf die Linſe fallende Licht enthalten iſt, hat wegen der in Vergleichung mit den Abmeſſungen dieſer Ebenen

etwas

etwas groß angenommenen Entfernung AG, wenigſtens in der Nähe bey AB und AC, beynahe die Geſtalt eines Priſma; zu dem einen gehört AB, zu dem andern AC als Grundfläche, und CD iſt ein auf den Seitenlinien des letztern ſenkrechter Schnitt. Demnach iſt AC oder AB : CD = ſin. tot : cof. ACD (305. §. Geom.) oder = ſin. tot : ſin DAC, folglich auch *ab* : *ac* = ſin. tot : ſin DAC.

Beyde Bilder *ab*, *ac*, ſind wie der Erfolg lehrt, gleich helle, alſo gleich ſtark erleuchtet. (168. §.) Wenn demnach L und Λ die auf *ab* und *ac* fallenden Lichtmengen bezeichnen; ſo iſt L : Λ = *ab* : *cd*, folglich auch L : Λ = ſin. tot : ſin DAC. Dieſemnach beweiſet der Verſuch, daß die nach einerley Richtung ausflieſſende Lichtmenge dem Sinus des Ausflußwinkels auch alsdenn proportional ſey, wenn die leuchtende Fläche nicht mit eigenem ſondern mit entlehntem Licht glänzet. M. ſ. Hrn. Lamberts Photomet. Part. III. Cap. II. §. 700 — 702. pag. 323. 324.

175. §.

95 Fig. Die Erleuchtung des Bildes *qr* einer Glaslinſe BD, wenn ſie das Licht von einem kreisförmigen Object QR in einer etwas groſſen Entfernung AP = *δ*, wogegen wenigſtens PQ nur klein iſt, ſenkrecht auffängt, ſey = I, und die Vereinigungsweite hinter dem Glaſe K*p* = *α*, des Bildes Halbmeſſer *pq* = *q*, des Glaſes halbe Breite KD = *b*; ſo iſt $I = \frac{k S b^2}{\alpha^2}$, wenn das Verhältniß der auf das

Glas

Glasfallenden zur durchgehenden Lichtmenge = 1 : k angenommen wird. Die senkrechte Erleuchtung, welche das kreisförmige Object QR auf die Stelle des Bildes werfen würde, wenn man die Linse wegnähme sey = i, so ist $i = S \cdot \sin P'pQ^2$, und wegen der in Vergleichung mit PQ etwas grossen Entfernung AP ist beynahe $P'pQ = PKQ = pKq$, also $i = S \cdot \sin pKq^2 = \frac{S \cdot q^2}{\alpha^2 + q^2}$. Daraus folgt $\frac{I}{i} = \frac{k b^2 (\alpha^2 + q^2)}{\alpha^2 q^2}$, und durch Verminderung der Oeffnung des Glases, indem man mit dem Glase concentrische Ringe aus starken Papier oder dünner Pappe von verschiedener Breite in Bereitschaft hält, um das Glas damit zu bedecken, kann man es dahin bringen, daß $I = i$ werde, mithin ein Paar neben einander liegende Stellen einer weissen Fläche, wovon eine durchs Glas, die andre ohne Glas von demselben Object QR die Erleuchtung empfängt, gleich helle scheinen. Alsdenn ist $k b^2 (\alpha^2 + q^2) = \alpha^2 q^2$, und man erhält $k = \frac{\alpha^2 q^2}{b^2 (\alpha^2 + q^2)}$.

Dies wird ein Mittel die Zahl k für eine gegebene Glaslinse zu finden, um den Lichtverlust wegen der unvollkommenen Durchsichtigkeit des Glases mit in Rechnung zu bringen. Es kommt dabey, wie man leicht siehet, nicht allein auf die Art des Glases, sondern zugleich auf die Dicke der Glaslinse an, weil bey einerley Glasart und grösserer Dicke der Linse k kleiner ausfallen muß.

M. ſ. hievon H. Lamberts Photomet. Part. II. Cap. III. §. 517. pag. 244. ſqq. Er ſtellte den Verſuch mit einer Linſe aus mittelmäßig durchſichtigem Glaſe an, ihre Brennweite war 0,51 Fuß, ihre ganze Breite 0,191 Fuß, der Durchmeſſer ihrer Oefnung beym Verſuch 0,071 Fuß, alles Rheinl. Maaß. Ihre Dicke finde ich nicht angezeigt. Für dieſe Linſe wird k ohngefehr $\frac{5}{6}$ oder $\frac{5}{7}$ befunden.

176. §.

105 Fig. Eine kreisförmige Ebene AB, deren Weiſſe = A iſt, ſey ſogeſtellt, daß ſie von einer in L befindlichen Lichtflamme ſenkrecht erleuchtet wird, und eben die Flamme werfe zugleich ihr Licht ſenkrecht auf die Stelle Q einer andern Ebene DE, deren Weiſſe = a iſt. Die Entfernung LQ, wird in Vergleichung mit dem Halbmeſſer der Ebene AB ſehr groß angenommen. Ferner ſey PH die Axe einer Sammlungslinſe FG worauf AB das von L empfangene Licht wirft, und dieſe Sammlungslinſe ſey von DE ſoweit entfernt, daß in ab das deutliche Bild von AB fällt. Wenn alsdenn AB von L die Erleuchtung = I empfängt, ſo iſt die Klarheit dieſer Ebene $\Sigma = A \times I$, und die Erleuchtung, welche das Bild ab empfängt $= k\Sigma \operatorname{tang} HpF^2$ (139. §.) mithin die Klahrheit deſſelben $= ak\ A \cdot I \cdot \operatorname{tang} HpF^2$. Die bey Q auf DE ſenkrecht fallende von L. herkommende Erleuchtung ſey $= i$, alſo die Klahrheit dieſer Stelle $= a \times i$. Die Erleuchtung i iſt dem Quadrat der Entfernung LQ umgekehrt proportional, und wird bald ſehr merklich geändert, wenn man DE der Flamme L näher rückt, oder weiter davon entfernt: dagegen bleibt die Klahrheit des

Bildes

Bildes *ab*, wenn die Linſe FG gehörig mit verrückt wird, wenigſtens ſo lange ungeändert, als die Entfernung HP in Vergleichung mit PA = PB ziemlich groß bleibt. Demnach muß es möglich ſeyn durch Verſuche eine ſolche Entfernung LQ zu finden, wobey die Klarheit der Stelle Q der Klarheit des Bildes *ab* gleich wird. Alsdenn iſt ak A . I . tang $HpF^2 = a \times i$, und das giebt $A = \frac{i.}{k.I.\text{tg}\,HpF^2}$.

Statt $\frac{i}{I}$ hat man $\frac{LP^2}{LQ^2}$, alſo $A = \frac{LP^2}{k\,LQ^2\,\text{tg.}\,HpF^2}$, oder $A = \frac{LP^2 . Hp^2}{k.LQ^2.HF^2}$. Wenn demnach k dem 173. §. gemäß gefunden iſt, ſo läßt ſich auch die Weiſſe der Ebene AB vermittelſt eines Verſuchs finden.

Dabey iſt es am beſten, daß man ein ſoviel möglich helles Licht in L, auch eine ſolche Ebene DE wähle, die mit AB einerley Weiſſe hat. Das erſte iſt nöthig, um AB recht hell zu erleuchten, und eben darum muß LP auch nicht ſehr groß ſeyn: die auf AB fallende Erleuchtung bleibt hinlänglich gleichförmig, wenn die Winkel PLA, PLB nur nicht über 10 Grade groß ſind. M. ſ. H. Lamberts Photomet. Part. III. Cap. II. §. 747. ſqq.

177. §.

H. Lambert brauchte bey ſeinen Verſuchen eine Linſe, wofür er die Zahl $k = \frac{5}{6}$ gefunden hatte, und ihre eigentliche Brennweite war $6\frac{1}{3}$ Zoll, die halbe Oefnung HF = 0,93 Zoll. Für recht weiſſes und

ſtarkes Regalpapier, auch feines weiſſes Chartenpapier fand er $A = \frac{2}{5}$, ein Mittel aus mehrern Verſuchen genommen. Es fand ſich nur ein geringer Unterſcheid von dem Reſultat dieſer Verſuche, wenn das Regalpapier mit einer aus Cremſerweiß zubereiteten Malerfarbe ſo dick beſtrichen war, daß kein Licht mehr hindurch gehen konnte: denn das Mittel aus mehrern Verſuchen war für Cremſerweiß $A = 0{,}4230$, für Regalpapier $A = 0{,}4067$. Aehnliche Verſuche hat Hr. Lambert auch mit rothen, grünen, gelben aus Papier geſchnittenen Flächen angeſtellt, da dann das A die Lebhaftigkeit der Farbe bezeichnete. Die rothen Flächen waren mit Mennigfarbe beſtrichen, die gelben mit Kreuzbeerenſaft, zu den grünen aber war Grünſpan gebraucht: für die rothen ward $A = 0{,}2932$, für die gelben $A = 2620$, für die grünen $A = 0{,}1149$ gefunden, jedesmahl ein Mittel aus mehrern Verſuchen genommen.

Wenn für eine andre weiſſe Fläche σ, a, i, das ſind, was Σ, A, I, im vor. §. für die Fläche AB waren, ſo iſt auch $\sigma = a \times i$; wenn alſo beyde Flächen gleich hell ſind, ſo iſt $A \times I = a \times i$, und die Weiſſe der Flächen verhält ſich bey gleicher Klarheit, wie die darauf fallende Erleuchtung. Durch Veränderung der Entfernung der Flächen von dem leuchtenden Körper, auch durch Veränderung des Einfallswinkels, kann man es dahin bringen, daß $\Sigma = \sigma$ werde, und ſolcher Geſtalt die Weiſſe mehrerer Körper mit einander vergleichen. Verſuche lehren, daß eine mit weiſſem Kalk, oder Gyps belegte Mauer, recht weiſſes Papier, Cremſerweiß, an der Sonne weiß gebleichtes Lein, recht weiſſe Kreide, in Anſehung der Weiſſe ſehr wenig verſchieden ſind.

178. §.

178. §.

In der Gleichung $\Sigma = A \times I$, bezeichnet I dem 168. §. gemäß diejenige Erleuchtung, welche die unpolirte für ſich dunkle mit dem entlehnten Glanz Σ ſtrahlende Fläche anderswoher empfängt. Wenn eine in allen ihren Elementen mit dem eigenen Glanz S leuchtende Fläche jener andern die Erleuchtung I mittheilt, ſo iſt I ein Product des Glanzes S in einen andern Factor Y, der vermittelſt der allgemeinen photometriſchen Grundformuln gefunden werden kann. Demnach hat man zwiſchen Σ und S die Gleichung $\Sigma = S \cdot A \cdot Y$, die dazu dient, den Glanz der leuchtenden Fläche mit der Klarheit der erleuchteten zu vergleichen, und man erhält $\frac{S}{\Sigma} = \frac{I}{A \cdot Y}$.

Wenn S den Glanz der Sonne bezeichnet, und dieſe eine Fläche von der Art ſenkrecht erleuchtet, deren Weiſſe $= 0{,}423$ gefunden iſt, ihr ſcheinbarer Halbmeſſer aber $= 16' 7''$ angenommen wird; ſo iſt die ſenkrechte Erleuchtung $= 0{,}000022 \cdot S$, (140. §.) alſo $Y = 0{,}000022$, und $\frac{S}{\Sigma} = 107458$. Soviel-mahl iſt der Glanz der Sonne gröſſer, als die Klarheit einer von ihr ſenkrecht erleuchteten weiſſen Fläche.

179. §.

Bey eben der Vorausſetzung, daß S den gleichförmigen Glanz einer für ſich leuchtenden Fläche oder auch wenn man will, die gleichförmige Klarheit einer anderswoher erleuchteten Fläche, bezeichne, die einer unpolirten Fläche die Erleuchtung $I = S \cdot Y$ zuſendet,

ſey s der gleichförmige eigene oder entlehnte Glanz einer andern leuchtenden Fläche, wovon die Erleuchtung $i = s \cdot y$ ebenfalls auf eine für ſich dunkle unpolirte Fläche fällt. Fängt man dieſe Erleuchtungen mit gleich weiſſen unpolirten Flächen auf, und ſtellet dieſe letztern ſo, daß beyde gleich helle ſcheinen, ſo kann man daraus auf die Gleichheit beyder Erleuchtungen ſchlieſſen, und man erhält $I = i$; alſo $S \cdot Y = s \cdot y$, und man kann das Verhältniß $\frac{S}{s} = \frac{y}{Y}$ des Glanzes beyder leuchtenden Flächen finden, es mag eigener oder entlehnter Glanz ſeyn. Der Verſuch muß ſo angeſtellet werden, daß man die Gröſſen meſſen könne, wovon Y und y abhängen.

Wenn E^2 und e^2 die Gröſſe, S und s den Glanz zweyer Lichtflammen bezeichnen, welche auf ein Paar gleich weiſſe Flächen in den Entfernungen Δ und δ die ſenkrechten Erleuchtungen I, i, werfen; ſo iſt

$$I = \frac{E^2 \cdot S}{4\pi \cdot \Delta^2}, \quad i = \frac{e^2 \cdot s}{4\pi \cdot \delta^2}, \quad \text{alſo } \frac{S}{s} = \frac{e^2 \cdot \Delta^2}{E^2 \cdot \delta^2}.$$

105 Fig. Ein Schnitt durch die Axe der Lichtflamme giebt beynahe ein Dreyeck, und wenn die Höhe der Flamme $= a$, ihre gröſte Breite $= b$ geſetzt wird, ſo iſt der Schnitt beynahe $= \frac{1}{2}ab$. Die erleuchtete Ebene AB ſey mit der Axe der Flamme parallel, ſo iſt der von der Mitte L der Flamme ausgehende auf die erleuchtete Ebene ſenkrecht fallende Strahl LP auch auf der Axe der Flamme ſenkrecht, und die ſcheinbare Gröſſe

Gröſſe der Flamme aus P geſehen, kann $= \frac{\frac{1}{2}a \cdot b}{LP^2}$ angenommen werden, wenn LP in Vergleichung mit a und b etwas groß iſt. Weil nun vornemlich die äuſſern Lichttheilchen an der Oberfläche der Flamme nach allen Seiten ihre Strahlen verbreiten, da man doch keine vollkommene Durchſichtigkeit der Flamme vorausſetzen kann; ſo kann auch dem 20. §. gemäß die von dieſer Flamme auf AB fallende ſenkrechte Erleuchtung $= \frac{S \cdot \frac{1}{2}ab}{\pi LP^2}$ angenommen werden. Verſteht man alsdenn für zwey Lichtflammen, die den Glanz S und s haben, durch E^2, e^2, den Schnitt durch ihre Axe, wenn dieſe mit der erleuchteten Ebene parallel angenommen wird; ſo iſt auch $\frac{S}{s} = \frac{e^2 \cdot \Delta^2}{E^2 \cdot \delta^2}$. Man betrachtet alsdenn die Flamme als eine glänzende Fläche, nicht als einen glänzenden durchſichtigen Körper. Man vergleiche H. **Lamberts** Photomet. Part. III. Cap. I. §. 746. pag. 338.

Anwendungen hievon, um durch Verſuche den Glanz verſchiedener Lichtflammen im finſtern Zimmer zu vergleichen, mit umſtändlichen Beſchreibungen der hiezu dienlichen Einrichtung und Geräthſchaft findet man beym H. **Bouguer** im Traité ſur la gradation de la lumiere Liv. I. Sect. I. Art. II. p. 9. ſq.

Der XI. Abschnitt.

Vom undeutlichen Bilde der Glaslinsen und Hohlspiegel, mit einigen Anwendungen dieser Lehren.

180. §.

95 Fig. Alle von der Glaslinse BAD auf das deutliche Bild fallende Kegel zusammen gehender Strahlen BDp, BDq, BDr, auch eben so alle von dem Hohlspiegel BAD (63. Fig.) auf das deutliche Bild kr fallende Kegel BDk, BDπ, BDr, haben den conischen Raum BHD mit einander gemein, und man findet die Länge desselben KH vermittelst der Proportion pr : KD = pH : KH. Man setze wie bisher KD = b, Kp = α, pr = pq = q, so ist q : b = α — KH : KH, also q . KH = α . b — KH . b, und man erhält $KH = \frac{b\alpha}{b+q}$, also $pH = \alpha - \frac{b\alpha}{b+q} = \frac{q\alpha}{b+q}$. Läßt man das durch die Linse fallende Licht auf eine Ebene EF fallen, welche die Axe der Linse in einer Entfernung $KC < \frac{b\alpha}{b+q}$ senkrecht schneidet, so wird zugleich der Kegel BHD auf seiner Axe senkrecht geschnitten, der Schnitt ist ein Kreis, und IL stellet den Durchmesser dieses Kreises vor. Das ganze undeutliche Bild auf dieser Ebene ist eben-

falls

falls ein Kreis, wovon EF einen Durchmeſſer vorſtellet. Zugleich werden alle Lichtkegel BD*p*, BD*q*, BD*r*, wovon die Spitzen das deutliche Bild ausmachen, ſolchergeſtalt geſchnitten, und ST, IF, EL, ſtellen die Durchmeſſer der **Zerſtreuungskreiſe** vor. (131. §.)

Alle Zerſtreuungskreiſe haben den kreisförmigen Raum IL als den Schnitt des Kegels BHD mit einander gemein, und breiten ſich übrigens bis an den Umfang des undeutlichen Bildes EF aus: **demnach iſt der Kreis *IL* gleichförmig, und dabey ſtärker, als der ihn umgebende ringförmige Raum erleuchtet**, deſſen Erleuchtung von I nach E, und von L nach F abnimmt, bey E und F aber verſchwindet.

181. §.

Auſſer den im vor. §. erwehnten coniſchen Räumen iſt hier noch der Kegel *q*K*r* merkwürdig, deſſen Grundfläche das deutliche Bild *qr* iſt, und deſſen Spitze K in der Mitte der Linſe liegt. Die Ebene EF ſchneidet auch dieſen Kegel in einem Kreiſe, deſſen Durchmeſſer πk vorſtellet, und aus demſelben wird das deutliche Bild *qr*, wenn die Entfernung KC = K*p* genommen wird. Wäre EF eine perſpectiviſche Tafel, und K die Stelle des Auges, ſo wäre πk die Projection des deutlichen Bildes *qr*, deswegen kann πk das **projicirte deutliche Bild** heiſſen, und um auch die übrigen Kreiſe deſto beſſer zu unterſcheiden, werde ich den gleichförmig erleuchteten Kreis IL **das falſche Bild** nennen, und der übrige dieſen Kreis umgebende Ring, deſſen Erleuchtung bis zum äuſſern Umfang des undeutlichen Bildes allmählig 95 Fig.

abnimmt, kann der Halbschattenring heissen. In dem Raum eines jeden von den Zerstreuungskreisen EL, ST, IF, ist das Licht ausgebreitet, das sich in einem Punct, wie r, p, q, des deutlichen Bildes sammlen würde; alle diese Zerstreuungskreise in einerley auf der Axe der Linse senkrechten Ebene sind gleich groß, und einer von ihnen, derjenige nemlich, dessen Licht sich im Mittelpunct des deutlichen Bildes sammlen würde, hat mit dem projicirten deutlichen Bilde einerley Mittelpunct.

Es sey der Halbmesser des projicirten deutlichen Bildes $C\pi = SE = r$, des Zerstreuungskreises $CS = \varrho$, des falschen Bildes $CI = s$, und des ganzen undeutlichen Bildes Halbmesser $CE = R$: so ist $s = CS - SI = \varrho - r$, $R = C\pi + \pi E = r + \varrho$, und die Breite des Halbschattenringes $IE = LF = R - s = 2r$. Man setze ferner $KC = a$, so ist $r = \frac{a \cdot q}{\alpha}$, und $\varrho = \frac{(\alpha - a)\, b}{\alpha}$.

182. §.

Dem kegelförmigen Raum BHD, welcher die Eigenschaft hat, daß über einem jeden auf seiner Axe senkrechten Schnitt das Licht gleichförmig vertheilt ist, stehet ein andrer qHr an der Spitze H grade entgegen, der diese Eigenschaft jedoch nur für diejenigen Schnitte behält, die zwischen seiner Spitze H und dem deutlichen Bilde qr, als seiner Grundfläche, auf der Axe senkrecht angenommen werden. Alles durch die Linse auf das deutliche Bild fallende Licht ist in dem Raum des abgekürzten Kegels BqrD enthalten, wozu der Kegel qhr als die Ergänzung gehört; und

und eben dieser Kegel *qhr* hat wie der vorige, an der Grundfläche *qr* ihm entgegen gesetzte *q*H*r*, die eben erwehnte Eigenschaft.

Weil nemlich auf jeden Punct des deutlichen Bildes ein Strahl aus einem Punct der Glaslinse fällt; so fällt von jedem Punct der Linse auch ein Kegel aus einander fahrender Strahlen auf das deutliche Bild *qr*, wie B*qr*, K*qr*, D*qr*. Alle diese Kegel haben die conischen Räume *q*H*r* und *qhr* gemein, und wenn man einen oder den andern mit einer Ebene auf der Axe K*h* senkrecht schneidet, so ist der kreisförmige Durchschnitt gleichförmig, und eben so erleuchtet, als wenn alle Kegel mit dem mittlern K*qr* zusammen fielen: er ist also ebenfalls ein falsches Bild.

Weiter über *h* hinaus entsteht der vierte conische Raum *ehf*, den wiederum alle den Kegeln BD*q*, BD*p*, BD*r*, der in den Puncten des deutlichen Bildes zusammenlaufenden Strahlen, entgegen gesetzte conische Räume unter einander gemein haben. Ein auf der Axe senkrechter Durchschnitt dieses Kegels *ehf* giebt aufs neue ein gleichförmig erleuchtetes falsches Bild.

Die auf der Axe senkrechten Schnitte des Kegels B*h*D, zwischen der Linse und dem deutlichen Bilde genommen, geben das ganze undeutliche Bild, und zwischen eben diesen Gränzen geben die senkrechten Schnitte des Kegels BHD und des ihm entgegen gesetzten *q*H*r* das falsche gleichförmig erleuchtete Bild. In Entfernungen von der Linse aber, welche die Entfernung des deutlichen Bildes von ihr übertreffen, verwechseln sich die Eigenschaften der Kegel B*h*D und BHD mit einander. Die senkrechten Schnitte des Kegels B*h*D geben nun das falsche Bild, und die

ſenkrechten Schnitte des Kegels BHD verwandeln ſich in das ganze undeutliche Bild. Solchergeſtalt hat der aus vier graden Kegeln zuſammen geſetzte Raum BDH*qrhef* die Eigenſchaft, daß über einem jeden auf ſeiner Axe ſenkrechten Schnitt das Licht gleichförmig vertheilt iſt.

183. §.

In dieſem Raum ſind die Stellen H und *h* merkwürdig, woſelbſt ſeine ſenkrechten Schnitte in einen Punct zuſammen gehen, und welches zugleich die Gränzen ſind, zwiſchen welchen die beyden mittelſten von den vier Kegeln liegen, aus welchen der ganze Raum zuſammen geſetzt iſt. Wegen der ähnlichen Dreyecke HKD, H*pq*, hat man $pq : p\mathrm{H}$ (oder $\alpha - \mathrm{KH}$) $= \mathrm{KD} : \mathrm{HK}$, alſo $q : \alpha - \mathrm{KH} = b : \mathrm{KH}$, und man findet $\mathrm{KH} = \frac{b \cdot \alpha}{b+q}$. Ferner iſt $\mathrm{KD} - pr : \mathrm{K}p = \mathrm{KD} : \mathrm{K}h$, oder $b - q : \alpha = b : \mathrm{K}h$, alſo $\mathrm{K}h = \frac{b\alpha}{b-q}$.

1.) So lange die Entfernung $\mathrm{KC} = a$ nicht gröſſer als KH iſt, wird das falſche Bild kleiner, wenn *a* wächſt. Denn $\varrho = b\left(1 - \frac{a}{\alpha}\right)$ wird kleiner, und $r = \frac{a \cdot q}{\alpha}$ gröſſer, alſo wird $s = \varrho - r$ kleiner. Aus dem Mittelpunct C verzeichne
96 Fig. man das projicirte Bild πk, und den damit concentriſchen Zerſtreuungskreis ST. Man nehme ferner einen Punct π im Umfange des projicirten Bildes für

für den Mittelpunct eines neuen Zerſtreuungskreiſes EL, ſo iſt dies einer der äuſſerſten, und CE iſt der Halbmeſſer des ganzen undeutlichen Bildes. Ein Kreis EF mit dem Halbmeſſer CE beſchrieben berührt den Zerſtreuungskreis EL von auſſen, und ein Kreis IL mit dem Halbmeſſer CL beſchrieben berührt ihn von innen. Eben dieſer Kreis IL iſt das falſche Bild, weil alle Zerſtreuungskreiſe den kreisförmigen Raum IL gemein haben.

2.) In dem Fall $a = \frac{b\alpha}{b+q} = KH$ wird $\varrho = \frac{bq}{b+q}$ und $r = \frac{bq}{b+q}$, alſo $\varrho = r$, und $s = \varrho - r = 0$. In der 93 Figur fallen die Kreiſe πk, ST zuſammen, und nur die mittelſte Stelle C des undeutlichen Bildes liegt in allen Zerſtreuungskreiſen zugleich. 93 Fig.

3.) Wächſt a noch weiter, ſo wächſt auch $r = \frac{a \cdot q}{\alpha}$, und $\varrho = b\left(1 - \frac{a}{\alpha}\right)$ nimmt noch ab: alſo wird $s = \varrho - r = -(r - \varrho)$ negativ. Wenn nemlich in der 95 Figur die Ebene EF in die Lage $\eta\vartheta$ gerückt iſt, ſo hat CI die Lage $\alpha\gamma$ angenommen, die der vorigen entgegen geſetzt iſt. Wie es nun hier nicht ſo ſehr auf die Lage als auf die Gröſſe des Zerſtreuungshalbmeſſers ankommt; ſo kann mit Weglaſſung des Zeichens des falſchen Bildes Halbmeſſer $s = r - \varrho$ geſetzt werden, und es bleibt $R = r + \varrho$, alſo iſt nun des Halbſchattenringes Breite $R - s = 2\varrho$, wie auch der Figur gemäß iſt. Die 97 Figur ſtellet für dieſen beſondern Fall das ganze undeutliche Bild beſonders vor. Der um C beſchriebene Zerſtreuungs- 95 Fig. 97 Fig.

kreis

kreis ST ist nun kleiner, als das mit ihm concentrische projicirte Bild πk; aus π und k sind ein Paar der äusserſten Zerſtreuungskreiſe beſchrieben, welche nun den Umfang des falſchen Bildes IL von aussen berühren. Wird $a = \alpha$, ſo erhält man $\varrho = 0$ und $r = q$; die Zerſtreuungskreiſe werden ſoviele einzelne Puncte des Bildes, welches ſich nun in das deutliche Bild verwandelt.

95 Fig. 4.) Sobald a die Entfernung α des deutlichen Bildes zu übertreffen anfängt, wird $\varrho = b\left(1 - \frac{a}{\alpha}\right) = -\left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$ negativ, und das würde $s = r + \varrho$, und $R = r - \varrho$ geben. Das wäre auch der Sache ganz gemäß: nur müſte man durch s Halbmeſſer der Schnitte des Kegels BHD, ſo wie durch R Halbmeſſer der Schnitte des Kegels BhD verſtehen. Jene Schnitte aber geben nun nicht mehr das falſche ſondern das ganze undeutliche Bild, und dieſe nicht mehr das ganze undeutliche ſondern das falſche Bild. Wenn alſo s und R allemahl die Halbmeſſer des falſchen und ganzen undeutlichen Bildes bezeichnen ſollen, ſo muß $s = r - \varrho$, und $R = r + \varrho$, auch ohne Rückſicht auf die Lage $\varrho = b\left(\frac{a}{\alpha} - 1\right)$ angenommen werden: die Breite des Halbſchattenringes bleibt $R - s = 2\varrho$.

99 Fig. In der 99 Figur iſt wieder πk als das projicirte Bild aus dem Mittelpunct C beſchrieben, und zugleich der mit demſelben concentriſche Zerſtreuungskreis ST, ſo wie aus π einer der äuſſerſten Zerſtreuungskreiſe EL, da dann noch alle dieſe äuſſerſten

sten Zerstreuungskreise das falsche Bild EF von aussen berühren.

5.) In dem Fall $a = \frac{b\alpha}{b-q} = Kh$ wird $\varrho = \frac{bq}{b-q}$ und $r = \frac{bq}{b-q}$, also $\varrho = r$, und $s = r - \varrho = 0$. Das falsche Bild verschwindet zum zweytenmahl, das projicirte Bild wird dem Zerstreungskreise gleich, und nur die Mitte C des Bildes liegt in allen Zerstreuungskreisen zugleich).

6.) Wenn endlich $a > \frac{b\alpha}{b-q}$, also grösser als Kh angenommen wird, also $\frac{a}{\alpha} > \frac{b}{b-q}$ ist, so ist $\frac{a}{\alpha} > 1 + \frac{q}{b-q}$, und $\frac{a}{\alpha} - 1 > \frac{q}{b-q}$, mithin $q < \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b - \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) q$, und ferner $q + \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) q < \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$, oder $\frac{aq}{\alpha} < \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$, d. i. $r < \varrho$. Diesemnach wird $s = r - \varrho$ wieder negativ, oder die Lage dieses Halbmessers $s = -(\varrho - r)$ ist der vorigen aufs neue entgegen gesetzt, wie auch der Figur gemäß ist. Ohne Rücksicht auf die Lage ist also nun $s = \varrho - r$, und des Halbschattenringes Breite $R - s = 2r$, wie es bey den Schnitten des ersten Kegels BHD war. 98 Fig.

184. §.

184. §.

Die Erleuchtung des falschen Bildes zu finden, wenn die Entfernung desselben von der Glaslinse gegeben ist.

Aufl. Es ist nicht völlig gleichgültig in welcher Entfernung von der Linse das undeutliche Bild aufgefangen wird: deßwegen muß man folgende zwey Fälle unterscheiden.

95 Fig. 1.) Das Bild sey ein Schnitt des ersten oder vierten Kegels BHD, oder ehf; also entweder $a < \frac{b\alpha}{b+q}$, oder $a > \frac{b\alpha}{b-q}$: so erhellet, daß die Erleuchtung des falschen Bildes eben so groß bleiben würde, wenn alle Zerstreuungskreise mit dem mittelsten zusammen fielen. Die ganze auf die Glaslinse fallende Lichtmenge sey $= M$, die Erleuchtung des falschen Bildes $= Y$, so ist $Y = \frac{M}{\pi\varrho^2}$, und $\varrho = \left(1 - \frac{a}{\alpha}\right) b$ für den ersten Kegel: für den vierten aber $\varrho = \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$.

In dem Fall $a = \alpha\left(1 - \frac{q}{b}\right)$ wird $\varrho = q$, und das falsche Bild ist eben so stark erleuchtet, als das deutliche Bild erleuchtet seyn würde. Weil nun ϱ noch weiter abnimmt, wenn a grösser wird, so wird alsdenn die Erleuchtung des falschen Bildes grösser, als die Erleuchtung des deutlichen Bildes, und

und in dem Fall $a = KH = \frac{b\alpha}{b+q}$, hat man $\varrho = r$, mithin auch $Y = \frac{M}{\pi r^2}$.

2.) Das Bild sey ein Schnitt des zweyten oder dritten Kegels qHr oder qhr; also $a > \frac{b\alpha}{b+q}$ aber $a < \frac{b\alpha}{b-q}$: so ist die Erleuchtung eben so groß, als sie seyn würde, wenn alle von der Linse auf das deutliche Bild fallende Kegel auseinander gehender Strahlen mit dem mittelsten Kqr zusammen fielen. Demnach ist nun $Y = \frac{M}{\pi r^2}$, und $r = \frac{aq}{\alpha}$.

Eben das Resultat würde man so finden. Es sey P ein Punct innerhalb der Fläche des falschen Bildes: so erhellet, daß P nicht mehr von allen Zerstreuungskreisen Licht bekomme, weil der Zerstreuungshalbmesser nun kleiner ist, als des falschen Bildes Halbmesser. Aus dem Mittelpunct P sey der Zerstreuungskreis VW beschrieben, so erhellet, daß derselbe von allen Zerstreuungskreisen, deren Mittelpuncte in der Fläche VW liegen, Licht empfange, und daß die Erleuchtung der Stelle P so groß sey, als die Erleuchtung des Kreises VW wäre, wenn alle diejenigen Zerstreuungskreise, damit zusammen fielen, deren Mittelpuncte innerhalb VW liegen. Die Lichtmenge, welche alle diese Zerstreuungskreise fassen, sey $= \mu$, die gesuchte Erleuchtung der Stelle $P = Y$, so ist $Y = \frac{\mu}{\pi\varrho^2}$. Aber aller Zer- 97 Fig.

ſtreuungskreiſe Mittelpuncte ſind über der Fläche des projicirten Bildes vertheilt, und alle zuſammen enthalten die Lichtmenge M: demnach iſt $M : \mu = r^2 : \varrho^2$, alſo $\mu = \frac{\varrho^2 M}{r^2}$, und das giebt $Y = \frac{M}{\pi r^2}$.

Die Erleuchtung des falſchen Bildes, ſo lange es ein Schnitt des Kegels qHr iſt, bleibt gröſſer als die Erleuchtung des deutlichen Bildes, worin ſich das falſche Bild verwandelt, wenn $a = \alpha$, alſo $r = q$ wird. Für die Stelle H, wo $a = \frac{b\alpha}{b+q}$, und $\varrho = r = \frac{bq}{b+q}$ wird, iſt $Y = \frac{(b+q)^2 M}{\pi b^2 q^2}$ am gröſten. Wenn alſo das Sonnenlicht durch die Glaslinſe fällt, ſo iſt die Stelle H einer ſtärkern Hitze ausgeſetzt, als die Elemente des eigentlichen Brennraums.

185. §.

Die Klahrheit der Kreiſe, welche bisher unter dem Nahmen des falſchen Bildes ſind betrachtet worden, unterſcheidet ſich merklich von der Klarheit der ſie umgebenden Halbſchattenringe, wenn man das Sonnenlicht durch die Linſe fallen läſſet, und ſelbiges mit einem weiſſen Papier ſenkrecht auffängt. So wie man das Papier vom Glaſe nach und nach entfernt, zieht ſich das falſche Bild, als der in der Mitte am ſtärkſten erleuchtete Kreis nach und nach enger, und zuletzt in einen Punct zuſammen, wächſt aber nachher aufs neue bis endlich das deutliche Bild von gleichförmiger Klarheit zum Vorſchein kommt.

kommt. Um auch davon eine Probe zu geben, wie ſich die Erleuchtung des Halbſchattenringes an einer gegebenen Stelle P angeben lieſſe, ſey aus P als einem Mittelpunct mit dem Zerſtreuungshalbmeſſer ein Kreis beſchrieben, ſo wird derſelbe den Umfang des projicirten Bildes in M und N ſchneiden, weil $CP < r + \varrho$ iſt. Weil nun der Abſtand eines jeden Puncts Q in der mondförmigen Figur MNO von P kleiner als der Zerſtreuungshalbmeſſer iſt; ſo liegt P innerhalb der Fläche aller der Zerſtreuungskreiſe, deren Mittelpuncte in der Lunula MNO liegen, und empfängt deswegen Licht von allen dieſen Zerſtreuungskreiſen. Weil nun in dem Fall welchen die Figur vorſtellet, jedes Element des falſchen Bildes Licht von allen Zerſtreuungskreiſen empfängt, ſo verhält ſich die Erleuchtung des falſchen Bildes zur Erleuchtung der Stelle P des Ringes, wie die Fläche des projicirten Bildes zur Lunula MNO. 96 Fig.

186. §.

Wenn die Linſe kein Sammlungs- ſondern ein Zerſtreuungsglas iſt, ſo liegt das Bild *qr* vor dem Glaſe die im 182. §. betrachteten vier Kegel, deren Schnitte ein falſches gleichförmig erleuchtetes Bild geben, ſind alle auch da, ſie liegen aber in umgekehrter Ordnung vor dem Glaſe. Hier kommt nur der Kegel B*h*D in Betrachtung, und zwar was unter der Figur eines abgekürzten Kegels BD*ef*, hinter dem Glaſe hinzu kommt. Daſelbſt haben alle Kegel der von den Puncten *p*, *q*, *r*, des geometriſchen Bildes fortlaufenden hinter dem Glaſe auseinander fahrenden Strahlen den Raum B*D*ef gemein; und wenn man durch einen ſenkrechten Schnitt den 106 Fig.

Kreis *ef* zuwege bringt, so ist derselbe gleichförmig, und eben so erleuchtet, als wenn alle hinter dem Glase auseinander fahrende Lichtkegel mit dem mittlern B*p*D zusammen fielen. Man kann also wie beym Sammlungsglase *ef* das falsche Bild nennen, *st*, *if*, *el*, sind Zerstreuungskreise, πk ist das projicirte und *il* das ganze undeutliche Bild. (Die Figur stellet von allen diesen Kreisen nur die Durchmesser vor.)

Alle Formuln finden übrigens ihre Anwendung, die für das Sammlungsglas in dem Fall bewiesen sind, wenn man den vierten Kegel senkrecht schneidet, dessen Spitze *h* ist: nur muß man die Brennweite des Glases, also auch α und q negativ annehmen. Alsdenn bleibt $r = \frac{aq}{\alpha} = c\pi$ positiv, und weil im 183. §. n. 4. der Zerstreuungshalbmesser $\varrho = -\left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$ war, so wird hier $\varrho = \left(\frac{a}{\alpha} + 1\right) b$. Weil ferner $\varrho > r$ ist, wie im 188. §. n. 6. so nimmt man $s = \varrho - r$, des ganzen undeutlichen Bildes Halbmesser ist $R = \varrho + r$, und des Halbschattenringes Breite $R - s = 2r$. Die Erleuchtung des falschen Bildes ist $Y = \frac{M}{\pi\varrho^2}$.

187. §.

Bey Vergleichung des Glanzes zwoer Lichtflammen, oder andrer leuchtender Körper, wie dazu im

179. §. die allgemeine Anleitung iſt gegeben worden, kann man das Licht durch ein Sammlungsglas fallen laſſen: alsdenn iſt die Erleuchtung des deutlichen Bildes $I = \frac{S \cdot b^2}{\alpha^2}$. (138. §.) Wenn alſo s, c, β für eine andre Linſe und einen andern leuchtenden Körper eben das ſind, was S, b, α, bezeichnen; ſo iſt die Erleuchtung des deutlichen Bildes dieſer andern Linſe $i = \frac{s \cdot c^2}{\beta^2}$. Man richte den Verſuch ſo ein, daß $I = i$ werde, ſo hat man $\frac{Sb^2}{\alpha^2} = \frac{sc^2}{\beta^2}$, alſo $S : s = \frac{c^2}{\beta^2} : \frac{b^2}{\alpha^2}$.

Man kann beyden Gläſern einerley Oefnung geben, ſo iſt $b = \beta$, und $S : s = \frac{1}{\beta^2} : \frac{1}{\alpha^2} = \alpha^2 : \beta^2$. Des erſten Glaſes Brennweite ſey f, die Entfernung des leuchtenden Objects vom Glaſe $= \delta$, auch bezeichne man für das zweyte Glas eben dieſe Gröſſen mit φ, Δ; ſo iſt $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$, $\beta = \frac{\Delta \varphi}{\Delta - \varphi}$, alſo $S : s = \frac{\delta^2 \cdot f^2}{(\delta - f)^2} : \frac{\Delta^2 \cdot \varphi^2}{(\Delta - \varphi)^2}$, und wenn beyde Breñweiten gleich ſind, $S : s = \frac{\delta^2}{(\delta - f)^2} : \frac{\Delta^2}{(\Delta - f)^2}$.

188. §.

Man ſetze ein Paar ebene Flächen AB, BC, unter einem ſtumpfen Winkel bey B zuſammen, wozu ein 107 Fig.

Stück Pappe dienen kann, wenn man es so bricht, daß B den Falz vorstellet: in diese Pappe schneide man bey F, G, ein Paar gleich grosse kreisrunde Löcher von 3 bis 4 Linien im Durchmesser, bedecke sie mit weissem Papier, oder mit mattgeschliffenen Glase, und stelle die Kerzen oder Lampen in L und *l* hinter AB und BC auf der erhabenen Seite des Winkels ABC. Weil aber die eine Lichtflamme nur nach F, die andre nur nach G hinscheinen soll, so bringe man einen Schirm, wie BE vorstellet, dazwischen. Die Farbe der Pappe, oder was man sonst wählt, muß die schwarze seyn, um nicht allein alle Zurückwerfungen des Lichts möglichst zu vermeiden, sondern auch um deßwillen, damit sich die erleuchteten Papierscheiben desto besser unterscheiden, die der Durchschnittslinie beyder Ebenen bey B nahe seyn müssen, damit man beyde mit einem Blick bequem übersehen könne. Das Auge siehet auf solche Art das durchs Papier oder matte Glas durchscheinende Licht, weßwegen auch wohl das Papier in feines Oel getränkt wird, damit es durchsichtiger werde. Man muß dabey voraussetzen, daß beyde Papierscheiben, oder beyde Stücken Glas, das Licht gleich stark durchlassen, und selbige um deßwillen mit Vorsicht von gleicher Beschaffenheit wählen. Dies ist eine Einrichtung zu dergleichen Versuchen, wie sie H. **Bouguer** gebraucht hat: sonst lassen sich vielleicht sicherer die Versuche auch so anstellen, daß man die von den Lichtflammen erleuchteten Flächen grade zu ansiehet, wie Herr **Lambert** bey den Versuchen alles veranstaltet hat, wovon im 173. §. schon Nachricht gegeben ist. Uebrigens kann man von den Lichtflammen L und *l* das Licht grade zu auf AB und BC fallen lassen,

ſen, wenn man nach Anleitung des 177. §. die Verſuche anſtellen will: oder man läßt das von jeder Lichtflamme in L und *l* kommende Licht bey D und K durch ein Sammlungsglas fallen.

Die eine Entfernung GK, welche gröſſer als die Brennweite des Glaſes K ſeyn muß, kann man willkührlich nehmen, und *l* ſoweit entfernen, bis auf BC das deutliche Bild fällt. Wenn nun L ſtärker als *l* glänzt, und anfangs FL ohngefehr = G*l* angenommen, D aber ſoweit von AB entfernt iſt, daß das Bild der Flamme L ſich deutlich darſtellet; ſo wird es heller ſeyn, als das Bild der Flamme *l*. Demnach muß man L näher nach AB rücken, zugleich aber das Glas D von AB weiter entfernen, damit das deutliche Bild ſich in einen gröſſern Raum ausbreite, und ſolchergeſtalt die Erleuchtung abnehme, bis beyde Bilder gleich helle erſcheinen.

189. §.

Bey eben dem Gebrauch der Sammlungsgläſer kann man den Verſuch ſo anſtellen, daß die Entfernungen FL, G*l*, willkührlich, alſo auch gleich groß, imgleichen die Entfernung GK ebenfalls willkührlich angenommen wird: alsdenn wird nur erfodert, das Glas D allein zu verrücken, um in F und G eine gleiche Erleuchtung zuwege zu bringen. Nimmt man alsdenn FD, GK, ſo groß an, daß die falſchen Bilder auf AB, BC, Schnitte des vierten von den im 182. §. betrachteten Lichtkegeln werden, und bezeichnet die auf D und K fallenden Lichtmengen mit M, *m*, die Zerſtreuungshalbmeſſer mit R, ϱ, ſo ſind 107 Fig.

die Erleuchtungen $\frac{M}{\pi R^2}$, $\frac{m}{\pi \varrho^2}$.

Anfangs sey FL = Gl, und FD = GK genommen, so ist OP stärker als QR erleuchtet, wenn L stärker als l glänzt: also kann man es durch Verrückung des Glases D dahin bringen, daß beyde Erleuchtungen gleich werden. Sind alsdenn L und l Lichtflammen, so ist dem 177. §. gemäß die Erleuchtung, welche die Vorderfläche des Glases D von L empfängt, $= \frac{E^2 . S}{4\pi . DL^2}$, also $M = \frac{E^2 . S . b^2}{4 DL^2}$, und aus eben dem Grunde $m = \frac{e^2 . s . c^2}{4 Kl^2}$. Diese Werthe in die Gleichung $\frac{M}{\pi R^2} = \frac{m}{\pi \varrho^2}$ gesetzt, geben $\frac{E^2 . S . b^2}{R^2 . DL^2} = \frac{e^2 . s . c^2}{\varrho^2 . Kl^2}$, also $E^2 . S : e^2 . s = \frac{c^2}{\varrho^2 . Kl^2} : \frac{b^2}{R^2 . DL^2}$. Ferner ist $R = \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$ (183. §. n. 4.) $= \frac{a - \alpha}{\alpha} b = \frac{FM}{DM} . b$, also $\varrho = \frac{GN}{KN} . c$, und $E^2 . S : e^2 . s = \frac{KN^2}{GN^2 . Kl^2} : \frac{DM^2}{FM^2 . DL^2}$.

190. §.

Wenn die Gläser gleiche Brennweiten haben, so sind auch die Vereinigungsweiten KN, DM, beynahe gleich groß, wofern nur DL, Kl, in Vergleichung mit der Brennweite etwas groß und dabey einander nicht sehr ungleich sind; also kann man beynahe

nahe $E^2 . S : e^2 . s = \frac{1}{GN^2 . Kl^2} : \frac{1}{FM^2 . DL^2}$ annehmen, oder $E^2 . S : e^2 . s = FM^2 . DL^2 : GN^2 . Kl^2$. Nach dieser Regel verfährt H. Bouguer a. a. O. 10 u. 9 S. Richtiger ist es, wenn man DM, KN, durch die Brennweite der Gläser ausdrückt, da dann, wann diese für beyde $= f$ ist, $DM = \frac{DL . f}{DL - f}$, $KN = \frac{Kl . f}{Kl - f}$ gesetzt werden muß, und man erhält $E^2 . S : e^2 . s = \frac{1}{GN^2 (Kl - f)^2} : \frac{1}{FM^2 (DL - f)^2}$, oder $E^2 . S : e^2 . s = FM^2 (DL - f)^2 : GN^2 (Kl - f)^2$. Man findet also, wie H. Bouguer a. a. O. L. I. Sect. I. Art. VIII. pag. 40 richtig erinnert, auf diese Art das Verhältniß der Lichtmengen, welche die Lichtflammen nach allen Seiten umherstrahlen, nicht das Verhältniß des Glanzes beyder Flammen. Letzteres wäre $S : s = \frac{FM^2 (DL - f)^2}{E^2} : \frac{GN^2 (Kl - f)^2}{e^2}$. Beym Versuch selbst wählt man Linsen soviel möglich aus einerley Glasart, und mit völlig gleichen Abmessungen, damit nicht zu fürchten sey, daß die verschiedene Undurchsichtigkeit der Gläser das Resultat des Versuchs unsicher mache.

Die Proportion $E^2 . S : e^2 . s = \frac{c^2}{\varrho^2 . Kl^2} : \frac{b^2}{R^2 . DL^2}$, wenn die Oefnungen beyder Gläser gleich sind, giebt $E^2 . S : e^2 . s = R^2 . DL^2 : \varrho^2 Kl^2$.

Wenn L und *l* nur leuchtende Puncte wären, so wäre im 179. §. des projicirten Bildes Halbmesser $r = \frac{a \cdot \eta}{\alpha} = 0$, weil $q = 0$ wäre, also des falschen Bildes des Halbmesser $s = \varrho =$ dem Zerstreuungshalbmesser. Auch wäre des ganzen undeutlichen Bildes Halbmesser $\varrho + r = \varrho$. Den Durchmesser des undeutlichen Bildes kann man messen: wenn also r in Vergleichung mit ϱ nur klein ist, so kann man für ϱ und R die halben Durchmesser der undeutlichen Bilder setzen, und jene Proportion bey den Versuchen brauchen.

191. §.

108 Fig. Herr Bouguer bedient sich hiebey unter andern auch eines sehr einfachen Instruments unter dem Nahmen eines **Lichtmessers**. Es bestehet aus zweyen inwendig schwarz gemachten Röhren AB, CD, in jede davon ist bey A und C eine Glaslinse so befestiget, daß sie selbige gleichsam wie ein Deckel verschließt, am andern Ende bey B, D, ist jede mit einem Deckel verschlossen, worin sich ein kreisrundes Loch von etwa 3 bis 4 Linien im Durchmesser befindet, das mit einem Stückchen von feinem weissen Papier, oder mattgeschliffenen Glase bedeckt ist. Jede von beyden Röhren kann man alsdenn gegen ein eigenes leuchtendes oder erleuchtetes Object richten, damit das deutliche Bild davon auf das weisse Papier, oder das matte Glas bey B und D falle. Am besten wird also jede von beyden Röhren aus zweyen in einander geschobenen Stücken zusammen gesetzt, damit man sie verlängern und verkürzen kann, um jedesmahl ein Paar

Paar deutliche Bilder zu haben. Durch Bedeckung eines Theils der Oefnung des einen dem Object zugekehrten Glaſes kann man es ferner dahin bringen, daß beyde Bilder gleich helle werden, und findet ſo das Verhältniß des Glanzes beyder Objecte $S : s = \frac{c^2}{\beta^2} : \frac{b^2}{\alpha^2}$. (191. §.) Man wählt wegen der im vor. §. ſchon angeführten Gründe einander ſoviel möglich gleiche und ähnliche Glaslinſen, die alſo gleiche Brennweiten haben. Wenn alsdenn die Objecte weit entlegen ſind, ſo iſt beynahe $\beta^2 = \alpha^2$, und $S : s = c^2 : b^2$.

192. §.

Dieſer Lichtmeſſer wird noch einfacher, wenn man beyde Röhren bey FG vermittelſt eines Gewindes zuſammenſetzt, damit man jede davon gegen ein gefälliges Object richten kann. Nur eine dieſer Röhren AC wird ſo eingerichtet, daß man ſie nach Gefallen länger als die andre machen kann. Bey C und D ſind die runden mit weiſſen Papier oder matten Glaſe bedeckten Löcher: die Glaslinſen bleiben weg, und ſtatt derſelben ſind in der Mitte der Deckel bey A, B, kreisförmige Oefnungen von gleicher Gröſſe, etwa von 1 Zoll im Durchmeſſer. Man richte die Röhre DB grade gegen dasjenige Object, welches den ſchwächſten Glanz hat, und CA gegen dasjenige, welches am ſtärkſten glänzt. Wenn alsdenn, wie hier angenommen werden muß, beyde Objecte eine ſo groſſe ſcheinbare Ausdehnung haben, daß das Auge aus den Stellen C oder D keines von beyden durch die Oefnungen bey A oder C überſehen könnte, ſo wird C ſtärker als D erleuchtet ſeyn, wenn beyde 109 Fig.

Röhren gleich lang ſind. Um alſo die Erleuchtung in C zu vermindern, verlängere man die Röhre CA, bis C und D gleich helle werden: alsdenn iſt das Verhältniß des Glanzes beyder Objecte einerley mit dem Verhältniß der Quadrate der Länge beyder Röhren.

110 Fig. Es ſey nemlich HL ein Schnitt durch die Axe der Röhre, und AC ſey dieſe Axe, AL der Halbmeſſer der vordern Oefnung: ſo iſt ACL der ſcheinbare Halbmeſſer des Objects, ſoweit es aus C überſehen werden kann. Wenn alſo S der Glanz des Objects iſt, ſo fällt auf C die ſenkrechte Erleuchtung $S \sin ACL^2$. Man ſetze $AC = a$, $AL = b$, ſo iſt dieſe Erleuchtung $= \frac{S \cdot b^2}{a^2 + b^2}$. Für das andre Object ſey s, α, β, was hier S, a, b, ſind, ſo fällt auf D die Erleuchtung $= \frac{s \cdot \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}$, und wenn beyde Erleuchtungen gleich ſind, hat man $\frac{S \cdot b^2}{a^2 + b^2} = \frac{s \cdot \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}$. Weil überdem $b = \beta$ angenommen iſt, ſo erhält man $S : s = a^2 + b^2 : \alpha^2 + \beta^2$ beynahe $= a^2 : \alpha^2$.

193. §.

In ſolchen Fällen, wenn der Glanz des einen Objects den Glanz des andern ſehr vielmahl übertrift, kann man auch ein Zerſtreuungsglas auf ähnliche Art, wie im 189. §. das Sammlungsglas brauchen, um die durchfallende mit einer weiſſen Fläche ſenkrecht

recht aufgefangene Erleuchtung zu schwächen. Man weiß aus dem 188. §, daß die Erleuchtung des falschen Bildes $= \frac{M}{\pi \varrho^2}$ gefunden werde, wenn M die auf das Glas fallende Lichtmenge und ϱ den Zerstreuungshalbmesser bezeichnet. Beym Versuch kann man zwar nicht eigentlich ϱ, statt dessen aber R als den Halbmesser des ganzen undeutlichen Bildes messen. Wenn aber die Entfernung dieses undeutlichen Bildes sowohl, als auch die Entfernung des leuchtenden Objects vom Glase gemessen, und die Brennweite des Glases bekannt ist; so kann man R, ϱ und γ durch Rechnung finden. Hiernächst muß die Lichtmenge M gehörig ausgedrückt werden, die vom Glanz des leuchtenden Objects abhängt; so kann man nach der im 177. §. gegebenen allgemeinen Anleitung diesen Glanz mit dem Glanz eines andern leuchtenden Objects vergleichen, wenn man alles so einrichtet, daß entweder eine und eben dieselbe weisse Fläche, oder auch ein Paar gleich weisse unpolirte Flächen, von beyden Objecten eine gleiche Erleuchtung empfangen: da dann die von dem andern Object herrührende Erleuchtung ebenfalls gehörig gesucht werden muß.

194. §.

Herr **Bouguer** hat auf diese Art den Glanz der Sonne mit dem Glanz einer Kerze, den Glanz dieser Kerze wieder mit dem Glanz oder der Klarheit des Mondes, und solchergestalt auch den Glanz der Sonne mit der Klahrheit des Mondes verglichen. Am 22sten September im Jahr 1725 als die Sonne 31° hoch über dem Horizont war, ließ

er

er ihr Licht durch eine kreisrunde Oefnung von 1 Linie im Durchmeſſer, worin er ein Zerſtreuungsglaß geſetzt hatte, in ein finſteres Zimmer fallen. In einer Entfernung von 5 bis 6 Fuß vom Glaſe fing er das durchfallende Licht auf, da es ſich in einen Kreis von 108 Linien im Durchmeſſer ausgebreitet hatte, den Herr Bouguer mit dem Zerſtreungsdurchmeſſer $2s$ für einerley annimmt, weil hier s in Vergleichung mit ϱ nur klein iſt. Setzt man den ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne $= \alpha$, den Halbmeſſer der Oefnung des Glaſes $= b$, ſo iſt $M = \pi b^2 S \sin \alpha^2$, und die Erleuchtung der Fläche, die das Licht auffing, $= \frac{b^2 S \sin \alpha^2}{R^2}$. In einer Entfernung $d = 16$ Zoll ward dieſelbe Ebene von einer Kerze eben ſo ſtark ſenkrecht erleuchtet, und wenn ihr Glanz $= s$, ein Schnitt durch ihre mit der erleuchteten Ebene parallele Axe $= E^2$ geſetzt wird; ſo war dieſe Erleuchtung $= \frac{E^2 . s}{\pi d^2}$, wenn man die Flamme als eine leuchtende Fläche betrachten will. Sie kann hier aber auch als ein durchſichtiger leuchtender Körper betrachtet, ihr Inhalt $= E^3$ geſetzt, und die Erleuchtung nach dem 10. und 11. §. $= \frac{E^3 . s}{4\pi d^2}$ angenommen werden. Beydes leitet hier um deßwillen auf einerley Reſultat, weil es nur auf das Verhältniß der ſenkrechten Erleuchtungen ankommt, die von einerley Flamme in verſchiedenen Entfernungen auf eine weiſſe Fläche fällt. Vermöge des Verſuchs war alſo $\frac{b^2 S \sin \alpha^2}{R^2} =$

$= \frac{E^3 \cdot s}{4\pi d^2}$. In der darauf folgenden Nacht, als der Vollmond gleichfalls die Höhe von 31° erreicht hatte, ließ er das Mondenlicht durch eben das Zerſtreuungsglas fallen, und fieng es mit derſelben weiſſen Fläche ſo nahe beym Glaſe auf, daß es nur einen kreisförmigen Raum von 8 Linien im Durchmeſſer einnahm. Dieſes Kreiſes Halbmeſſer ſey ϱ ſo war $\varrho = 4$ Linien: und wenn der Glanz des Monds $= \Sigma$, ſein ſcheinbarer Halbmeſſer $= \beta$ geſetzt wird, ſo war die Erleuchtung $= \frac{b^2 \Sigma \sin \beta^2}{\varrho^2}$. Zugleich ward dieſelbe Ebene von der vorhin gebrauchten Kerze in einer Entfernung $\delta = 50$ Fuß $= 600$ Zoll eben ſo ſtark erleuchtet: mithin war auch $\frac{b^2 \Sigma \sin \beta^2}{\varrho^2} = \frac{E^3 \cdot s}{4\pi \delta^2}$. Demnach hat man

$$S : s = \frac{E^3}{4\pi d^2} : \frac{b^2 \sin \alpha^2}{R^2},$$

$$s : \Sigma = \frac{b^2 \sin \beta^2}{\varrho^2} : \frac{E^3}{4\pi \delta^2},$$

alſo ferner $S : \Sigma = \frac{\sin \beta^2}{\varrho^2 d^2} : \frac{\sin \alpha^2}{R^2 \delta^2}$.

Die ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne und des Monds ſind nur wenig verſchieden, und weil bey dieſer Rechnung nicht die gröſte Schärfe nöthig iſt, ſo kann man ſie gleich groß annehmen, und man erhält $S : \Sigma = R^2 \cdot \delta^2 : \varrho^2 d^2$.

Ver-

Vermöge des Verſuchs war alſo $S : \Sigma = 54^2 : 600^2 : 4^2 . 16^2 = 27^2 . 75^2 : 4^2 = 4100625 : 16$, oder $S : \Sigma = 256289 : 1$.

Verſuche dieſer Art ſind ſo ſicher nicht, daß bey Wiederholung derſelben nicht ſollten merklich verſchiedene Zahlen gefunden werden. Als im Julius des Jahrs 1725 der Vollmond einfiel, fand Herr Bouguer $S = 284089 . \Sigma$, und im Auguſt $S = 331776 . \Sigma$, noch einandermahl $S = 302500 . \Sigma$: er ſchließt daraus, man könne als eine Mittelzahl annehmen, der Glanz der Sonne ſey 300000mahl gröſſer, als die Klahrheit des Vollmonds. Man kann nur die mittlere Klarheit des Mondes verſtehen, weil er wegen der Flecken keine gleichförmige Klarheit hat.

195. §.

Bey den meiſten Perſonen hat das Auge die Einrichtung, welche bey mittelmäßiger Entfernung der betrachteten Sachen zum deutlichen Sehen erfodert wird: deßwegen müſſen ſolche die ſehr weit entfernt ſind, wie die Gegenſtände, vom geſtirnten Himmel, undeutlich geſehen werden. Was dies für einen Erfolg haben muß, läßt ſich aus demjenigen einigermaſſen beurtheilen, was bisher vom undeutlichen Bilde der Glaslinſen iſt vorgetragen worden. Demnach ſtelle in der 95 Figur *uv* oder *il* die Netzhaut im Auge vor, ſo iſt $\omega\sigma$ oder $\Theta\Delta$ das auf die Netzhaut projicirte deutliche Bild, deſſen Halbmeſſer als ein kleiner Kreisbogen angeſehen werden kann, wenn des geſehenen Gegenſtandes ſcheinbarer Halbmeſſer ein Winkel von wenigen Minuten

95 Fig.

nuten ist. Bey Anwendung dieser Lehren auf das undeutliche Sehen ist es am bequemsten, wenn man sowohl diesen Halbmesser des projicirten undeutlichen Bildes, als auch die übrigen bisher betrachteten Halbmesser des Zerstreuungskreises, des falschen Bildes und des ganzen undeutlichen Bildes als kleine Kreisbogen betrachtet, die zum Halbmesser $Kc = a$ gehören, und selbige alsdenn in Minuten und Secunden ausdrückt. So verfährt H. Jurin in seiner oben (148. §.) schon angeführten **Abhandlung von deutlichen und undeutlichen Sehen.** Was bisher *r* geheissen hat, ist solchergestalt ein kleiner Bogen, der mit dem Halbmesser des deutlichen Bildes eben so ausgedrückt einerley Zahl von Minuten und Secunden fasset: darum nennt H. Jurin dies *r* schlechthin das **wahre Bild.** Weil wir die Grösse einer Sache aus der Grösse des optischen Winkels POQ am Auge beurtheilen, und der Winkel *poq* diesem proportional ist; so rechtfertiget sich daher jener Redegebrauch. Sollte vielleicht die scheinbare Grösse einer undeutlich gesehenen Sache allein von der Grösse des erleuchteten Theils der Netzhaut abhängen, so scheint es, daß man annehmen könne, **die scheinbare Grösse sey dem Halbmesser des ganzen undeutlichen Bildes proportional.** Wenn man sich nemlich vorstellt, daß die Strahlen, welche sich in *q* sammlen sollten, in dem Raum eines Zerstreuungskreises ausgebreitet sind, dessen Halbmesser *qr* ist; so würde *pOr* der zum undeutlichen Bilde gehörige optische Winkel seyn. 101 Fig.

196. §.

196. §.

Beym undeutlichen Sehen wird das Auge vom gleichförmig erleuchteten Kern des undeutlichen Bildes auf der Netzhaut, der eigentlich das falsche Bild ausmacht, eben so gerührt, als wenn das Auge sonst ein gleichförmig glänzendes Object von einem scheinbaren Durchmesser so groß, als der Durchmesser des falschen Bildes in Minuten und Secunden ausgedrückt, deutlich siehet: von dem Halbschattenringe aber eben so, als wenn jenes Object noch mit einem Ringe umgeben wäre, dessen Glanz gegen den äussern Umfang zu abnähme. Wenn also gleich das Object wirklich einen gleichförmigen Glanz hat, so muß es doch so scheinen, als wäre nur ein Theil desselben um die Mitte herum gleichförmig glänzend mit scheinbar abnehmenden Glanz gegen den äussern Umfang zu. Wenn also die beyden Halbmesser r und ϱ in Minuten und Secunden ausgedrückt sind, so wird diesen Schlüssen gemäß $r + \varrho$ der scheinbare Halbmesser des Objects zu seyn scheinen, das eigentlich unter dem scheinbaren Halbmesser r gesehen wird. Weil jedoch der Halbschattenring ganz nahe bey seinem äussern Umfange nur schwach erleuchtet ist; so kann es seyn, daß er daselbst nicht empfindlich genug bleibt, und daß das Object unter einem scheinbaren Halbmesser gesehen wird, der nicht völlig $= r + \varrho$ ist.

Hat das Object einen sehr starken Glanz, so ist der Halbschatten in der Nähe seines äussern Randes stärker erleuchtet, als wenn der Glanz des Objects schwächer wäre. Zwey ungleich stark glänzende Objecte, die so weit entfernt sind, daß sie beym deutlichen

chen Sehen einen gleichen ſcheinbaren Halbmeſſer hätten, würden alſo beym undeutlichen Sehen, wofern alles übrige gleich bliebe, ungleich groß, das ſtärker glänzende gröſſer als das ſchwächer glänzende zu ſeyn ſcheinen. Weil aber die Gröſſe des Zerſtreuungshalbmeſſers in einerley Entfernung von der Kryſtallinſe dem Halbmeſſer der Oefnung des Sterns im Auge proportional iſt: weil ferner dieſe Oefnung des Sterns beym ſtärker erleuchteten Bilde kleiner, bey ſchwächerer Erleuchtung deſſelben gröſſer iſt: ſo erhellet, daß bey gleicher Entfernung gleich groſſer und ungleich ſtark glänzender Objecte der undeutlich geſehene Halbmeſſer des ſtärker glänzenden Objects um deßwillen kleiner ſey als der Halbmeſſer des ſchwächer glänzenden, weil der ſtärkere Glanz die Oefnung des Sterns im Auge und damit zugleich den Zerſtreuungshalbmeſſer vermindert.

197. §.

H. Jurin, a. a. O. n. 20. muthmaſſet, daß bey Augen, die man für gut hält, der Zerſtreuungshalbmeſſer 2 Minuten betrage, wenn ſie Gegenſtände am geſtirnten Himmel betrachten. Hätte dies ſeine Richtigkeit, ſo würde der undeutlich geſehene ſcheinbare Durchmeſſer des Vollmonds 36 Minuten, der ſcheinbare Durchmeſſer des gleichförmig glänzenden Kerns 28′ betragen, wenn ſein deutlich geſehener ſcheinbarer Durchmeſſer 32′ ausmacht. Allein der Mond zeigt die dieſer Vorausſetzung gemäſſe Erſcheinung nicht, der Rand erſcheint nicht ſchwächer erleuchtet, als die übrigen Stellen näher beym Mittelpunct. Die Urſache könnte wohl vornemlich dieſe ſeyn, weil wegen der ſchon ziemlich

ſtarken Erleuchtung, die der Vollmond ins Aug ſchickt, der Stern im Auge bey Betrachtung deſſel ben nur eine kleine Oefnung, und eben darum de Zerſtreuungshalbmeſſer keine beträchtliche Gröſſe hat Bey Betrachtung eines Planeten, oder eines Fix ſterns, hat der Stern im Auge gewiß weit meh Oefnung, und der Zerſtreuungshalbmeſſer könnt bey Betrachtung eines Fixſterns zwey Minuten be tragen, wenn er vielleicht bey Betrachtung des Mon des nicht über $\frac{2}{3}$ einer Minute ausmacht. Seh kurzſichtigen Perſonen ſcheint indeſſen der Vollmond merklich gröſſer, als ſolchen, die ſcharf und deutlich in die Ferne ſehen, und es leidet wohl keinen Zwei fel, daß ſich ihnen nicht ohngefehr eine ſolche Er ſcheinung darſtelle, wie dieſen Schlüſſen gemäß iſt

198. §.

Der ſcheinbare Durchmeſſer, unter welchem ein Fixſtern deutlich würde geſehen werden, iſt ſo seh klein, daß er für keinen derſelben eine Secunde be trägt: alſo iſt bey Betrachtung eines Fixſterns de Halbmeſſer des ganzen undeutlichen Bildes $R = \varrho +$ r vom Zerſtreuungshalbmeſſer nicht merklich verſchie den: dieſerwegen müſten alle Fixſterne gleich groß erſcheinen, wenn ihre ſcheinbare Gröſſe allein von der Gröſſe des undeutlichen Bildes auf der Netzhaut abhienge. Es iſt aber eine ſehr bekannte Sache, daß die Fixſterne eben wegen ihrer ſehr merklich verſchie denen ſcheinbaren Gröſſe von den ältern Aſtronomen ſchon in ſechs bis ſieben Claſſen nach der Ordnung ihrer ſcheinbaren Gröſſe ſind eingetheilt worden: alſo muß beym undeutlichen Sehen noch ein andrer Um

ſtand

stand hinzu kommen, woraus sich diese Verschiedenheit erklären läßt. Vielleicht kommt man der Sache näher, wenn man mit H. Lambert (Photomet. Part. VI. Cap. II. §. 1117 sqq. pag. 495 sqq.) annimmt, das undeutliche Bild auf der Netzhaut sey zwar für alle Fixsterne gleich groß, und dem Zerstreuungskreise gleich, es sey aber nicht für alle in seinem ganzen Umfange empfindlich. Für verschiedene Fixsterne könnte wohl, wegen der Verschiedenheit ihres Glanzes, und der verschiedenen Lebhaftigkeit, womit das von ihnen ins Auge geschickte Licht die Netzhaut und ihre Fibern rührt, das empfindliche Bild verschieden seyn, wenn gleich das erleuchtete Bild für alle gleich groß wäre. Diejenigen Fibern und Nervenfäserchen der Netzhaut, welche das erleuchtete Bild zunächst umgeben, werden vielleicht wegen ihrer Verbindung unter einander mit gereizt, und dadurch die Empfindung einer mehrern Grösse des betrachteten Objects veranlasset, als dem erleuchteten Bilde allein gemäß wäre. Beym lebhaftern Licht könnte also wohl der Umfang des empfindlichen Bildes grösser seyn, als beym schwächern Licht, wenn letzteres die Fibern der Netzhaut nicht so lebhaft rührt.

Der XII. Abschnitt.

Die Gesetze der Schwächung des Lichts in durchsichtigen Massen mit einigen Anwendungen besonders auf die Atmosphäre.

199. §.

111 Fig. Ein Sonnenstrahl AB, der im finstern Zimmer mit einer ebenen Glastafel RPQS aufgefangen wird, stellet folgende Erscheinungen dar. Wenn derselbe in B auffällt, so wird ein Theil der gesammten Lichtmenge, die den Strahl AB ausmacht, von der Vorderfläche PQ spiegelartig zurück geworfen, auch ist die Stelle B, wo der Strahl auffällt, von welcher Seite man ihn auch betrachtet, zu sehen, also wird ausser dem spiegelartig zurück gehenden Licht noch etwas nach allen Seiten zerstreuet. Der ausserdem noch übrige Theil wird in die Lage BC gebrochen, der Raum BC, durch welchen das Licht im Glase hindurch gehet, ist wiederum von allen Seiten zu sehen, und bey C erfolgt nicht allein die zweyte Brechung, sondern auch überdem zum Theil eine spiegelartige Zurückstrahlung nach CD. Das auf D fallende Licht wird von neuen zum Theil in D*d* gebrochen, zum Theil nach DE zurück geworfen; was auf E fällt, leidet eine neue Brechung in E*e*, und ein Theil davon strahlt nach EF zurück. Auch dieser auf F fallende Theil wird nach F*f* gebrochen, ein andrer Theil strahlt nach FG zurück, leidet bey G eine neue Brechung in G*g*, jedoch so, daß abermahl ein Theil

nach

nach GH zurück ſtrahlet. Die Stellen B, C, D, E, F, G, H, I, u. ſ. f. ſind ſehr kenntlich, und wenn RPQS eine etwas dicke Glastafel iſt, ſo iſt der gebrochene Weg BCDEFGHI des Lichts im Glaſe ganz wohl wahrzunehmen. Fängt man die Strahlen, welche zu beyden Seiten aus der Glastafel in die Luft fahren, mit einem weiſſen Papier auf, ſo zeigen ſich auf demſelben eben ſoviele kleine Sonnenbilder. Das erſte, welches von dem zurück geworfenen Strahl B*b* herrührt, iſt ſchwächer, als dasjenige, welches der zum zweytenmahl gebrochene Strahl C*c* aufs Papier wirft. Die folgenden Bilder, welche die aus dem Glaſe in die Luft gehenden Strahlen D*d*, E*e*, F*f*, G*g*, H*h*, I*i*, zuwege bringen, werden nach der Ordnung immer ſchwächer, bis endlich das zehnte oder zwölfte Bild kaum merklich bleibt. Wird der Einfallswinkel PBA vergröſſert, ſo rücken dieſe Sonnenbilder näher zuſammen, und verlieren ſich deſto früher in einander, je geringer die Dicke der Glastafel, und je gröſſer die Oefnung iſt, durch welche das Sonnenlicht einfällt.

200. §.

In dem Verſtande iſt keine Maſſe in der Natur durchſichtig, daß ſie alles auffallende Licht durchlieſſe, und gar nichts entweder ſpiegelartig zurück würfe, oder doch ſchon an der Stelle, wo es auffällt, etwas nach allen Seiten zerſtreuete. Die mehrere oder mindere Durchſichtigkeit hängt ab von der gröſſern oder geringern Menge des innerhalb der Maſſe, und an der zurückwerfenden und brechenden Fläche ſelbſt zerſtreueten Lichts. Eine **vollkommen durchſichtige Maſſe** wäre diejenige, welche gar kein Licht

zerſtreuete, und alles, was nicht ſpiegelartig zurück geworfen wird, durchlieſſe. In unvollkommen durchſichtigen Maſſen ſind die Theilchen, welche den Durchgang des auf ſie fallenden Lichts hindern, oder ſelbiges innerhalb der Maſſe zerſtreuen, entweder durch die ganze Maſſe gleichförmig, oder ungleichförmig vertheilt, und ſie kann im erſten Fall eine gleichförmig durchſichtige, im zweyten Fall eine ungleichförmig durchſichtige Maſſe heiſſen.

201. §.

112 Fig. Die Maſſe HFGI ſey gleichförmig durchſichtig, und zwiſchen den parallelen Ebenen FG, HI eingeſchloſſen; auch ſey eben dieſe Maſſe mit andern den äuſſern Gränzen FG, HI, parallelen Ebenen in ſoviele Schichten von gleicher Dicke, als man will, getheilt. Wenn alsdenn in B die Lichtmenge L ſenkrecht auffällt, ſo geht gleich anfangs theils wegen der ſpiegelartigen, theils wegen der nach allen Seiten erfolgenden Zurückſtrahlung ein Theil davon ab, und der übrige Theil dringt in die Maſſe hinein. Dieſe in die Maſſe wirklich hineinfallende Lichtmenge ſey $= \Lambda$, und dieſelbe vermindere ſich in dem Verhältniß $1 : m$, indem ſie um die Tiefe BC eindringt, ſo daß in C die Lichtmenge $m\Lambda$ anlangt. Wenn alsdenn $CD = BC$ iſt, ſo ſind wegen der gleichförmigen Durchſichtigkeit von C bis D eben die Urſachen der Zerſtreuung des Lichts vorhanden, die von B bis C vorhanden waren: alſo hat man Grund, wenigſtens bis auf weitere Prüfung anzunehmen, die in C angelangte Lichtmenge $m\Lambda$ vermindere ſich von C bis D wieder in dem Verhältniß $1 : m$, und die in D anlangende Lichtmenge

menge sey $= m^2 \Lambda$. Man setze BC $= c$, so will diese Voraussetzung soviel sagen: wenn das Licht in der gleichförmig durchsichtigen Masse die Wege c, $2c$, $3c$, und überhaupt nc zurückgelegt hat, so habe sich die anfänglich bey B einfallende Lichtmenge Λ in die Lichtmengen $m\Lambda$, $m^2\Lambda$, $m^3\Lambda$, und allgemein ausgedrückt in die Lichtmenge $m^n\Lambda$ verwandelt.

202. §.

Eine Gleichung zu finden, welche das Gesetz ausdrückt, in welchem Verhältniß das Licht vermindert wird, wenn es in einer gleichförmig durchsichtigen Masse einen gegebenen Weg zurück leget.

Aufl. Wenn der zurück gelegte Weg $= nc$ ist, so ist die noch übrige Lichtmenge $= m^n\Lambda$. (201. §.) Man setze $m^n\Lambda = Z$, und $1 : m = a : b$, so muß $b < a$ seyn, weil $m < 1$ ist, und man hat $\frac{b^n}{a^n} \cdot \Lambda = Z$, mithin $\frac{\Lambda}{Z} = \frac{a^n}{b^n}$. Man nehme auf beyden Seiten die Logarithmen, so erhält man $l\frac{\Lambda}{Z} = nl\frac{a}{b}$. Ferner sey $nc = x$, so ist $n = \frac{x}{c}$, also $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c} l\frac{a}{b}$, und man muß bemerken, daß den Schlüssen des 201. §. gemäß das Verhältniß $a : b = 1 : m$ dasjenige sey, in welchem das Licht abnimmt, wenn es in die Masse um die Tiefe c eindringt. Wenn also

also vermittelst eines Versuchs dies Verhältniß $a : b$ für die bekannte Tiefe c gefunden ist, so kann vermittelst der Gleichung $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}\, l\frac{a}{b}$ das Verhältniß $\Lambda : Z$ für jede andre Tiefe x gefunden werden, wenn man die Zahl sucht, die mit dem Logarithmen $\frac{x}{c}\, l\frac{a}{b}$ zusammen gehört.

Eben dieselbe Gleichung giebt umgekehrt den Weg $x = \frac{c \,.\, l(\Lambda : Z)}{l(a : b)}$, den das Licht in eben der Masse zurück legen muß, wenn es in jedem andern Verhältnisse $\Lambda : Z$, das von $a : b$ verschieden ist, abnehmen soll.

203. §.

Will man die Durchsichtigkeit verschiedener, jedoch für sich gleichförmig durchsichtiger Massen mit einander vergleichen, so ist es wohl am natürlichsten anzunehmen, eine Masse sey nochmahl so durchsichtig, als eine andre, wenn bey gleicher Dicke das Verhältniß der Lichtverminderung, also der Logarithme dieses Verhältnisses für die erste Masse nur halb so groß, als für die andre ist. Ueberhaupt also würde sich **die Durchsichtigkeit umgekehrt verhalten, wie der Logarithme des Verhältnisses der Lichtverminderung bey gleicher Dicke.**

Wenn dagegen bey gleichem Verhältniß der Lichtverminderung die Dicke der einen Masse nochmahl so groß ist, als die Dicke der andern, so ist die erste Masse nochmahl so durchsichtig, als die andre: denn bey

bey gleicher Dicke, alſo für die erſte Maſſe bey ihrer halben Dicke, wäre das Verhältniß der Lichtverminderung nur halb ſo groß, als für die andre. Demnach verhalten ſich die Durchſichtigkeiten zweyer Maſſen auch, wie die Tiefen, um welche das Licht bey einerley Verhältniß der Lichtverminderung in beyde eindringt.

204. §.

Weil es gleichgültig iſt, aus welchem Syſtem man die Logarithmen nehmen will, wenn vermittelſt der Gleichung $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{e} l\frac{a}{b}$ das Verhältniß der Lichtverminderung gefunden werden ſoll; ſo könnte man die Briggiſchen, als die bekannteſten brauchen. Wenn alsdenn e diejenige Tiefe iſt, um welche das Licht in die Maſſe eindringen muß, wenn es im Verhältniß 10 : 1 abnehmen ſoll; ſo muß $a : b = 10 : 1$ ſeyn, und es iſt log. Brigg. $\frac{a}{b}$ alsdenn $= 1$, mithin $e = \frac{x}{\text{l. Brigg. } (\Lambda : Z)}$. Kann man hiernächſt vermittelſt eines Verſuchs finden, welche Tiefe x mit einem bekannten Verhältniß $\Lambda : Z$ zuſammen gehöre; ſo giebt die Gleichung $e = \frac{x}{\text{l. Brigg. } (\Lambda : Z)}$ die Tiefe, um welche das Licht in dieſelbe Maſſe, womit der Verſuch angeſtellet iſt, eindringen müſſe, wenn es in dem Verhältniß 10 : 1 abnehmen ſoll. Stellt man den Verſuch eben ſo für mehrere Maſſen an, ſo verhalten ſich die ſo gefundenen Tiefen, wie die Durchſichtigkeiten der Maſſen.

Bey sehr durchsichtigen Massen ist der Weg sehr groß, den das Licht zurück legen muß, wenn es zehnmahl schwächer werden soll: deßwegen setzt man bequemer das Verhältniß $e : 1$ zum Grunde, wenn e die basis der natürlichen Logarithmen bezeichnet: (M. s. den am Ende dieses Buchs beygefügten Zusatz) da dann $e : 1 = 2{,}71828 \ldots : 1$ beynahe $= 19 : 7$, oder auch ziemlich nahe $= 8 : 3$ ist. Soll demnach c die Tiefe seyn, um welche das Licht eindringen muß, bevor es in dem Verhältniß $8 : 3$ geschwächt ist, so wird $\text{l. nat.} \frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}$, und $c = \frac{x}{\text{l. nat.}(\Lambda : Z)}$, mithin auch $c = \frac{x}{2{,}302585 \text{ l. Brigg.}(\Lambda : Z)} = \frac{0{,}4342944 \cdot x}{\text{l. Brigg.}(\Lambda : Z)}$.

205. §.

Man findet beym Herrn Bouguer sowohl, als auch beym Herrn Lambert, in ihren mehrmahls angeführten photometrischen Werken, mehrere Methoden beschrieben, wie man verfahren kann, um vermittelst eines Versuchs das Verhältniß der Lichtverminderung zu finden, welches mit einem bekannten in der Masse zurück gelegten Wege zusammen gehört, wovon ich hier wegen der nöthigen Kürze nur einige Resultate anführen kann. Sechs auf einander gelegte Stücken Spiegelglas, zusammen $11\frac{1}{2}$ Linien dick, haben nach H. Bouguer das Licht in dem Verhältniß $10 : 3$, einandermahl in dem Verhältniß $100 : 27$ vermindert. Ein einziges solides Stück Glas, das eben die Dicke hätte, als jene zusammen

sammen genommen, aber nicht aus mehrern auf einander gelegten Plangläsern bestünde, würde jedoch das Licht nicht in eben dem Verhältniß vermindern, wenn gleich die Glasmasse für sich eben die Durchsichtigkeit hätte. H. Lambert hat über den Durchgang des Lichts durch solche auf einander gelegte Glastafeln ihm eigene scharfsinnige Untersuchungen angestellet. (Photomet. P. II. Cap. II.) Nach einer Erfahrung, die H. Bouguer im Traité d' Optique Liv. I. Sect. II. Art. V. p. 60 anführt, hat derselbe ein 3 Zoll dickes Stück Glas gesehen, welches das Licht kaum bis zur Hälfte verminderte. Wird also in der Gleichung $c = \frac{0{,}4342944 \cdot x}{\text{l. Brigg.}(\Lambda : Z)}$ das Verhältniß $\Lambda : Z = 2 : 1$, und $x = 3$ Zoll gesetzt, so findet man für diese Glasart $c = 4{,}318$ Zoll, ohngefehr $4\frac{1}{3}$ Zoll, als die Dicke des Glases, die es haben muß, um das Licht im Verhältniß 8 : 3 zu schwächen.

206. §.

Wasser ist ungemein viel durchsichtiger, als Glas. Um die Durchsichtigkeit des Meerwassers zu prüfen, bediente sich Herr Bouguer eines 9 Fuß 7 Zoll langen Canals, dessen äusserste Enden mit einer Glasscheibe verschlossen waren. Dadurch ließ er das Licht einer ziemlich weit entfernten Fackel zur Nachtzeit fallen, und fieng es mit einer weissen Fläche auf. Eine andre weisse Fläche war eben so stark erleuchtet, wenn er eine Wachskerze 9 Fuß weit davon entfernte. Nun füllte er den Canal mit Wasser, so ward die Erleuchtung der ersten Fläche geschwächt, und die Kerze muste 16 Fuß weit von der andern Fläche

Fläche entfernt werden, um ihre Erleuchtung eben so zu schwächen. Das giebt für das Verhältniß der Lichtverminderung $16^2 : 9^2$ beynahe 3 : 1. Ein Mittel aus mehrern Versuchen gab 14 : 5, = 2, 8 : 1, und dies Verhältniß kommt dem Verhältniß $e : 1 = 2{,}71828\ldots : 1$ ziemlich nahe. Indessen hält Hr. Bouguer diese Versuche nicht für zuverläßig genug, und schreibt dem Meerwasser aus andern Gründen eine grössere Durchsichtigkeit zu, vermöge der es in der Tiefe von 10 Fuß das Licht nur im Verhältniß 5 : 3, vielleicht nur 5 : $3\frac{1}{2}$ vermindre. Noch an einer andern Stelle giebt es dies Verhältniß = 3 : 2 für 10 Fuß Tiefe an. Bleibt man bey dieser Bestimmung, so wird $c = \frac{4342944 \cdot 10}{1760913} =$ $24\frac{2}{3}$ Fuß für die Tiefe gefunden, womit das Verhältniß der Lichtverminderung 8 : 3 zusammen gehört.

Im Glase ward das Licht schon in eben dem Verhältniß geschwächt, wenn es in demselben einen Weg von $4\frac{1}{3}$ Zoll oder $\frac{13}{36}$ Fuß zurücklegt: also ist das Meerwasser, wenn anders jene Bestimmungen nicht zu sehr fehlerhaft sind, $\frac{74 \cdot 36}{3 \cdot 13}$ oder $\frac{12}{13} \cdot 74 = 68$ mahl durchsichtiger, als die damit verglichene Glasart.

207. §.

Wenn in dem festgesetzten Sinn die Durchsichtigkeit einer Masse bekannt ist, so giebt die Gleichung l. nat. $\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}$ auch die Tiefe $x = c \cdot$

log.

log. nat $\frac{\Lambda}{Z}$, um welche das Licht in die Maſſe eindringen muß, um eine Schwächung des Lichts im gegebenen Verhältniß $\Lambda : Z$ zuwege zu bringen. Man kann aber auch eben ſo bequem aus der allgemeinen Gleichung $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}\ l\frac{a}{b}$ rechnen, woraus wie im 202. §. ſchon bemerkt iſt, $x = \frac{c \cdot l(\Lambda : Z)}{l(a : b)}$ gefunden wird. Alsdenn iſt es gleichgültig, was man für Logarithmen brauchen will, und man kann die Briggiſchen nehmen; nur muß für einen beſondern Fall bekannt ſeyn, welche Tiefe c mit einem bekannten Verhältniſſe $a : b$ zuſammen gehört.

Geſetzt die Frage wäre: in welcher Tiefe des Meers der Glanz der Sonne der Klarheit des Mondes gleich zu ſeyn ſcheinen würde: kann man vorausſetzen, der Glanz der Sonne ſey 300000mahl gröſſer als der Glanz des Mondes; (194. §.) ſo muß man die Tiefe x ſuchen, welche mit dem Verhältniß $\Lambda : Z = 300000 : 1$ zuſammen gehört. Bleibt es alsdenn bey der Vorausſetzung, daß die Tiefe $c = 10$ Fuß mit dem Verhältniß $a : b = 3 : 2$ zuſammen gehöre, ſo findet man $x = \frac{10 \cdot 5{,}4771213}{0{,}1760913} = 311$ Fuß.

208. §.

Wofern das im 201. §. angenommene Geſetz der Schwächung des Lichts in durchſichtigen Maſſen, ver-

vermöge deſſen das Licht in geometriſcher Progreßion abnimmt, wenn die Tiefe, um welche es eindringt, in arithmetiſcher Progreſſion wächſt, der Natur gemäß iſt: ſo kann das Licht eigentlich nie ganz verſchwinden, vielmehr muß bey jeder Dicke des durchſichtigen Körpers noch etwas durchfallen, es ſey ſo wenig es wolle. Dieſe noch durchfallende Lichtmenge kann jedoch ſo geringe ſeyn, daß ſie für unſre Empfindung nicht mehr merklich iſt, und alsdenn iſt der Körper wenigſtens für unſre Empfindung undurchſichtig. Demnach folgt aus dieſem Geſetz der Schwächung des Lichts noch eben das, was im 162. §. angenommen ward: alle durchſichtige Maſſen kommen mit denjenigen, die wir undurchſichtig nennen, darin überein, daß ſie bey einer gewiſſen Dicke, ſollte dieſe auch ſehr groß ſeyn, für unſre Empfindung undurchſichtig werden. Das Sonnenlicht iſt das ſtärkſte, was wir kennen. Wüſte man alſo, wie dick eine Maſſe von bekannter Durchſichtigkeit ſeyn muß, wenn das noch durchfallende Sonnenlicht nicht mehr empfunden werden kann: ſo lieſſe ſich daraus finden, in welchem Verhältniß das Sonnenlicht abnehmen muß, wenn es unſer Auge nicht mehr empfindlich rühren ſoll. Eben dies Verhältniß würde zugleich dienen, zu finden, bey welcher Dicke jede andre Maſſe, deren Durchſichtigkeit bekannt iſt, durchſichtig zu ſeyn, aufhöre. Denn iſt ein Körper für das Sonnenlicht undurchſichtig, ſo iſt er es auch für jedes ſchwächere Licht.

209. §.

209. §.

H. Bouguer legte 16 Scheiben aus gemeinem Glase auf einander, und fand, daß sie das auffallende Licht 247mahl schwächer machten. Durch 76 bis 77 Scheiben von eben der Glasart konnte er nicht die geringste Spur vom Sonnenlicht mehr sehen, zu einer Zeit, da die Sonne 50 Grade hoch stand. Er nimmt also an, daß sicher durch 80 solche Scheiben kein Sonnenlicht falle, das noch empfunden werden könne, und sucht vermittelst der Gleichung $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}\ l\frac{a}{b}$, in welchem Verhältnisse das Sonnenlicht durch 80 solche Scheiben vermindert werde. Wenn nemlich $x = 80$, $c = 16$, $\frac{a}{b} = 247$ gesetzt wird, so findet man $l\frac{\Lambda}{Z} = 5\ l\ 247 = 11{,}9634850$, also $\frac{\Lambda}{Z}$ ohngefehr $= 91935860000$. Was bey dieser Rechnung zum Grunde gesetzt wird, als werde das Licht beym Durchgang durch auf einander gelegte Glasscheiben eben so geschwächt, als wenn es durch ein eben so dickes maßives Stück Glas fiele, ist nicht vollkommen richtig, wie schon oben bemerckt ist: (203. §.) beym H. Lambert (Photom. 450 u. f. §. §.) findet man darüber schärfere Untersuchungen.

Will man indessen jene Bouguersche Zahl als ohngefehr richtig gelten lassen, so kann man auf folgende Art die Tiefe des Meeres suchen, wohin kein für uns empfindliches Sonnenlicht mehr kommen kann. Man behalte $c = 10$ Fuß für $a : b = 3 : 2$,

3 : 2, und nehme $l\frac{\Lambda}{Z} = 11{,}9634850$, so findet man $x = \frac{c \,.\, l(\Lambda : Z)}{l(a:b)} = \frac{10 \,.\, 11{,}9634850}{0{,}1760913} =$ 679 Fuß.

210. §.

Ueber die Durchsichtigkeit der heitern Luft, wenn sie, wie hier vorausgesetzt wird, wenigstens von groben Dünsten frey ist, haben die Herrn **Bouguer** und **Lambert** ebenfalls Untersuchungen angestellet, die jedoch theils zu weitläuftig sind, theils zuviele Theorie aus der höhern Mathematik voraussetzen, als daß sie hier vollständig mitgetheilet werden könnten. Wenn das Sonnenlicht durch die Atmosphäre fällt, so durchdringt es eine Masse, die eben darum, weil die Dichtigkeit der Luft von der höchsten Gränze der Atmosphäre gegen die Erdfläche zu beständig grösser wird, auch auf diesem Wege den das Sonnenlicht nimmt, nicht gleichförmig durchsichtig ist. Wenn dagegen das von einer Lichtflamme, oder sonst von einer glänzenden Masse herkommnde Licht einen wagrechten mit der Erdfläche parallelen Weg nimmt, so bleibt es in mäßigen Entfernungen in Luft von einerley Dichtigkeit, mithin auch von gleichförmiger Durchsichtigkeit.

Fällt das Sonnenlicht vertical durch die Atmosphäre herab, so siehet man wohl, daß es in eben dem Verhältniß würde geschwächt werden, wenn die ganze Atmosphäre soweit zusammengepreßt wäre, daß sie überall mit der untersten Luft einerley Dichtigkeit hätte. Wäre alsdenn k die Höhe der so zusam-

sammen gedrückten Atmosphäre, und wäre diese Höhe richtig bekannt, die vielleicht nach H. Bouguer Bestimmung 4197 Toisen beträgt; (40. §. Aerom.) wäre überdem das Verhältniß bekannt, in welchem das Sonnenlicht geschwächt wird, wenn es vertical herab fällt: so wäre wenigstens die Durchsichtigkeit der untern Luft bekannt. Nach H. Bouguer wäre dis Verhältniß 1 : 0,8123, ohngefehr = 5 : 4, (Traité d' Optique Liv. I. Sect. II. Art. IX. pag. 79. sqq.) in diesem Verhältniß würde also das Licht geschwächt, wenn es in der untern Luft einen Weg von ohngefehr 4000 Toisen zurück legt. Nach Herrn Lambert aber wäre jenes Verhältniß = 1 : 0,5889 fast = 5 : 3, also die Undurchsichtigkeit der Luft grösser, als nach H. Bouguer (Photom. Part. V. Cap. I. §. 886. p. 387.)

211. §.

Je weiter die Sonne vom Scheitel entfernt, und je näher sie dem Horizont ist, desto grösser ist der Weg, den das Sonnenlicht in der ungleichförmig dichten Luft zurück legen muß, also das Verhältniß der Schwächung des Lichts auch desto grösser. Nach H. Lamberts darüber angestellten Untersuchungen wächst der Logarithme des Verhältnisses, worin das Sonnenlicht in der Atmosphäre geschwächt wird, beynahe im Verhältniß des Abstandes der Sonne vom Scheitel, wenigstens so lange sie dem Horizont nicht sehr nahe kommt. Weil $l\frac{10000}{5889} = 0{,}2299584$ beynahe $= 0{,}23$ gefunden wird, so ist für den Fall der im Scheitel stehenden Sonne $l\frac{\Lambda}{Z} = 0{,}23$, und nach H. Lambert hat man für

jeden Abstand γ vom Scheitel $l\frac{\Lambda}{Z} = 0{,}23 \cdot \sec\gamma$ nur muß γ den rechten Winkel nicht sehr nahe kommen. Uebrigens scheinen H. Bouguer und H. Lambert darin überein zu kommen, daß das Licht der im Horizont stehenden Sonne in der Atmosphäre 2000mahl schwächer werde, bevor es zur Erdfläche gelangt.

212. §.

Was wir das Tageslicht nennen, wenn wir es vom Sonnenlicht unterscheiden, ist nichts anders als Sonnenlicht, das die Lufttheilchen, welche die Sonne erleuchtet, zurück senden, und nach allen Seiten zerstreuen: jeden Lufttheilchen kann man alsdenn in eben dem Verstande eine gewisse Klarheit zuschreiben, in welchem man sonst für sich dunklen von der Sonne erleuchteten Massen eine gewisse Klarheit zu-
117 schreibt. Es sey AD ein Stück der Erdfläche nur
Fig. so groß, daß die Krümme desselben noch nicht sehr beträchtlich ist, damit man es als eine ebene Fläche betrachten kann, und CB sey die äussere mit AD parallele Gränze der Atmosphäre. Das Sonnenlicht falle in der Richtung LA durch die Atmosphäre, und CAL sey der Abstand der Sonne vom Scheitel: so wird ein Theil des Sonnenlichts von den Lufttheilchen, die es durchdringt, zurückgeworfen, und nach allen Seiten zerstreuet. Diejenige Menge, welche auf das Element A*a* fallen würde, wenn die Atmosphäre vollkommen durchsichtig wäre, sey $= L$, die darauf wirklich fallende $= \lambda$, so ist der unterweges in der Luft zerstreuete Theil $= L - \lambda$.

Dieser

Dieſer zerſtreuete Theil des Lichts wird auf unzählig mannigfaltige Arten von den Lufttheilchen nach allen Seiten umher zurück geworfen, zum Theil aufwärts, zum Theil unterwärts, auch zerſtreuet ſich wiewohl wahrſcheinlich nur ein ſehr kleiner Theil davon ſo unter den Lufttheilchen, daß derſelbe als verlohren angeſehen werden kann. Allemahl aber fällt auch ein Theil der zerſtreueten Lichtmenge wieder auf AD, und wenn derſelbe ſich zur ganzen zerſtreueten Lichtmenge, wie $n : 1$ verhält; ſo empfängt AD einen Theil des zerſtreueten Lichts $= n\,(L - \lambda) = l$, und das giebt $\frac{\lambda}{l} = \frac{\lambda}{n\,(L-\lambda)} = \frac{1}{n\,(L:\lambda - 1)}$.

213. §.

Jede Stelle Zz der Erdfläche empfängt von allen Seiten her Licht, welches die erleuchteten Lufttheilchen dahin ſenden, nicht anders, als wenn ſich Zz im Mittelpunct einer leuchtenden Halbkugelfläche befände, und von jeder Stelle dieſer Halbkugelfläche eben ſoviel Licht auf Zz fiele, als die Atmoſphäre unter eben dem Einfallswinkel wirklich dahin ſendet. Weil man nun nicht annehmen kann, daß das Licht von allen Seiten her gleichförmig auf die Stelle Zz falle; ſo würde auch bey der vorausgeſetzten Bedingung der Glanz jener Halbkugelfläche, welche die Stelle Zz von allen Seiten her völlig eben ſo, wie die Atmoſphäre erleuchten ſollte, nicht völlig gleichförmig ſeyn. Wenn man indeſſen nur die geſammte Lichtmenge ſucht, welche die Stelle Zz von der Atmoſphäre empfängt; ſo kann man ſich auch eine Halbkugelfläche von gleichförmiger Klarheit 117 Fig.

vorstellen, welche auf Zz eben so viel Licht senden würde, als die ganze Atmosphäre wirklich dahin sendet. Die gleichförmige Klarheit einer solchen Halbkugelfläche, kann die **mittlere Klahrheit der Atmosphäre** heissen.

Diese mittlere Klarheit der Atmosphäre hängt der jedesmahligen Höhe der Sonne über dem Horizont vornehmlich ab: überdem läßt sich die vollständige Theorie von der Klarheit der Atmosphäre, und von der Erleuchtung, welche entweder die ganze Atmosphäre, oder auch nur ein Theil ihrer scheinbaren Halbkugelfläche einer gegebenen Stelle auf der Erde zusendet, nicht wohl ohne Gebrauch der höhern Mathematik vortragen. Deßwegen kann hier nur für den besondern Fall, wenn die Sonne im Scheitel steht, einigermassen gezeigt werden, wie sich die mittlere Klarheit der Atmosphäre mit dem Glanz der Sonne vergleichen lasse.

214. §.

Wenn S den wegen der nicht ganz vollkommenen Durchsichtgkeit der Atmosphäre schon geschwächten Glanz der im Scheitel stehenden Sonne, ϱ ihren scheinbaren Halbmesser bezeichnet; so ist die auf Zz senkrecht fallende Erleuchtung der Sonne $= S \sin \varrho^2$, und was im 209. §. λ war, ist $= Zz \,.\, S \sin \varrho^2$. Ferner war l im 212. §. diejenige Lichtmenge, welche die Atmosphäre auf Zz wirft; und wenn Σ die mittlere Klahrheit der Atmosphäre bezeichnet, so ist $l = Zz \,.\, \Sigma$, weil der scheinbare Halbmesser der ganzen Atmosphäre $= 90°$ ist. Demnach hat man $\frac{\lambda}{l} =$

$= \frac{S \sin \varrho^2}{\Sigma}$, also $\frac{S}{\Sigma} = \frac{\lambda}{\sin \varrho^2 . l'}$, und im 200. §. war $\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{n L : \lambda - 1}$. Wenn also die Zahlen n und $\frac{L}{\lambda}$ gefunden werden könnten, so wäre auch das Verhältniß des in der Atmosphäre schon geschwächten Glanzes der Sonne zur mittlern Klarheit der Atmosphäre gefunden. Die theoretischen Untersuchungen hierüber haben ihre ganz eigenen Schwierigkeiten, und wer in der höhern Mathematik geübt ist, kann Hrn. Lamberts Photometrie Part. VI. Cap. II. zu Rath ziehen. Nach H. Lambert kann die Zahl n ohngefehr $= \frac{1}{2}$ angenommen werden. Nach eben demselben und dessen darüber angestellten theoretischen Untersuchungen wäre das Verhältniß $L : \lambda$, in welchem das lothrecht durch die Atmosphäre fallende Licht wegen ihrer nicht vollkommenen Durchsichtigkeit vermindert wird, $= 1 : 05889$: nach H. Bouguer aber wäre es $1 : 0{,}8123$. Die erste Bestimmung, wenn $n = \frac{1}{2}$ gesetzt wird, giebt $\frac{L}{\lambda}$ $= \frac{10000}{5889} = 1{,}6981$, und $\frac{\lambda}{l}$ $\frac{100000}{34905} = 2{,}859$. Die andre Bouguersche Bestimmung aber giebt $\frac{L}{\lambda}$ $= \frac{10000}{8123} = 1{,}2310$, und $\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{0{,}1155} = 8{,}7$. Zwischen beyden Bestimmungen ist 6 eine Mittelzahl, die auch H. Lambert annimmt: demnach

wäre $\frac{S}{\Sigma} = \frac{6}{\sin \varrho^2}$. Wird endlich $\varrho = 16' 7''$, also $\sin \varrho^2 = 0{,}000022$ angenommen, so findet man $\frac{S}{\Sigma} = 272727$. Herr **Lambert** nimmt in einer runden Zahl den Glanz der Sonne 277000mahl gröſſer an, als die mittlere Klarheit der Atmoſphäre, und dieſer Zahl kommt man ſehr nahe, wenn $\varrho = 16'$ angenommen wird. Wenn man dies Reſultat mit demjenigen vergleicht, was im 194. §. gefunden ward, ſo findet ſich, daß die mittlere Klarheit der Atmoſphäre der Klarheit des Vollmonds ohngefehr gleich ſey, welches mit H. Smiths Gedanken übereinkommt. M. ſ. den **Lehrbegriff der Optik nach Herrn Käſtner** 28. S.

Will man die Beſtimmungen $\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{n(L:\lambda - 1)}$ $= 6$, und $n = \frac{1}{2}$ als ohngefehr richtig annehmen, ſo iſt $L:\lambda - 1 = \frac{1}{3}$, alſo $L:\lambda = \frac{4}{3}$. Das heißt, annehmen, das Sonnenlicht werde um den vierten Theil geſchwächt, wenn es in der Atmoſphäre lothrecht herab fällt. Auch wird hiemit angenommen, die ſenkrechte Erleuchtung einer wagrecht liegenden Ebene von der im Scheitel ſtehenden Sonne ſey ſechsmahl gröſſer, als die Erleuchtung, welche dieſelbe Ebene alsdenn von der ganzen Atmoſphäre empfängt.

215. §.

Bey der Erleuchtung, welche die Atmoſphäre verurſacht, wenn ſie ſelbſt von der Sonne erleuchtet wird, iſt noch der Umſtand merkwürdig, daß der wolken-

wolkenfreye heitere Himmel mit einer ſchönen blauen Farbe erſcheint: und nichts iſt natürlicher, als daß man ſich die Erſcheinung dieſer blauen Farbe den im 164. §. vorgetragenen Gründen gemäß eben ſo, wie die Erſcheinung der Farben bey andern körperlichen Maſſen vorſtelle. Die Luftheilchen zerſtreuen das blaue Licht nach allen Seiten, und laſſen dagegen das rothe Licht am häufigſten durchfallen. Daraus erklärt es ſich zugleich, warum Sonne und Mond, wenn ſie am höchſten ſtehen, am weiſſeſten ausſehen, dagegen aber ſich nach und nach zum blaßgelben, dunkelgelben und rothen deſto mehr neigen, je näher ſie dem Horizont kommen. Weil nemlich der Weg, den die Strahlen von der niedrig ſtehenden Sonne, oder dem nahe beym Horizont befindlichen Mond durch die Luft nehmen müſſen, viel länger iſt, als wenn dieſe Weltkörper höher ſtehen; ſo werden deſto mehr blaue Strahlen nach allen Seiten zerſtreuet, und das durchgehende Licht muß mehr ins gelbe und rothe fallen.

Eben daraus erklärt ſich auch ganz ungezwungen die ſehr artige Erſcheinung, daß der Schatten eines undurchſichtigen Körpers, wenn derſelbe auch nur von einem Theil der Atmoſphäre erleuchtet wird, nicht ſchwarz, ſondern blau ausſiehet. Wenn in den Morgenſtunden kurz vor Sonnenaufgang in einem Zimmer, das nicht gegen Morgen liegt, oder wenigſtens nicht gleich von der aufgehenden Sonne erleuchtet wird, eine Lampe oder Kerze brennt, ſo ſind die auf eine weiſſe Fläche fallenden Schatten der Körper, welche kein Kerzenlicht erhalten, alsdenn blau, wenn ſie von dem durch die Fenſteröfnungen einfallenden Tageslicht erleuchtet werden. Auch un-

ter freyen Himmel, kurz nach Aufgang, und nicht lange vor Untergang der Sonne, färben sich die Schatten der dem Sonnenlicht ausgesetzten Körper ebenfalls blau, wenn man sie mit einer weissen Fläche auffängt. M. s. davon Priestleys Geschichte der Optik vom H. Klügel übersetzt, des III. Abschn. III. Cap. 327. S.

Der XIII. Abschnitt.

Die allgemeinen Gründe der Theorie von den Fernröhren und Microscopen.

216. §.

113 Fig. Zwey, drey und mehr Glaslinsen PP, QQ, RR, SS kann man in einer Röhre, oder auch auf andre Art, so hinter einander stellen, daß ihre Axen insgesammt in einer graden Linie ED zusammen fallen. Wenn alsdenn die Axe gegen ein Object Ee gerichtet ist, davon das vorderste Glas PP ein deutliches Bild in Ff zuwege bringt; so ist Ff als ein Object anzusehen, wovon das zweyte Glas QQ wieder ein Bild in Gg zuwege bringt. Von diesem Bilde Gg bringt alsdenn das dritte Glas RR ein Bild in Hh, von diesem Bilde Hh abermahl das vierte Glas SS ein neues Bild in Ii zuwege, und so ferner fort, wieviele Gläser man auch annehmen will. Hieben wird eine so grosse Entfernung eines jeden Glases von dem nächstvorhergehenden vorausgesetzt, daß jedes Glas ein wirkliches physisches Bild zuwege bringen könne: auch wird eben darum angenommen, daß jedes von diesen

dieſen Gläſern ein Sammlungsglas ſey. Indeſſen werden die Fälle nicht ausgeſchloſſen, wenn eins davon oder mehrere Zerſtreuungsgläſer wären, man weiß, daß alsdenn die Brennweite eines ſolchen Glaſes negativ ſey. Eben ſo wenig werden die Fälle ausgeſchloſſen, daß vielleicht eins oder das andre dieſer Gläſer dem nächſtvorhergehenden näher ſeyn kann, als das phyſiſche Bild, welches daſſelbe zuwege bringen würde. Wenn nemlich die Entfernungen FB, GC, HD, in dem Fall, welchen die Figur vorſtellt, poſitiv angenommen ſind, ſo wird für dasjenige Glas eine ſolche Entfernung negativ, das dem nächſtvorhergehenden näher liegt, als das dazu gehörige deutliche Bild.

Man ſetze die Entfernungen

$$\begin{aligned} EA &= a, & AF &= \alpha, \\ FB &= b, & BG &= \beta, \\ GC &= c, & CH &= \gamma, \\ HD &= d, & DI &= \delta, \text{ u. ſ. f.} \end{aligned}$$

und gebe ihnen, um die Ausdrücke mehr abzukürzen, den allgemeinen Nahmen: Vereinigungsweiten. Ferner bezeichne man die Brennweiten der Gläſer nach der Ordnung mit p, q, r, s, u. ſ. w. ſo iſt

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha},\ q = \frac{b\beta}{b+\beta},\ r = \frac{c\gamma}{c+\gamma},\ s = \frac{d\delta}{d+\delta},$$

u. ſ. f. (121. §.) Wenn überdem von nun an die Halbmeſſer der vordern und hintern ſphäriſchen Fläche einer ſolchen Linſe mit den Buchſtaben f und g bezeichnet werden; ſo iſt die Brennweite $= \frac{f \cdot g}{(n-1)(f+g)}$ (119. §.)

Noch ſey der Halbmeſſer Ap der Oefnung des erſten Glaſes $= x$, und das Object ſo weit entlegen, daß Ap in Vergleichung mit AE ſehr klein iſt: ſo hat man tang $AEp = \frac{x}{a}$, und dieſe Tangente gehört, wie bekannt iſt, zum Halbmeſſer $= 1$. Weil aber der Winkel nur klein angenommen wird, ſo iſt dieſe Tangente ſehr nahe eben ſo groß, als ihr zum Halbmeſſer $= 1$ gehörige Bogen: alſo kann der Winkel $AEp = \frac{x}{a}$ geſetzt werden, da dann nicht der 90ſte Theil des rechten Winkels, ſondern derjenige $= 1$ iſt, wozu ein Bogen gehört, der ſeinem Halbmeſſer gleich iſt. (254. §. Geom.) Selbſt Ap wird alsdenn als ein kleiner zum Halbmeſſer EA gehöriger Kreisbogen angeſehen.

217. §.

113 Fig. Aus dem Winkel $AEp = \frac{x}{a}$ des äuſerſten auf das Glas fallenden Strahls mit der Axe deſſelben findet man die Winkel dieſes Strahls mit eben der Axe nach der Brechung

im 1ſten Glaſe $AFp = \frac{a}{\alpha} AEp$ (117. §.)

alſo $AFp = \frac{x}{\alpha}$: mithin

ferner nach der Brechung

im 2ten Glaſe $BGq = \frac{bx}{\alpha\beta}$,

im

im 3ten Glase $CHr = \frac{cbx}{\alpha\beta\gamma}$,

im 4ten Glase $DIs = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma\delta}$, u. s. f.

Damit überdem alles aus dem Punct E in der Axe auf das erste Glas fallende Licht auch durch das zweyte, dritte und die folgenden Gläser hindurch gehen könne, (das, was wegen der Undurchsichtigkeit des Glases zurück bleibt, beyseit gesetzt,) müssen die Halbmesser für die Oefnungen der Gläser die hier beygefügte Grösse haben.

Für das 2te Glas $Bq = \frac{bx}{\alpha}$,

für das 3te Glas $Cr = \frac{bcx}{\alpha\beta}$,

für das 4te Glas $Ds = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma}$, u. s. w.

Man siehet wohl, daß diese Halbmesser die beym undeutlichen Bilde so genannten Zerstreuungshalbmesser sind: (179. §.) hier können sie die **Oefnungshalbmesser wegen der Helligkeit** heissen.

Wenn endlich noch der scheinbare Halbmesser EA*e* des Objects aus der Mitte des ersten Glases gesehen $= \varphi$ gesetzt wird; so sind die mit dem Halbmesser $Ee = z$ des Objects in einerley Ebene EA*e* zusammengehörige Halbmesser der Bilder folgende: 114 Fig.

für das 1ste Glas $Ff = \frac{\alpha}{a} z = \alpha\varphi$,

für

für das 2te Glas $Gg = \frac{\beta\alpha}{ba} z = \frac{\alpha\beta}{b} \varphi,$

für das 3te Glas $Hh = \frac{\gamma\beta\alpha}{cba} z = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \varphi,$

für das 4te Glas $Ii = \frac{\delta\gamma\beta\alpha}{dcba} z = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} \varphi.$

218. §.

114 Fig. Wenn *e* einer von den äuſſerſten Puncten des Objects, und *e*A der daher auf das erſte Glas fallende mittlere oder Hauptſtrahl iſt, (127. §.) der durch die Mitte A des erſten Glaſes ſo gut als ungebrochen durchgehet, und dieſer Strahl das zweyte Glas in Q trift; ſo iſt BQ das, was beym undeutlichen Bilde der projicirte Halbmeſſer des deutlichen Bildes hieß, und *Qq* iſt der Zerſtreuungshalbmeſſer, ſo wie $Bq = BQ + Qq$ der Halbmeſſer des ganzen undeutlichen Bildes. (179. §.) Das hinter *f* in den Kegel *qfk* ſich wieder ausbreitende Licht verwandelt ſich hinter dem zweyten Glaſe wieder in den Kegel zuſammen gehender Strahlen *qgk*, und es kommt auf die Entfernung FB an, ob einer von den zum Kegel *kfq* gehörigen Strahlen durch des zweyten Glaſes Mitte B, alſo durch daſſelbe ungebrochen durchgehen kann. Allemahl aber wird der durch das erſte Glas ungebrochen durchgehende mittlere Strahl beym Durchgang durchs zweyte Glas in die Lage *Qg* gebrochen, da er dann die Axe in O ſchneidet. Ein Auge alſo, das in O ſtehet, und das Object durch beyde Gläſer betrachtet, empfängt gewiß noch Licht von dem äuſſerſten Punct *e* des Objects.

Objects. Wofern alſo die von *e* kommenden durch beyde Gläſer ſchon durchgegangenen Strahlen bey O nur in einer ſolchen Lage ins Auge kommen, daß auf der Netzhaut ein deutliches Bild von *e* zuwege gebracht werden kann; ſo kann es das Object von E bis *e* überſehen. Wenn ſich aber das Object von E noch weiter über *e* hinaus erſtreckte, und der Oefnungshalbmeſſer des zweyten Glaſes nicht gröſſer, als BQ wäre, ſo könnte das Object vom Auge nicht ganz überſehen werden.

Der ganze Raum, welchen das Auge in O durch beyde Gläſer PP, QQ, überſehen kann, erſcheint um deswillen allemahl kreisförmig, weil die Oefnungen der Gläſer kreisförmig ſind. Er heißt das **Geſichtsfeld**, und man überſiehet leicht vorläufig, daß dies Geſichtsfeld auch kreisförmig erſcheinen müſſe, wenn das Auge durch mehr als zwey Gläſer ſiehet. Der Winkel EA*e* iſt der **halbe ſcheinbare Durchmeſſer des Geſichtsfeldes**; und weil die Oefnungshalbmeſſer BQ, CR, DS, von dem ſcheinbaren Halbmeſſer EA*e* des Geſichtsfeldes abhängen: ſo können ſie die **wegen des Geſichtsfeldes nöthigen Oefnungshalbmeſſer** heiſſen. 114 Fig.

Weil die Brennweite eines jeden Glaſes als gegeben angeſehen wird, ſo kann man für jedes Glas den wegen des Geſichtsfeldes nöthigen Halbmeſſer mit der Brennweite deſſelben vergleichen. Die Exponenten dieſer Verhältniſſe ſollen hier nach der Ordnung für das 2te, 3te, 4te Glas mit π, π', π'', u. ſ. f. bezeichnet, alſo $BQ = \pi q$, $CR = \pi' r$, $DS = \pi'' s$ geſetzt werden: alsdenn können die Zahlen π, π', π'', u. ſ. f. Kürze halber die Oefnungsmaaſſe wegen des Geſichtsfeldes heiſſen.

219. §.

219. §.

Je gröſſer Ap iſt, und die davon abhängenden Zerſtreuungshalbmeſſer Bq, Cr, Ds, (113. Fig.) deſto gröſſer iſt die centrale Erleuchtung des deutlichen Bildes: deßwegen heiſſen ſie im 217. §. die **Oefnungshalbmeſſer wegen der Helligkeit.** Für das aus dem äuſſerſten Punct e des Objects kommende und durch die Gläſer fallende Licht ſind Qq, Rr, Ss, dieſe Halbmeſſer wegen der Helligkeit. Wenn nemlich auch alles vom äuſſerſten Punct e auf das erſte Glas fallende Licht (das wegen der unvollkommenen Durchſichtigkeit der Gläſer verlohrne beyſeit geſetzt) durch die übrigen Gläſer durchgehen ſoll, ſo iſt **für jedes Glas ein Oefnungshalbmeſſer nöthig, der ſo groß iſt, als die Summe jener beyden Halbmeſſer $BQ + Qq$ wegen des Geſichtsfeldes und wegen der Helligkeit zuſammen.**

Wenn alle Puncte des Objects gleich ſtark glänzend ſind, ſo fällt auch beynahe einerley Lichtmenge von jedem Punct des Objects auf das erſte Glas PP: alsdenn iſt auch das Bild auf der Netzhaut im Auge, wenn es das Object durch die Gläſer betrachtet, in allen Stellen beynahe gleich ſtark erleuchtet. Unter allen auf das erſte Glas PP fallenden Strahlenkegeln kann derjenige der **mittlere** heiſſen, deſſen Axe mit der Axe der Gläſer zuſammen fällt, deſſen Spitze, alſo in der Mitte des Geſichtsfeldes liegt. Die Lichtmenge, welche das in der Mitte des Geſichtsfeldes liegende Element des Objects auf das Glas PP ſendet, füllet den Raum dieſes mittlern Kegels aus, und hiernächſt die Räume in der ganzen Reihe der Kegel,

Kegel, PF*p*, *q*F*q*, *q*G*q*, *r*G*r*, u. s. f. worin sich der auffallende mittlere Kegel *p*E*q* nach den Brechungen in den folgenden Gläsern verwandelt. Man kann sie die mittlere Reihe der durch die Brechungen zuwege gebrachten Lichtkegel nennen: und wenn man einen solchen Kegel mit einer Ebene auf der Axe der Kegel senkrecht schneidet; so ist der Schnitt ein Zerstreuungskreis.

220. §.

Die Brennweiten der Gläser und ihre Oefnungsmaasse wegen des Gesichtsfeldes sind gegeben: man soll den Durchschnittspunct des Hauptstrahls mit der Axe und beyder Neigung gegen einander nach der Brechung in jedem Glase finden.

Aufl. Man setze von nun an ein für allemahl 114
den scheinbaren Halbmesser des Gesichtsfeldes EA*e* Fig.
$= \varphi$, und behalte, wie schon festgesetzt ist, für die Brennweiten des ersten, zweyten, und der folgenden Gläser, die Buchstaben, *p*, *q*, *r*, *s*, u. s. f. Weil nun alle Hauptstrahlen in einer solchen Lage auf das zweyte Glas QQ fallen, als kämen sie aus A her: so ist $BO = \frac{AB \cdot q}{AB - q}$, (121. §.) und $\varphi = \frac{BQ}{AB}$, also $AB = \frac{BQ}{\varphi}$, mithin auch $BO = \frac{(BQ : \varphi) \cdot q}{(BQ : \varphi) - q}$ oder $BO = \frac{BQ \cdot q}{BQ - \varphi \cdot q}$. Statt BQ setze man πq (219. §.) so erhält man $BO = \frac{\pi \cdot q}{\pi - \varphi}$.

Weiter

Weiter ist $BOQ = \frac{BQ}{BO} = \frac{\pi \cdot q}{BO}$, also $BOQ = \pi - \varphi$.

Wenn nun dieser nach der Brechung im zweyten Glase in die Lage QO gebrachte Hauptstrahl das dritte Glas in R trift, von demselben in die Lage RO′ gebrochen wird, und alsdenn das vierte Glas in S trift, durch die Brechung in demselben aber wieder in die Lage SO″ kommt, u. s. weiterfort; so hat man $BQ : CR = BO : OC$, oder $\pi q : \pi' r = \frac{\pi q}{\pi - \varphi} : OC$, also $OC = \frac{\pi' r}{\pi - \varphi}$.

Alle durch O laufende mittlere Strahlen fallen auf das Glas RR so als kämen sie aus O her: also ist $CO' = \frac{OC \cdot r}{OC - r}$, und $OC - r = \frac{(\pi' - \pi + \varphi) r}{\pi - \varphi}$, mithin $CO' = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi}$, und $CO'R = \frac{CR}{CO'} = \pi' - \pi + \varphi$. Ueberdem ist wieder $CR : DS = CO' : O'D$, oder $\pi' r : \pi'' s = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi} : O'D$, also $O'D = \frac{\pi'' S}{\pi' - \pi + \varphi}$.

Aus O′D findet man wieder $DO'' = \frac{O'D \cdot s}{O'D - s}$, und $O'D - s = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi) s}{\pi' - \pi + \varphi}$, also $DO'' = \frac{\pi'' s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$, und $DQ''S = \frac{DS}{DO''} = \pi'' - \pi'$

$-\pi' + \pi - \varphi$. Das Gesetz, nach welchem sich diese Formuln auch für noch mehrere Gläser richten würden, ist leicht zu übersehen, wenn man sie, wie folget, gegen einander setzt.

$$BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}, \quad BOQ = \pi - \varphi.$$

$$OC = \frac{\pi' r}{\pi - \varphi},$$

$$CO' = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi}, \quad CO'R = \pi' - \pi + \varphi.$$

$$O'D = \frac{\pi'' s}{\pi' - \pi + \varphi},$$

$$DO'' = \frac{\pi'' s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}, \quad DO''S = \pi'' - \pi' + \pi - \varphi.$$

221. §.

Aus diesen Formuln mit denjenigen verbunden, welche im 217. §. die Halbmesser der Bilder ausdrückten, findet man folgende für die Entfernungen der Durchschnittspuncte des Hauptstrahls mit der Axe von jedem zunächst darauf folgenden Bilde. Es ist 114 Fig.

nemlich $BQ : BO = Gg : OG$, also $\pi q : \frac{\pi q}{\pi - \varphi} = \frac{\alpha\beta}{b} . \varphi : OG$, mithin $OG = \frac{\alpha\beta}{b} . \frac{\varphi}{\pi - \varphi}$.

Ferner ist $CR : CO' = Hh : O'H$, oder $\pi' r : \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \varphi : O'H$, und das giebt

$$O'H = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \cdot \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi}.$$

Weiter hat man DS : DO″ = Ii : O″I, also

$$\pi''s : \frac{\pi''s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi : O''I, \text{ und}$$

$$O''I = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} \cdot \frac{\varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}.$$

222. §.

Die Entfernungen eines jeden Glases von dem folgenden sind gegeben, auch die Brennweiten der Gläser und der scheinbare Halbmesser des Gesichtsfeldes: man soll die wegen des letztern nöthigen Oefnungshalbmesser finden.

Aufl. Man setze die Halbmesser BQ = x', CR = x'', DS = x''', u. s. f. so ist BAQ = $\varphi = \frac{x'}{AB}$, also $x' = AB \cdot \varphi$. Ferner ist $BO = \frac{AB \cdot q}{AB - q}$ (220. §.) und $BO : x' = BC - BO : x''$, mithin $x'' = \frac{BC - BO}{BO} x'$. Eben so findet man $x''' = \frac{CD - CO'}{CO'} \cdot x''$, u. s. f. und man hat $CO' = \frac{OC \cdot r}{OC - r}$.

Aus eben diesen Werthen leitet man auch folgende her. Es ist AB = $\alpha + b$, also $x' = (\alpha + b)\varphi$.

Ferner

Ferner ist $BC - BO = CO = OG + CG = \frac{\alpha\beta}{b} \cdot \frac{\varphi}{\pi - \varphi} + c$, und $\frac{x'}{BO} = BOQ = \pi - \varphi$, also $x'' = CO \cdot (\pi - \varphi) = \frac{\alpha\beta}{b} \cdot \varphi + c(\pi - \varphi)$.

Weiter hat man $CD - CO' = DO' = O'H + DH = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \cdot \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi} + d$, und $\frac{x''}{CO'} = CO'R = \pi' - \pi + \varphi$, also $x''' = DO' (\pi' - \pi + \varphi)$, oder $x''' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}\varphi + (\pi' - \pi + \varphi) d$, und nach eben dem Gesetz

$$x'''' = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi + (\pi'' - \pi' + \pi - \varphi) e.$$

223. §.

Das Auge einer Person, die mehr weitsichtig als kurzsichtig ist, siehet ein Object deutlich, wenn die von jedem Punct desselben auf den Stern fallenden Strahlen sehr nahe in paralleler Lage in die Augenöfnung kommen. (153. §.) Eine mehr kurzsichtige als weitsichtige Person aber siehet nur alsdenn deutlich, wenn die zu jedem Punct des Objects gehörigen Strahlen in einer solchen Lage ins Auge kommen, als kämen sie von einem Punct her, der vor dem Auge seine Stelle hat. Soll demnach eine solche Person, wenn ihr Auge in einer von den Stellen O, O', O'', der gemeinschaftlichen Axe mehrerer Glaslinsen, das in den Gläsern gebrochene Licht 114 Fig.

auffängt, das Object, wovon das Licht herkommt, durch die Gläser deutlich sehen; so müssen die von jedem Punct desselben herkommenden Strahlen, nachdem sie sich vielleicht schon ein oder mehrmahl hinter dem ersten oder noch mehrern folgenden Gläsern in einem Punct eines deutlichen Bildes vereiniget hatten, nach der Brechung durch das letzte Glas in die unter sich parallele Lage oder doch in eine solche Lage kommen, daß sie hinter dem letzten Glase auseinander fahren, als kämen sie von Puncten her, die jenseits des Glases auf eben der Seite, wo das Object ist, ihre Stelle haben.

Wenn nun die mit dem Hauptstrahl QO zusammen gehörigen Strahlen aus dem äusersten Punct e eines Objects kommen; so hat das Auge eben die Empfindung, als wenn sich e in dem verlängerten Strahl OQ befände, und BOQ der halbe scheinbare Durchmesser in der Ebene EAe wäre. Ist die Entfernung des ersten Glases vom Auge in Vergleichung mit der Entfernung des Objects sehr klein; so würde es ohne Gläser unter dem Winkel EAe = BAQ gesehen werden, das Auge mag in O oder in A seine Stelle haben. Durch die Gläser gesehen erscheint das Object unter einem Winkel, wie BOQ, oder CO'R, DO"S, also vergrössert, wenn ein solcher Winkel grösser als EAe ist, auch vielleicht nicht in aufrechter, sondern in verkehrter Stellung, wovon der Fall schon ein Beyspiel giebt, wenn das Auge hinter zweyen Sammlungsgläsern in O seine Stelle hat.

In diesem letztern Fall nemlich, und eben so auch, wenn das Auge in O" seine Stelle hätte, empfängt das Auge die Strahlen, welche aus e und andern

ober-

oberhalb der Axe liegenden Puncten kommen, in solchen Lagen OQ, O″S, als kämen sie von Puncten unterhalb der Axe her: also siehet das Auge das unter der Axe, was es ohne Gläser darüber sehen würde. Aus eben dem Grunde sieht man auch durch die Gläser das zur Rechten, was man ohne Gläser zur Linken sehen würde, und umgekehrt.

224. §.

Wenn der bisher gebrauchten Bezeichnung gemäß AE = a, und in dieser Entfernung der Gesichtswinkel EAe = φ gesetzt wird; so ist derselbe in jeder andern Entfernung h für eben das Object $= \frac{a\varphi}{h}$. (23. §. Opt.) Um diesen Gesichtswinkel von dem vorigen zu unterscheiden, setze man $\frac{a\varphi}{h} = \varphi'$, so ist $\varphi = \frac{h}{a}\varphi'$. Man nehme an, wenn das Auge in einer von den Stellen O, O′, O″, dasselbe Object durch die Gläser betrachtet, daß alsdenn der Gesichtswinkel m mahl grösser scheine, als wenn es ohne Gläser aus der Stelle A in der Entfernung AE = a gesehen wird; so kann man Kürze halber m die Vergrösserungszahl nennen, und in einer von den Stellen O, O′, O″, u. s. f. den Gesichtswinkel = $m\varphi = \frac{mh\varphi'}{a}$ setzen. Hiemit verbinde man die im 220. §. schon gefundenen Werthe der Winkel an den Stellen O, O′, O″, u. s. f. so hat man

für zwey Gläser

$$m\varphi = \pi - \varphi, \quad \text{also } m = \frac{(\pi - \varphi)}{\varphi},$$

für drey Gläser

$$m\varphi = \pi' - \pi + \varphi, \quad \text{und } m = \frac{(\pi' - \pi + \varphi)}{\varphi},$$

für vier Gläser

$$m\varphi = \pi'' - \pi' + \pi - \varphi, \text{ mithin } m = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)}{\varphi}.$$

Will man den Gesichtswinkel, wie er durch die Gläser erscheint, mit dem Gesichtswinkel $\varphi' = \frac{a\varphi}{h}$ vergleichen, der sich auf die Entfernung h bezieht; so setze man $\frac{mh}{a} = M$, also $m\varphi = M\varphi'$. Das giebt für zwey, drey oder vier Gläser die Zahlen

$$M = \frac{\pi - \varphi}{\varphi'} = \frac{h(\pi - \varphi)}{a\varphi}, \quad M = \frac{\pi' - \pi + \varphi}{\varphi'} = \frac{h(\pi' - \pi + \varphi)}{a\varphi}, \quad M = \frac{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi'} = \frac{h(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)}{a\varphi}.$$

225. §.

Die Vereinigungsweiten (216. §.) und die Brennweiten der Gläser sind gegeben, man soll die Vergrösserungszahl finden.

Aufl. Aus den im 222. §. gefundenen Gleichungen erhält man folgende Werthe für die Vergrösserungszahlen: Für

Für 2 Gläſer $\pi = \frac{\alpha + b}{q}\varphi$, alſo $\pi - \varphi = \frac{\alpha + b - q}{q}\varphi$, und $m = \frac{\alpha + b - q}{q}$.

Für 3 Gläſer iſt $\pi' r - (\pi - \varphi) r = \frac{\alpha\beta}{b}\varphi + (c - r)(\pi - \varphi)$, alſo $m = \frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c - r}{r} \cdot \frac{\alpha + b - q}{q}$.

Für 4 Gläſer $\pi'' s - (\pi' - \pi + \varphi) s = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}\varphi + (d - s)(\pi' - \pi + \varphi)$, alſo $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs} + \frac{d - s}{s}\left(\frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c - r}{r} \cdot \frac{\alpha + b - q}{q}\right)$.

Wenn man die Vergröſſerungszahlen für 2, 3, 4, 5, Gläſer, u. ſ. f. nach der Ordnung mit m, m', m'', m''', u. ſ. f. bezeichnet, ſo iſt

$$m = \frac{\alpha + b - q}{q},$$

$$m' = \frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c - r}{r} \cdot m,$$

$$m'' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs} + \frac{d - s}{s} \cdot m',$$

$$m''' = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdt} + \frac{e - t}{t} \cdot m''.$$

Sollen die zu einerley Lichtkegel gehörige Strahlen nach der Brechung im letzten Glase parallel werden; so muß die Entfernung des letzten Glases von dem Bilde des nächstvorhergehenden der Brennweite jenes letzten Glases gleich seyn: also für 2 Gläser $b = q$, für 3 Gläser $c = r$, für 4 Gläser $d = s$, u. s. f. und man erhält

für 2 Gläser $m = \frac{\alpha}{q}$,

— 3 Gläser $m = \frac{\alpha\beta}{br}$,

— 4 Gläser $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs}$,

— 5 Gläser $m = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdt}$, u. s. f.

226. §.

Bey Betrachtung des Objects, durch so zusammengeordnete Gläser, besonders am hellen Tage, ist nöthig, das seitwärts herkommende fremde Licht abzuhalten, damit kein andres als das von dem betrachteten Object her durch die Gläser fallende Licht ins Auge komme, und das Bild auf der Netzhaut undeutlich mache. Schon um deßwillen würde es dienlich seyn, die gehörig hinter einander gestellten Gläser in eine Röhre einzuschliessen, wenn dies nicht ohnehin auch seine Bequemlichkeit hätte. Man kann die Anordnung so machen, daß die ganze Röhre aus zweenen oder mehrern Theilen, die sich in einander mit den Gläsern verschieben lassen, zusammengesetzt werde;

werde; so dient das Werkzeug, wenn gleich die Gläser einerley bleiben, Objecte auch in verschiedenen Entfernungen deutlich zu sehen, wenn nur diejenige Entfernung der Gläser von einander zuwege gebracht werden kann, welche die jedesmahlige Entfernung des Objects, um es deutlich zu sehen, erfodert. Um sehr weit entfernte Gegenstände deutlich und zugleich vergrössert zu sehen, ist jedoch eine andre Anordnung der Gläser nöthig, als erfodert wird, wenn das Werkzeug dienen soll, mit Hülfe desselben sehr kleine Sachen, die man dem Auge sehr nahe bringen muß, deutlich und unter einem grössern Gesichtswinkel zu sehen, als sie in der gewöhnlichen Entfernung vom Auge gesehen werden können.

Optische Werkzeuge der ersten Art heissen **Fernröhre**, **Telescope**, wenn sie weit entfernte Sachen dem Auge deutlich und unter einem vergrösserten Gesichtswinkel darstellen: im besondern Sinn aber **Vergrösserungswerkzeuge**, **Microscope**, wenn sie dem Auge dazu behülflich sind, sehr kleine Sachen, die dem Auge nahe liegen, unter einem grössern Gesichtswinkel als ohne Gläser deutlich zu sehen. Das erste von den Gläsern, wenn sie von der Seite her, wo das Object seine Stelle hat, nach dem Auge zugezählt werden, heißt das **Objectivglas**, und die übrigen erhalten den gemeinschaftlichen Nahmen der **Augengläser**.

227. §.

Kleine Sachen, die nicht so gar klein sind, daß sie sich auch in der gewöhnlichen Entfernung vom Auge dem Gesicht schon entziehen, siehet ein gesundes und fehlerfreyes Auge, das weder zu sehr weit-

sichtig, noch auch zu sehr kurzsichtig ist, in der Entfernung von 8, 10, bis 12 Zollen vom Auge deutlich. Kleine gedruckte oder geschriebene Schrift lieset ein fehlerfreyes Auge gewöhnlich ohne Anstoß, bey einer Entfernung von etwa 8 Zollen. Dieserwegen versteht man bey Microscopen durch die Vergrösserungszahl, diejenige, welche angiebt, wievielmahl der Gesichtswinkel, unter welchem das Object durch die Gläser gesehen wird, grösser sey, als derjenige, unter welchem es mit blossen Auge würde gesehen werden, wenn es 8 Zoll weit davon entfernt wäre. Man kann also die im 224. §. mit M bezeichnete Zahl dafür annehmen, wenn $h = 8$ Zoll gesetzt wird. Uebrigens aber kann man die Formuln, welche daselbst für die Zahl m gefunden sind, allgemein für jedes Vergrösserungswerkzeug brauchen, weil man sie leicht auf Microscope anwendet, wenn $\frac{Ma}{h}$ statt m, und $\frac{M\varphi'}{m} = \frac{h}{a}\varphi'$ statt φ gesetzt wird.

228. §.

Die Oefnungsmaasse der Gläser und die Vergrösserungszahl sind gegeben, man soll den scheinbaren Halbmesser des Gesichtsfeldes und die Stelle finden, wo das Auge hinter dem letzten Glase stehen muß, um das ganze Gesichtsfeld zu übersehen.

Aufl. Aus dem 224. und 220. §. findet man für die in der ersten von nachstehenden Columnen angezeigte Zahl von Gläsern

2	$\varphi = \frac{\pi}{m+1}$,	$BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi} = \frac{\pi q}{m\varphi}$
3	$\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m-1}$,	$CO' = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{\pi' r}{m\varphi}$
4	$\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m+1}$,	$DO'' = \frac{\pi'' s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi} = \frac{\pi'' s}{m\varphi}$
5	$\varphi = \frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi}{m-1}$.	u. s. f.

Der scheinbare Halbmesser des Gesichtsfeldes ist demnach desto kleiner, je grösser die Vergrösserungszahl m ist, wenn die Zahl der Gläser und ihre Oefnungsmaasse einerley bleiben. Wird die Zahl m sehr groß, so stehen m und φ beynahe im umgekehrten Verhältniß.

229. §.

Will man die Entfernung OG, O'H, O''I, zwischen der jedesmahligen Stelle des Auges O, O', O'', und demjenigen Bilde, welches das letzte Glas machen würde, überhaupt mit l bezeichnen, so hat man aus dem 221. und 225. §.

für zwey Gläser

$$l = \frac{\alpha\beta}{b} \cdot \frac{\varphi}{\pi - \varphi}, \text{ und } \frac{\varphi}{\pi - \varphi} = \frac{1}{m}, \text{ also}$$

$$l = \frac{\alpha\beta}{mb} \text{ und } m = \frac{\alpha\beta}{bl}.$$

für drey Gläser

$$l = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \cdot \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi}, \text{ und } \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{1}{m},$$

also

also $l = \frac{\alpha\beta\gamma}{mbc}$, und $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcl}$.

für vier Gläser

$l = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} \cdot \frac{\varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi'}$, und $\frac{\varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$

$= \frac{1}{m}$, also $l = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{mbcd}$, und $m = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdl}$.

Wenn die zu einerley Lichtkegel gehörigen Strahlen, wie gewöhnlich erfodert wird, in paralleler Lage ins Auge kommen sollen, so ist l unendlich groß, und die letzte Vereinigungsweite $\beta = BG$, oder $\gamma = CH$, oder $\delta = DI$, ist es ebenfalls: also werden alsdenn die Quotienten $\frac{\beta}{l}$, $\frac{\gamma}{l}$, $\frac{\delta}{l}$, nachdem das Auge durch 2, 3, oder 4 Gläser siehet, $= 1$.

230. §.

Wird der Gegenstand durch eine einzige Glaslinse betrachtet, so behält der Hauptstrahl nach der Brechung im Glase dieselbe Lage, welche er vor der Brechung hatte: deßwegen kann diejenige Vergrösserung des optischen Winkels, welche bey zweyen und mehrern Gläsern von der geänderten Lage des Hauptstrahls herrührte, bey einer Glaslinse allein nicht statt haben. Indessen kommt es auf die Stelle des Auges und des betrachteten Objects an, ob das Object durchs Glas unter einem andern optischen Winkel als ohne Glas gesehen werde.

115 Fig. Es sey PL ein auf der Axe des Glases senkrechter Halbmesser des Objects, und der Abstand CP vom Glase AB kleiner, als des Glases Brennweite;

so

so macht das Glas ein Bild *pl*, das von demselben weiter als um den Abstand CP entfernt ist, und vor dem Glase liegt. (134. §. n. 1.) Das aus P auf AB fallende Licht wird so gebrochen, als käme es aus *p* her, und die zum Lichtkegel ALB gehörigen Strahlen so, als kämen sie aus *l* her. Wenn also das Auge unmittelbar am Glase bey C seine Stelle hat, und überdem die Dicke des Glases in Vergleichung mit den Halbmessern seiner Flächen sehr klein ist; so siehet es das Bild *pl* unter dem Winkel *pCl*, der eben so groß, als der Winkel PCL ist, unter welchem es das Object ohne Glas sehen würde.

Der äusserste Strahl LA, der an der Gränze der Oefnung noch durchs Glas gehen kann, und nach der Brechung im Glase die Lage A*l* hat, schneide nun die Axe in Ω; so erhellet, daß das Auge in jeder Stelle O, die zwischen C und Ω liegt, noch Licht von demjenigen erhalte, das zum Kegel A*l*B gehört, und von *l* herzukommen scheint. Ist also O diese Stelle des Auges, so erscheint das Object unter dem optischen Winkel CO*l*, welches ohne Glas unter dem Winkel COL erscheinen würde.

231. §.

Durch L ziehe man eine grade Linie mit des Glases Axe parallel, die den aus der Lage LM in die Lage MO gebrochenen Strahl in Λ schneidet: wenn alsdenn ΛΠ auf die Axe senkrecht fällt, so ist ΠΛ = PL, und PL würde in der Entfernung OΠ ohne Glas unter eben dem optischen Winkel gesehen werden, unter welchem dies Object in der Entfernung OP durchs Glas gesehen wird. Diesemnach kann OΠ die scheinbare Entfernung des Objects heissen, 115 Fig.

heiſſen, welche mit der wahren Entfernung OP zuſammen gehört, und die von der Brechung des Lichts im Glaſe herrührende Veränderung des optiſchen Winkels hat eben den Erfolg, als wenn das Object dem Auge näher gerückt, oder vielleicht in andern Fällen, als wenn es davon weiter entfernt würde. Weil übrigens PL = OP tang POL und ΠΛ = OΠ tang *pOl*, PL aber = ΠΛ iſt; ſo hat man OP tg. POL = OΠ tg. *pOl*, und tg POL : tg. *pOl* = OΠ : OP. Weil die Winkel klein ſind, ſo iſt dies zugleich das Verhältniß der Winkel ſelbſt: die optiſchen Winkel ohne Glas und durchs Glas verhalten ſich wie die ſcheinbare Entfernung zur wahren Entfernung, und man hat die Vergröſſerungszahl $\frac{pOl}{POL} = \frac{OP}{O\Pi}$.

232. §.

Die Entfernungen des Glaſes und des Objects vom Auge mit der Brennweite des Glaſes ſind gegeben: man ſoll die ſcheinbare Entfernung finden.

115 Fig. Aufl. Wenn der Strahl LM die Axe in D ſchneidet, ſo iſt CD : CM = DP : PL, und CM : CO = ΠΛ : OΠ; alſo CD : CO = DP : OΠ, (162. §. Geom.) weil PL = ΠΛ iſt, und man erhält $O\Pi = \frac{CO}{CD} \cdot DP$. Ferner iſt DP = CD + CP, alſo $O\Pi = CO + \frac{CO}{CD} \cdot CP$. Weil nun der Strahl LM, welcher in die Lage MO gebrochen

chen wird, in einer solchen Lage auf die Linse fällt, worin er verlängert die Axe in D schneiden würde; so ist $CO = \frac{CD \cdot f}{CD + f}$, wenn f die Brennweite des Glases bezeichnet: (121. §.) mithin $CO \cdot CD + CO \cdot f = CD \cdot f$, und $(f - CO)\, CD = CO \cdot f$. Das giebt ferner $\frac{CO}{CD} = 1 - \frac{CO}{f}$, folglich $O\Pi = CO + CP - \frac{CO \cdot CP}{f}$, oder $O\Pi = OP - \frac{CO \cdot CP}{f}$.

233. §.

Wenn LA der äusserste Strahl ist, der aus L auf das Glas fällt, und in die Lage $A\Omega$ gebrochen wird, vor der Brechung aber die Axe in Δ schneidet; so werden die Entfernungen $C\Delta$ und $C\Omega$ durch die Halbmesser CA, PL, des Glases und des Objects mit der Entfernung CP bestimmt. Es ist nemlich $C\Omega = \frac{C\Delta \cdot f}{C\Delta - f}$, (121. §.) und $CA - PL : CP = CA : C\Delta$, also $C\Delta = \frac{CP \cdot CA}{CA - PL}$, mithin ferner $C\Delta - f = \frac{CP \cdot CA - (CA - PL) f}{CA - PL}$, und $C\Omega = \frac{CP \cdot CA \cdot f}{CP \cdot CA - (CA - PL) f}$. Weiter als um diese Entfernung kann das Auge vom Glase nicht weggerückt werden, wenn das Object ganz gesehen werden soll.

In

In dem Fall $CP = f$ wäre $C\Omega = \frac{CA}{PL} \cdot f$. Wenn alsdenn Ω selbst die Stelle des Auges ist, so wird $\Omega\Pi = CP = f$, also $\Omega P = C\Omega + CP = \left(1 + \frac{CA}{PL}\right) f$, und die Vergrösserungszahl $\frac{\Omega P}{\Omega\Pi} = 1 + \frac{CA}{PL}$. Wenn $PL < CA$ ist, wie es die Figur vorstellt, und CP abnimmt, so wächst $C\Omega = \frac{CA \cdot f}{CA - (CA - PL) f : CP}$ und in dem Fall $CP = \left(1 - \frac{PL}{CA}\right) f$ wird $C\Omega$ unendlich: alsdenn kann das Auge hinter dem Glase wo man will stehen, es übersiehet allemahl das ganze Object.

Wird $CP < \left(1 - \frac{PL}{CA}\right) f$, so wird $C\Omega$ negativ, der in die Lage Al gebrochene Strahl AL schneidet nun die Axe in einer Stelle vor dem Glase, und das Auge mag hinter demselben seine Stelle haben, wo man will, so übersiehet es ebenfalls noch den ganzen Gegenstand. Je kleiner CP wird, desto kleiner wird auch $C\Omega = -\frac{CA \cdot f}{(CA - PL) f : CP - CA}$, der nun vor dem Glase befindliche Durchschnittspunct Ω rückt dem Glase näher, hinter dem Glase übersieht das Auge jedoch in jeder Stelle den ganzen Gegenstand. Mit CP verschwindet auch $C\Omega$: jedoch kann der Gegenstand hinter dem Glase noch immer ganz gesehen werden, weil $PL < CA$ angenommen ist.

In

In dem Fall PL = CA, wird $C\Omega = f$, und die Entfernung des Auges vom Glaſe muß nicht gröſſer als die Brennweite ſeyn, wenn es das Object ganz ſehen ſoll. Wenn aber PL > CA iſt, ſo hat man $C\Omega = \frac{CA \cdot f}{CA + (PL - CA) f : CP}$; in dem Fall $CP = f$, wird wie vorhin $C\Omega = \frac{CA}{PL} f$, alſo nun $C\Omega < f$. Je kleiner CP wird, deſto kleiner wird $C\Omega$; mit CP würde auch $C\Omega$ verſchwinden, und das heißt nun ſoviel, das Auge kann das Object nicht ganz ſehen, wofern es nicht unmittelbar am Glaſe ſeine Stelle hat.

Die Gleichung $O\Pi = OP - \frac{CO \cdot CP}{f}$, giebt allemahl $O\Pi = OP$, wenn $CP = o$ iſt, alſo gar keine Vergröſſerung, wenn das Object dichte am Glaſe anliegt. Eben die Gleichung giebt $O\Pi = OP$, wenn $CO = o$ iſt, alſo das Auge unmittelbar am Glaſe ſeine Stelle hat, wie auch aus den bey der Rechnung zum Grunde genommenen Vorausſetzungen von ſelbſt folgt. In andern Fällen iſt die Vergröſſerungszahl $\frac{OP}{O\Pi} = \frac{OP \cdot f}{OP \cdot f - CO \cdot CP} = \frac{f}{f - (CO : OP) CP}$. Je gröſſer alſo, wenn alles übrige einerley bleibt, CO genommen werden kann, ohne die vorhin feſtgeſetzte Gränze $C\Omega$ zu übertreffen, deſto gröſſer wird die Zahl $\frac{CO}{CP}$, die ſich alsdenn der Einheit deſto mehr nähert: alſo wird auch die Ver-

grösserungszahl grösser, wiewohl diese mit CO nur langsam wächst.

234. §.

116 Fig. Bisher ist angenommen worden, die Linse sey ein Sammlungsglas. Wenn es ein Zerstreuungsglas, also f negativ ist, so wird $O\Pi = OP + \frac{CO \cdot CP}{f}$, die Zahl $\frac{OP}{O\Pi}$ wird ein ächter Bruch, und der optische Winkel durchs Glas ist kleiner, als am blossen Auge. Ferner wird $C\Omega = -\frac{CP \cdot CA \cdot f}{CP \cdot CA + (CA - PL) f}$ negativ, so lange $PL < CA$ ist. Das heißt, Ω liegt vor dem Glase, und das Auge mag hinter demselben in O wo man will stehen, es übersiehet allemahl das ganze Object.

In dem Fall $PL = CA$ ist $C\Omega = -f$. Wenn aber $PL > CA$ ist, so hat man $C\Omega = \frac{CP \cdot CA \cdot f}{(PL - CA) f - CP \cdot CA}$, und $C\Omega$ wird positiv, wenn $CP < \left(\frac{PL}{CA} - 1\right) f$ ist. Alsdenn muß das Auge nicht weiter, als um diesen Abstand vom Glase entfernt seyn, um das Object ganz zu übersehen.

Beyde Voraussetzungen $CP = 0$, und $CO = 0$, geben wie beym Sammlungsglase keine Veränderung des optischen Winkels, und $\frac{OP}{O\Pi}$ ist hier in den übri-

gen

gen Fällen eine Verkleinerungszahl, die $= \frac{f}{f + (CO : OP)\,CP}$ gefunden wird. Je gröſſer man alſo CO nehmen kann, deſto mehr beträgt die Verkleinerung, wiewohl die Zahl $\frac{OP}{O\Pi}$ nur langſam abnimmt, und nicht kleiner als $\frac{f}{f + CP}$ werden kann.

235. §.

Wenn das Auge in der Axe einer auf beyden Seiten erhabenen Linſe BADG unmittelbar an derſelben bey G ſeine Stelle hat, und die Dicke AG der Linſe in Vergleichung mit den beyden Halbmeſſern der vordern und hintern Fläche nicht ſo gar klein iſt; ſo kommt der mittlere oder Hauptſtrahl LQRS nicht ins Auge, ſondern ſtatt deſſen ein anderer, der aus L in M auf die Glaslinſe fällt, in M aber ſo gegen das Neigungsloth CM in die Lage MK gebrochen wird, daß dieſer zum erſtenmahl gebrochene Strahl die Axe in G ſchneidet. Nach der zweyten bey G erfolgenden Brechung kommt der Strahl in die Lage GH, und trift in dieſer Lage das Auge. Demnach muß GH ein Strahl ſeyn, der von dem Bilde *l* des Puncts L herzukommen ſcheint, und CGH iſt der optiſche Winkel, wie er durchs Glas erſcheint, der ohne Glas PGL = CGK wäre. 118 Fig.

Damit man beyde Winkel vergleichen könne, ſuche man zuförderſt die Stelle F, worin der Strahl LM verlängert die Axe ſchneiden muß, wenn er nach der erſten Brechung durch G gehen ſoll. Man ſiehet wohl, daß er alsdenn auch nach der zweyten Brechung

durch G gehe, und daß dies der besondre Fall sey, wenn im 115. §. die Vereinigungsweite Gp oder $\alpha = 0$ wird. Es war aber a. a. O. Gp oder $\alpha = \frac{\mu\nu\delta r\varrho - (r\varrho\delta - \nu^2 r\varrho)\, c}{\mu\delta\,(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho - (\delta - \nu r)\, c}$, und die Voraussetzung $\alpha = 0$ giebt $(\mu\nu r\varrho - \nu\varrho c)\,\delta = -\nu^2 r\varrho c$, also

$$\delta = \frac{-\nu^2 r\varrho c}{\mu\nu r\varrho - \nu\varrho c} = -\frac{\nu r c}{\mu r - c}.$$

Man stelle die Werthe $\nu = \frac{1}{n-1}$, und $\mu = \frac{n}{n-1}$ wieder her, so wird $\delta = -\frac{rc}{nr-(n-1)\,c}$. Beym Glase ist sehr nahe der Exponent des Verhältnisses der Refraction $n = \frac{3}{2}$, also $n - 1 = \frac{1}{2}$, und es wird alsdenn $\delta = -\frac{2rc}{3r-c}$. In Vergleichung mit r ist c am gröſten, wenn das Glas eine ganze Kugel, und $c = 2r$ ist: also wird für den jetzigen besondern Fall allemahl δ oder AF negativ gefunden. Das heißt, F liegt hinter der Vorderfläche des Glases, und man findet ferner $GF = GA - AF = c - \frac{rc}{nr-(n-1)\,c}$ $= \frac{(n-1)\,(r-c)\,c}{nr-(n-1)\,c}$, also $\frac{FG}{AF} = \frac{(n-1)\,(r-c)}{r}$.

236. §.

Die Abmessungen einer erhabenen Glaslinse sind gegeben: man soll für den besondern Fall die Vergröſserungszahl finden, wenn

wenn das Auge in ihrer Axe ſeine Stelle unmittelbar an der Linſe hat.

Aufl. Weil die Winkel klein ſind, ſo iſt CGH $= n$. CGK $= n$FGM, und FGM : FMG = MF : FG; alſo FMG $= \frac{FG}{MF}$FGM beynahe $= \frac{FG}{AF}$FGM. 118 Fig.

Das giebt AFM $=$ FGM $+$ FMG $= \left(1 + \frac{FG}{AF}\right)$ FGM, und man hat überdem $\frac{FG}{AF} = \frac{(n-1)(r-c)}{r}$ (235. §.); alſo $1 + \frac{FG}{AF} = \frac{nr-(n-1)c}{r}$, und AFM $= \frac{nr-(n-1)c}{r}$. FGM: mithin auch FGM $= \frac{r}{nr-(n-1)c}$. AFM. Weiter iſt AFM $= \frac{PL}{FP}$, alſo FGM $= \frac{r}{nr-(n-1)c} \cdot \frac{PL}{FP}$, und man findet CGH $= \frac{nr}{nr-(n-1)c} \cdot \frac{PL}{FP}$. Endlich iſt PGL $= \frac{PL}{GP}$, alſo findet man die Vergröſſerungszahl

$$\frac{CGH}{PGL} = \frac{nr}{nr-(n-1)c} \cdot \frac{GP}{FP}.$$

Noch ſetze man AP $= a$, ſo iſt GP $= a + c$, und FP $=$ AP $+$ AF $= a + \frac{rc}{nr-(n-1)c}$ (235. §.)

$= \frac{na(r-c)+(a+r)c}{nr-(n-1)c}$; also $\frac{GP}{FP} = \frac{(a+c)(nr-(n-1)c)}{na(r-c)+(a+r)c}$ und die Vergrösserungszahl $\frac{CGH}{PGL} = \frac{nr(a+c)}{na(r-c)+(a+r)c}$, oder eben die Zahl $= \frac{nr(a+c)}{nr(a+c)-(n-1)(a+r)c}$.

Setzt man diese Zahl $= m$, so ist auch $m = 1 : \left(1 - \frac{n-1}{n} \cdot \frac{(a+r)c}{(a+c)r}\right)$. Soll das Object deutlich gesehen werden, so müssen die von jedem Punct ins Auge kommenden Strahlen entweder völlig, oder beynahe parallel seyn, und a muß der Brennweite des Glases gleich seyn, wenn das Auge weitsichtig ist.

Für eine ganze Kugel, wenn ihr Halbmesser $= r$ ist, hat man die Brennweite $= \frac{(2-n)r}{2(n-1)}$. Diese $= a$ gesetzt giebt $\frac{a+r}{r} = \frac{n}{2(n-1)}$, also $\frac{n-1}{n} \cdot \frac{a+r}{r} = \frac{1}{2}$. Ferner ist $c = 2r$, also $\frac{c}{a+c} = \frac{4(n-1)}{3n-2}$, und man findet für die Kugel $m = 1 : \left(1 - \frac{2(n-1)}{3n-2}\right)$ oder $m = \frac{3n-2}{n}$.

Ist

Iſt es eine gläſerne Kugel, und $n = \frac{3}{2}$, ſo hat man $m = 3 - \frac{2}{n} = \frac{5}{3}$.

237. §.

Wenn die Reihe der mittlern Lichtkegel an einer von den Stellen des Auges O, O', O'' mit einer Ebene auf der Axe der Gläſer ſenkrecht geſchnitten wird; ſo verhält ſich der Halbmeſſer des Schnitts zum Oefnungshalbmeſſer des Objectivglaſes, wie der optiſche Winkel, unter welchem das Object ohne Gläſer aus der Mitte der Vorderfläche des Objectivs geſehen würde, zum optiſchen Winkel durch die Gläſer.

Beweis. 1.) Man ſchneide die mittlere Reihe der Lichtkegel an einer von den Stellen O, O′, O″, wo das Auge ſtehen muß, und ſetze den zu dieſem Schnitt gehörigen Halbmeſſer Oo, oder $O'o'$, oder $O''o''$, unbeſtimmt $= y$; ſo iſt vermöge des 217. §. 113 Fig.

für zwey Gläſer

$$y = OG \cdot \text{tang} OGq = \frac{bx}{\alpha\beta} l, \text{ und } \frac{bl}{\alpha\beta} = \frac{1}{m} \text{ (229 §.)}$$

alſo $y = \frac{x}{m}$;

für drey Gläſer

$$y = O'H \cdot \text{tang} CHr = \frac{cbx}{\alpha\beta\gamma} l, \text{ und } \frac{cbl}{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{m}$$

(229. §.), alſo $y = \frac{x}{m}$;

für vier Gläſer

$$y = O''I \,.\, \text{tang}\, DIs = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma\delta} l, \text{ und } \frac{dcbl}{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{m},$$

$$\text{alſo } y = \frac{x}{m}, \text{ u. ſ. f.}$$

In allen Fällen alſo $x = my$, wenn zwey oder mehr Gläſer zuſammen geordnet ſind, oder $y : x = 1 : m$, und $1 : m$ iſt das Verhältniß der erwehnten optiſchen Winkel. (224. §.)

115 Fig. 2.) Aber auch alsdenn, wenn das Object PL vom Auge in O nur durch eine Glaslinſe allein betrachtet wird, gilt eben der Satz. Der mittlere auffallende Kegel $MP\mu$ wird durch die Brechung in den Kegel $Mp\mu$ verwandelt, wenn CM der Oefnungshalbmeſſer des Glaſes iſt. Man ſchneide den letztern durch O auf der Axe ſenkrecht, ſo iſt ON der Halbmeſſer des Schnitts, und der vorigen Bezeichnung gemäß $CM = x$, $ON = y$. Ferner iſt $y : x = Op : Cp$, und $Op : Cp = pCL : pOl$, alſo auch $y : x = pCL : pOl$. Wenn die Linſe eine ſehr geringe Dicke hat, wie es die 115te Figur vorausſetzt, ſo iſt es gleichviel, ob man ſich den Punct C in der Mitte der Linſe ſelbſt zwiſchen den beyden ſphäriſchen Flächen, oder in der Mitte der Vorderfläche vorſtellet.

In dem jetzt betrachteten Fall iſt die Vergröſſerungszahl $m = \frac{pOl}{pOL}$ (231. §.) und überdem $OP \,.\, pOL = CP \,.\, PCL$; oder $pOL = \frac{CP \,.\, PCL}{OP}$: alſo iſt

ist eben die Vergrösserungszahl $m = \frac{OP \cdot pOL}{CP \cdot PCL}$,

folglich auch $m = \frac{OP}{CP} \cdot \frac{x}{y}$.

3.) In dem Fall, wenn das Auge seine Stelle in G unmittelbar an der Linse hat, und der letztern Dicke nicht so ganz unbeträchtlich klein ist, wie es die 118 Figur vorstellet, muß die hintere Oefnung GN etwas grösser als die vordere seyn, wenn alles Licht was auf die vordere Fläche fällt, auch von der hintern durchgelassen werden soll. Zugleich ist alsdenn die hintere Oefnung der Linse einerley mit dem senkrechten Schnitt des ins Auge kommenden Lichtkegels. Der aus P auffallende Strahl PM schneide nach der ersten Brechung in die Lage MN rückwärts verlängert die Axe der Linse in Π; so ist beynahe GN : AM = AΠ + AG : AΠ, und $A\Pi = \frac{-nar}{(n-1)a - r} = \frac{nar}{r - (n-1)a}$, mithin $A\Pi + AG = \frac{nar}{r-(n-1)a} + c = \frac{na(r-c) + (a+r)c}{r-(n-1)a}$. 118 Fig.

Wird also GN = y, AM = x gesetzt, so ist $y : x = na(r-c) + (a+r)c : nar$.

Es ist aber $PAL = \frac{a+c}{a}$ PGL, folglich $\frac{PGl}{PAL} = \frac{a}{a+c} \cdot \frac{PGl}{PGL}$, und im 236. §. war $m = \frac{PGl}{PGL} = \frac{nr(a+c)}{na(r-c) + (a+r)c}$; mithin erhält

man $\frac{PGl}{PAL} = \frac{nar}{na(r-c)+(a+r)c'}$, folglich auch $y : x = PAL : PGl$.

Wenn man m ſtatt $\frac{PGl}{PGL}$ ſchreibt, ſo hat man $\frac{PGl}{PAL} = \frac{a}{a+c} \cdot m$, alſo auch $\frac{x}{y} = \frac{a \cdot m}{a+c}$, und $x = \frac{a}{a+c} \cdot my$, oder $m = \frac{a+c}{a} \cdot \frac{x}{y}$.

238. §.

Das Verhältniß der ſcheinbaren Klarheit des Objects durch die Gläſer geſehen zur Klarheit deſſelben ohne Gläſer geſehen für alle Fälle zu finden, es mag das Object nur durch eine Glaslinſe, oder durch mehrere betrachtet werden.

Aufl. Die ſcheinbare Klarheit verhält ſich jedesmahl, wie die ins Auge kommende Lichtmenge mit der Gröſſe des Bildes auf der Netzhaut dividirt, (159. §.) letztere iſt dem Quadrat des jedesmahligen Geſichtswinkels proportional, (151. §.) und dieſer iſt durch die Gläſer Mmahl gröſſer, als ohne Gläſer, alſo im Verhältniß M : 1. Wenn nun gleich alle Elemente des Objects gleich ſtark glänzend angenommen werden; ſo dürfte doch bey einem etwas groſſen Sehewinkel die Erleuchtung des Bildes auf der Netzhaut gegen den Umfang zu etwas kleiner als in der Mitte deſſelben ausfallen. Der Unterſcheid iſt indeſſen in den gewöhnlichſten Fällen ganz unbe-

trächtlich, und es genüget hier ohnehin, wenn nur die scheinbare Klarheit derjenigen Stelle, die in der Mitte des Gesichtsfeldes liegt, welches man durchs Glas übersehen kann, mit der scheinbaren Klarheit eben dieser Stelle ohne Glas gesehen verglichen wird.

Es sey also PL ein Object, das durch eine Glas- 118
linse BD gesehen wird, und von der Mitte ihrer Vor- Fig.
derfläche um den Abstand AP = a entfernt ist. Man setze die halbe vordere Oefnung AM = x, und an der Stelle, wo das Auge steht, den Halbmesser vom senkrechten Schnitt des mittlern Strahlenkegels = y, das Licht mag übrigens nur in der einen Linse BD, oder in mehrern hinter derselben nach einander folgenden, gebrochen werden, bevor es ins Auge kommt. Ferner sey der Halbmesser der Augenöfnung = ω, die Entfernung in der das Auge sonst deutlich siehet, = h, die in der Entfernung h von dem mittelsten Element des Objects ohne Glas ins Auge kommende Lichtmenge = L, wenn eben daher durchs Glas in der Entfernung AP = a von der Vorderfläche die Lichtmenge l ins Auge kommt. Die scheinbare Klarheit des mittelsten Elements aus der Stelle des Auges O durchs Glas gesehen sey = c, und die scheinbare Klahrheit desselben Elements in der Entfernung h vom Ange ohne Glas gesehen = C. Wenn nun das Object aus der Stelle O durchs Glas gesehen m mahl grösser erscheint, als ohne Glas in der gegebenen Entfernung k vom Auge, aber Mmahl grösser aus der Stelle O durchs Glas gesehen, als ohne Glas in der Entfernung h vom Auge; so ist $M = \frac{h}{k} m$, und man hat $c : C = \frac{l}{M^2} : L$.

Um

Um hiernächst das Verhältniß $l : L$ zu finden, seße man den Glanz oder die wirkliche Klarheit des Objects $= S$; so ist $l = \frac{S \cdot P\pi \cdot x^2}{a^2}$, (24. §.) weil hier AM so klein angenommen wird, daß MP und AP $= a$ sehr nahe gleich groß sind. Nach eben der Regel ist $L = \frac{S \cdot P\pi \cdot \omega^2}{h^2}$: also $l : L = \frac{x^2}{a^2} : \frac{\omega^2}{h^2}$, oder $l : L = \frac{h^2 x^2}{a^2} : \omega^2$, und daher ferner $c : C = \frac{h^2 x^2}{M^2 a^2} : \omega^2$.

239. §.

115 Fig. In dem Fall, welchen die 115te Figur vorstellet, wird angenommen, das Auge betrachte das Object PL in der Entfernung OP vom Auge durch eine Linse AB, deren Dicke so klein ist, daß sie als verschwindend betrachtet werden kann. Alsdenn ist $a = CP$, $k = OP$, und $M = \frac{mh}{OP}$: also $c : C = \frac{OP^2}{CP^2} \cdot \frac{x^2}{m^2} : \omega^2$. In eben diesem Fall ist $\frac{OP}{CP} \cdot \frac{x}{m} = y$, (237. §. n. 2.) also $c : C = y^2 : \omega^2$. Wenn demnach die Oefnung des Glases so groß ist, daß $y = \omega$ wird: so erscheint das Object durchs Glas gesehen eben so helle, als es ohne Glas würde gesehen werden. Aber auch alsdenn, wenn die Oefnung des Glases so groß genommen würde,

würde, daß $y > \omega$ ausfiele; ſo könnte doch c nicht gröſſer als C ausfallen. Denn nun käme nicht die ganze Lichtmenge l, ſondern nur ein Theil von ihr, der $= \frac{\omega^2}{y^2} l$ wäre, ins Auge, und es wäre $c : C = \frac{\omega^2}{y^2} \cdot \frac{l}{M^2} : L$, oder $c : C = \frac{\omega^2}{y^2} \cdot \frac{OP^2 \cdot x^2}{CP^2 \cdot m^2} : \omega^2$, d. i. $c : C = \omega^2 : \omega^2 = 1 : 1$.

240. §.

Der Fall, wenn das Auge in G unmittelbar an der Linſe befindlich, und die Dicke der Linſe nicht ſo unbeträchtlich iſt, daß man ſie als verſchwindend betrachten kann, kommt vornemlich vor, wenn die Linſe als Microſcop gebraucht wird. Alsdenn vergleicht man die Helligkeit, wie ſie durch die Gläſer erſcheint, mit der Helligkeit, wie ſie ohne Glas erſcheinen würde, wenn das Object um den Abſtand h etwa von 8 Zollen vom Auge entfernt wäre. Ueberdem iſt alsdenn $k = GP = a + c$, und $M = \frac{mh}{a+c}$, alſo $c : C = \frac{(a+c)^2 x^2}{m^2 a^2} : \omega^2$. Man hat aber in eben dieſem Fall $\frac{(a+c)x}{ma} = y$ (237. § n. 3) alſo iſt wiederum $c : C = y^2 : \omega^2$. 118 Fig.

241. §.

Es ſey nun die Glaslinſe P das Objectiv eines Fernrohrs, oder vielleicht eines aus mehrern hinter einander geſtellten Glaslinſen zuſammen geſetzten Microſcops; ſo läßt ſich die ſcheinbare Klarheit des 113 Fig.

durch

durch alle Gläser gesehenen Objects mit der Klarheit desselben, wie sie ohne Glas erscheinen würde, nach eben der allgemeinen Regel des 238. §. vergleichen. Nur wird dabey der Lichtverlust nicht in Betrachtung gezogen, der daher entsteht, weil keines von den Gläsern alles auffallende Licht durchläßet, vielmehr jedes Glas einen Theil des auffallenden Lichts zurück wirft, oder sonst zerstreuet. Es ist $c : C = \frac{h^2 x^2}{M^2 a^2} : \omega^2$, und $M = \frac{mh}{k}$, also auch $c : C = \frac{k^2 x^2}{m^2 a^2} : \omega^2$. Wenn alsdenn das Auge an einer von den Stellen O, O′, O″, u. s. f. befindlich ist, so siehet es das betrachtete Object *m*mahl grösser durch die Gläser, als es dasselbe aus der Mitte A des Objectivglases sehen würde; (224. §.) also muß man $k = a$ setzen, und man erhält $c : C = \frac{1}{m^2} x^2 : \omega^2$. Auch in diesem Fall ist $\frac{1}{m} x = y$, (237. §.) also $c : C = y^2 : \omega^2$.

242. §.

Aus Vergleichung aller im 239. 240, 241. §. betrachteten Fälle ergiebt sich, daß die Proportion $c : C = y^2 : \omega^2$ allgemein sey, wenn nur jedesmahl y richtig gefunden wird. Der Augenöfnung Durchmesser 2ω fällt zwischen 1 und 3 Linien, (160. §.) also kann $2\omega = \frac{1}{10}$ Zoll als eine mittlere Grösse angenommen werden, welches $\omega = \frac{1}{20}$ Zoll giebt. Wird alsdenn auch y in Theilen eines Zolles ausgedrückt,

drückt, so erhält man $c = 400\, y^2 \,.\, C$, oder schlechthin $c = 400 y^2$, wenn $C = 1$ gesetzt ist.

Im 238. §. ist $l = \frac{S \,.\, P\pi \,.\, x^2}{a^2}$ angenommen, da statt dessen der Regel des 24. §. gemäß im Nenner PM statt AP also $l = \frac{S \,.\, P\pi \,.\, x^2}{a^2 + x^2}$ hätte gesetzt werden sollen. Wollte man in solchen Fällen, wenn etwa x gegen a nicht so gar klein wäre, wie es beym Microscop der Fall seyn könnte, schärfer rechnen; so könnte man den Winkel APM (118. Fig.) $= \psi$ setzen, und man hätte $PM = \sqrt{(a^2 + x^2)} = a \sec\psi$; also fände man $c : C = \frac{h^2 x^2}{M^2 n^2 \sec\psi^2} : \omega^2$, und das würde im 241. §. $c : C = \frac{x^2}{m^2 \sec\psi^2} : \omega^2$ geben, oder $c : C = y^2 \cos\psi^2 : \omega^2$. 118 Fig.

Dies Verhältniß kommt mit demjenigen überein, welches H. Lambert im 817. §. der Photometrie findet: nach H. Klügel aber wäre $c : C = y^2 \cos\psi^2 : \omega^2 \cos\frac{1}{2}\psi^2$. (M. s. die Analytische Dioptrik 1 Th. 2. Absch. 107. §. 36. Seite) H. Klügel bemerket selbst in der beygefügten Anmerkung die Verschiedenheit von dem Lambertschen Resultat mit dem Zusatz: er könne nicht sagen, worin der Grund des Unterschiedes etwa liegen möge. Dieser Grund ist darin zu finden, daß H. Klügel bey seinen Schlüssen a. a. O. im 105 und 106. §. die Schiefe des Ausflußwinkels nicht in Betrachtung ziehet, wie nach Hrn. Lambert geschehen muß.

Uebri-

Uebrigens hat diese kleine Verschiedenheit auf die Resultate der folgenden Untersuchungen weiter keinen Einfluß, weil auch selbst bey Microscopen x gegen a gewöhnlich so klein ist, daß $\cos\psi$ und nach H. Klügel auch $\cos\frac{1}{2}\psi$ von 1 nicht merklich verschieden sind: es bleibt vielmehr in allen Fällen bey der Proportion $c : C = y^2 : \omega^2$.

243. §.

Das erste von den Naturforschern gebrauchte Fernrohr bestand aus zweyen Gläsern; das Objectiv war, wie es in jedem Fernrohr seyn muß, ein Sammlungsglas, das Ocular hingegen war ein Zerstreuungsglas. Galiläus erfand die Einrichtung eines solchen Fernrohrs für sich zum zweytenmahle, als im ihm Jahr 1609 war erzählt worden, daß ein Holländer dem Grafen Moritz von Nassau ein optisches Instrument überreicht hätte, wodurch man entfernte Gegenstände so groß und deutlich, als wenn sie in der Nähe wären, erblicken könnte: daher hat dies Fernrohr den Nahmen des Galiläischen Fernrohrs erhalten. Nach des Borellus Erzählung in der Abhandlung De vero telescopii inventore, Hagae 1655, in 4, ist eigentlich Zacharias Jansen ein Brillenmacher in Middelburg der erste Erfinder gewesen; die von ihm, auch bald nachher von andern, in Holland verfertigten Fernröhre, hatten wie das Galiläische ein hohles Augenglas, und um deßwillen heissen die Fernröhre von dieser Einrichtung auch holländische. Johann Kepler, dessen Nahme in der Geschichte der optischen und astronomischen Wissenschaften vorzüglich berühmt ist, erklärte hiernächst richtiger als Galiläus selbst die Wir-

Wirkung der damahls gebräuchlichen Fernröhre, und gab überdem noch andre Einrichtungen an, von welchen eine grössere Wirkung und mehr Bequemlichkeit beym Gebrauch zu erwarten war. Dahin gehört das **astronomische Fernrohr**, welches anstatt des Hohlglases ein erhabenes Augenglas hat, und deßwegen den Nahmen des **Sternrohrs** erhielte, weil man es zur Betrachtung der Himmelskörper am dienlichsten fand. **Kepler** selbst brachte indessen seine Theorie von diesem Sternrohr nicht zur Ausübung, sondern der Pater **Scheiner**, der in seiner Schrift: Rosa ursina 1630, davon eine Beschreibung giebt.

244. §.

Der gröste Abstand um welchen ein Object höchstens vom Auge einer Person entfernt seyn kann, wenn es noch deutlich gesehen werden soll, kann hier Kürze halber die **Gränze des deutlichen Sehens** heissen. Weil es weitsichtige und kurzsichtige Personen giebt; so ist die Gränze des deutlichen Sehens nicht für alle Personen einerley, und sie muß für jede Person als gegeben angesehen werden, wenn für diese Person die Einrichtung eines optischen Vergrösserungswerkzeuges gefunden werden soll. Hinführo werde ich allemahl diese Gränze des deutlichen Sehens = D setzen.

245. §.

Die Entfernung $AE = a$ des Objects, vom Vorderglase, und die Gränze des deutlichen Sehens $= D$, mit den Brennweiten p und q beyder zum Sternrohr gehörigen 114 Fig.

Sammlungsgläser sind gegeben: man soll die Entfernung beyder Gläser von einander finden, welche erfodert wird, damit das Object deutlich gesehen werde.

Aufl. In der 114 Figur stelle PP das Objectiv und QQ das Ocular des Sternrohrs vor, so wird die Vereinigungsweite $AF = \alpha = \frac{\delta p}{\delta - p}$ aus der Entfernung $AE = \delta$ und der Brennweite p des Objectivs gefunden. (121. §.) Die hinter dem Vereinigungspunct F auseinander gehenden auf das Augenglas QQ fallenden Strahlen müssen in demselben so gebrochen werden, als kämen sie nach der Brechung aus einem Punct her, der um den Abstand D vom Glase entfernt wäre, und mit F auf eben der Seite des Glases seine Stelle hätte. Hier wäre also D was α im 121. §. war mit dem entgegen gesetzten Zeichen, und b ist, was im 121. §. δ war. In der allgemeinen Gleichung $\delta = \frac{\alpha f}{\alpha - f}$ (121. §.) setze man also $\delta = b$, $f = q$, und $\alpha = -D$, so findet man $b = \frac{Dq}{D+q}$. Aber die gesuchte Entfernung beyder Gläser ist $= \alpha + b = AB$, also wird erfodert, daß $AB = \frac{\delta p}{\delta - p} + \frac{Dq}{D+q}$ sey.

Wird das Fernrohr bey so sehr weit entlegenen Gegenständen gebraucht, daß man δ in Vergleichung mit p als unendlich groß in Rechnung bringen kann, so ist $AB = p + \frac{Dq}{D+q}$. Wenn überdem das Auge

so

so weitsichtig ist, daß man D unendlich groß setzen kann, so ist $AB = p + q$ die Summe beyder Brennweiten. Weil übrigens $\frac{D}{D+q} = 1 - \frac{q}{D+q}$ gefunden wird, so hat man auch $AB = \alpha + q - \frac{q}{D+q} \cdot q$. Für den weitsichtigen ist $AB = \alpha + q$, der kurzsichtige aber muß diese Entfernung der Gläser um das Stück $\frac{q}{D+q} \cdot q$ verkürzen.

246. §.

Für eben dies astronomische Fernrohr hat man aus dem 225. §. die Vergrösserungszahl $m = \frac{\alpha + b - q}{q}$, oder $\frac{\alpha}{q} - \frac{q-b}{q}$. Hier ist $b = q - \frac{q}{D+q} \cdot q$, also $\frac{q-b}{q} = \frac{q}{D+q}$, und man erhält $m = \frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D+q}$. Der Weitsichtige erhält also etwas mehr Vergrösserung, als der Kurzsichtige: denn für den Weitsichtigen ist $m = \frac{\alpha}{q}$, und bey sehr weit entfernten Objecten $m = \frac{p}{q}$.

Aus dem Oefnungsmaasse π des Oculars und der Zahl m findet man dem 228. §. gemäß den scheinbaren Halbmesser des Gesichtsfeldes $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$,

und daraus ferner die Entfernung des Auges vom Ocular BO $= \frac{\pi q}{m\varphi}$. Weil nun jene Gleichung $m\varphi = \frac{m\pi}{m+1}$ giebt, so hat man auch BO $= \frac{(m+1)q}{m}$ $= q + \frac{1}{m}q$: mithin kommt BO der Brennweite q des Oculars desto näher, je mehr das Fernrohr vergröſsert. Wenn alsdenn x der Oefnungshalbmeſſer des Objectivglaſes iſt, ſo hat man für eben dies Sternrohr $y = \frac{1}{m}x$, (237. §.) alſo bey ſehr weit entfernten Objecten $y = \frac{q}{p}x$, und die Helligkeit des durchs Fernrohr betrachteten Objects $c = \frac{y^2}{\omega^2} . C = 400y^2 . C$. (242. §.) Aus den Brennweiten p und q der Gläſer, und ihren Oefnungshalbmeſſern x, πq, beſtimmt ſich demnach alles übrige, wenn auch die Entfernungen D und δ gegeben ſind.

247. §.

Das Galiläiſche Fernrohr unterſcheidet ſich von dem Sternrohr nur dadurch, daß das Ocular ein Zerſtreuungsglas iſt, und eine negative Brennweite hat. Wenn alſo im 245 und 246 §. die Brennweite q negativ genommen wird, ſo finden alle bewieſene Formuln auch beym Galiläiſchen Fernrohr ihre Anwendung. Bey demſelben wird erfodert, daß AB $= \frac{\delta p}{\delta - p} - \frac{D . q}{D - q}$ ſey; (245. §.) alſo für ſehr weit entlegene Gegenſtände AB $= p - \frac{D . q}{D - q}$, und wenn

120 Fig.

es

es eine weitsichtige Person braucht, $AB = p - q$. Ueberhaupt wird erfodert, daß $AB = \alpha - q - \frac{q}{D-q} . q$ sey, und der Kurzsichtige muß die Entfernung der Gläser von einander um das Stück $\frac{q}{D-q} . q$ verkürzen.

Für eben das galiläische Fernrohr ist die Vergrösserungszahl $m = -\frac{\alpha}{q} + \frac{q}{D-q}$, oder $m = -\left(\frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D-q}\right)$ (246. §.) allemahl negativ, und für den weitsichtigen $m = -\frac{\alpha}{q}$. Der negative Werth rührt daher, weil die Lage des Gesichtswinkels BOQ (120. Fig.) derjenigen entgegen gesetzt ist, welche bey Aufsuchung der allgemeinen Formuln in der 114ten Figur ist vorausgesetzt worden.

Der Oefnungshalbmesser des Oculars sey $= \Omega$, also $\Omega = \pi q$, so muß die Zahl $\pi = \frac{\Omega}{q}$ hier negativ in den Formuln angenommen werden, weil q negativ ist, und Ω positiv bleibt. Wird also durch m die positive Zahl $\frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D-q}$ verstanden, so ist $\varphi = \frac{-\pi}{1-m} = \frac{\pi}{m-1}$, und $BO = -\frac{\Omega}{m\varphi}$. Setzt man statt π den Werth $\frac{\Omega}{q} = \frac{m\Omega}{p}$, so ist auch $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\Omega}{p}$.

Der negative Werth von BO zeigt an, daß die Hauptstrahlen nach ihrer Brechung im Augenglase keinen physischen Vereinigungspunct in der Axe haben, wo das Auge seine Stelle haben könnte, um alle aufzufangen; daß sie aber rückwärts verlängert
120 die Axe in einer Stelle O zwischen beyden Gläsern
Fig. schneiden würden.

Wenn alsdenn das Auge unmittelbar am Augenglase so steht, daß die Augenaxe mit des Fernrohrs Axe zusammen fällt; so kann es von den Hauptstrahlen, die aus O herzukommen scheinen, nur soviele fassen, als auf einen kreisförmigen Raum des Augenglases fallen, dessen Halbmesser BQ der Oefnung des Sterns im Auge gleich ist. Demnach genügt es, wenn Ω dem Halbmesser der Augenöfnung gleich gemacht wird, der etwa $\frac{1}{20}$ Zoll beträgt. (242. §.) Daraus giebt sich alsdenn $\pi = \frac{\Omega}{q}$, und $\varphi = \frac{\pi}{m-1}$.

Für die Helligkeit bleibt $y = \frac{1}{m}x$, und $c = \frac{y^2}{\omega^2}$. C.

248. §.

120 Um den äussersten Punct *e* des Objects durch das
Fig. Galiläische Fernrohr zu sehen, wird eben nicht nothwendig erfodert, daß der Hauptstrahl *e*AQ ins Auge komme: das Auge empfindet *e* schon vermittelst einiger von den äussersten Strahlen, wie *epq*. Wenn also BQ $= \Omega$ auch etwas grösser, als der Halbmesser der Augenöfnung genommen wäre, so könnte doch vielleicht das Auge noch ein Gesichtsfeld übersehen, dessen Halbmesser $= \frac{\Omega}{q\,(m-1)}$ wäre, wenn nur B*q*

den

den Halbmeſſer der Augenöfnung nicht überträfe. Weil nun Bq deſto kleiner ausfällt, je gröſſer Ap iſt, ſo trägt die Gröſſe vom Oefnungshalbmeſſer des Objectivs auch etwas zur Vergröſſerung des Geſichtsfeldes bey. Gegen den Rand zu ſcheint zwar das Geſichtsfeld, was man ſo überſiehet, wenn der Mittelpunct des Augenſterns in der Axe des Fernrohrs liegt, weniger helle, als in der Mitte: man kann aber auch dieſe Stellen im Geſichtsfelde heller ſehen, wenn man das Auge ein wenig über der Fläche des Oculars gegen den Rand zu bewegt.

249. §.

Das Keplerische Sternrohr würde auch bey Gegenſtänden auf der Erde gut zu gebrauchen ſeyn, wenn es nicht die Unbequemlichkeit hätte, daß es die Sachen verkehrt darſtellte. Bey den Objecten am Himmel merkt man dieſe Unbequemlichkeit ſo ſehr nicht, weil ſie wie runde Scheiben erſcheinen: allein beym Gebrauch des Fernrohrs auf der Erde iſt es unſtreitig beſſer, wenn es die Sachen aufrecht darſtellet. In ſolcher Abſicht könnte man es aus dreyen Sammlungsgläſern PP, QQ, RR, ſo zuſammen ſetzen, 113
daß nicht allein das erſte Glas PP in Ff, ſondern auch 114
das zweyte QQ in Gg ein wirkliches phyſiſches Bild Fig.
zuwege brächte. Alsdann müſte das Auge in O' ſeine Stelle haben, woſelbſt es den Punct e nach der Richtung $O'R$ oberhalb der Axe ſehen würde. Man hat aber dieſe Anordnung aus Gründen, die weiter unten allererſt ins Licht geſetzt werden können, nicht vortheilhaft befunden. Beſſere Dienſte leiſtet das vom Pater Rheita angegebene Erdfernrohr, wobey vier

Sammlungsgläser der sogleich folgenden nähern Anleitung gemäß, zusammen geordnet werden.

250. §.

121 Fig. Das Objectivglas PP mit dem ersten Augenglase QQ allein verbunden würde schon ein Sternrohr ausmachen, beyder Entfernung von einander AB müste alsdenn $= \alpha + \frac{Dq}{D+q}$ seyn, wenn D die Gränze des deutlichen Sehens ist. (245. §.) Zugleich wird $FB = b = \frac{Dq}{D+q} = q - \frac{q}{D+q} \cdot q$, $BO = \frac{\pi q}{m\varphi} = q + \frac{1}{m}q$, und die Vergrösserungszahl wäre $m = \frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D+q}$. (246. §.) Die mit b zusammengehörige Vereinigungsweite β, welches BG in der 113 u. 114 Figur war, ist $= \frac{bq}{b-q}$, mithin für den jetzigen Fall $\beta = -\frac{b(D+q)}{q}$ negativ, und G liegt vor dem Glase QQ auf eben der Seite, wo das Object befindlich ist, nach E hin. Für weitsichtige ist D so gut als unendlich groß, und alle aus einerley Punct des Objects kommende Lichtstrahlen werden nach der Brechung im zweyten Glase QQ unter sich entweder völlig oder doch sehr nahe parallel. Für kurzsichtige müssen sie ein wenig aus einander fahren. Es sey nun das eine oder das andre, so werden die aus einerley Punct des Objects kommenden Strahlen nach der Brechung im dritten Glase RR in der Entfernung $CH = \gamma$ wieder vereiniget, aus H fallen sie

ſie divergent auf das vierte Glas SS, hinter demſelben ſoll ſie das Auge auffangen, alſo wird erfodert, daß $HD = d = \frac{D \cdot s}{D+s} = s - \frac{s}{D+s} \cdot s$ ſey. Nach den allgemeinen Formuln, wobey die 113 und 114 Figur zum Grunde gelegt ſind, wäre BC $c + \beta$, alſo iſt hier $BC = c - \frac{b(D+q)}{q}$, und man erhält $c = CG = BC + \frac{b(D+q)}{q}$. Aus dieſer Entfernung $CG = c$ hat man $CH = \gamma = \frac{c \cdot r}{c-r}$, alſo $CD = CH + DH = \gamma + s - \frac{s}{D+s} \cdot s$.

Alle durch die Mitte A des Objectivglaſes laufende Hauptſtrahlen laufen nach der Brechung im zweyten Glaſe QQ in O zuſammen in der Entfernung $BO = q + \frac{1}{m}q$; aus O fallen ſie divergent auf das Glas RR, und würden, wie es die 113 u. 114 Fig. vorſtellen, in einem Punct O′ vereiniget werden in der Entfernung $CO' = \frac{CO \cdot r}{CO-r}$. Wenn alsdenn aber $CO = r$, alſo CO der Brennweite des Glaſes R gleich iſt, ſo haben die Hauptſtrahlen nach der Brechung im dritten Glaſe keinen Vereinigungspunct, und laufen mit der Axe des Fernrohrs parallel. Eben dieſe parallelen Hauptſtrahlen fängt das vierte Glas SS auf, und vereiniget ſie in O″, ſo daß DO″ der Brennweite s des Glaſes SS gleich wird. Der aus e kommende Hauptſtrahl ſchneidet alſo bey O″ die

Axe unter dem Winkel DO″S, unter demselben wird das Object aus O, und zwar in aufrechter Stellung gesehen, weil der Strahl SO″ so ins Auge kommt, als käme er von einem Punct oberhalb der Axe, woselbst auch *c* wirklich befindlich ist.

251. §.

Für drey Gläser wäre die Vergrösserungszahl $m' = \frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c-r}{r} \cdot m$, die Zahl $m = \frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D+q}$ gesetzt: für alle vier Gläser aber wäre die Vergrösserungszahl $m'' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs} + \frac{d-s}{s} \cdot m'$. (225. §.) Hier ist nun $\frac{\beta}{b} = -\frac{D+q}{q}$ negativ, also $m' = \frac{c-r}{r} \cdot m - \frac{\alpha(D+q)}{qr}$; auch ist $b = \frac{Dq}{D+q}$, also $\frac{b(D+q)}{q} = D$. Ferner ist BC $= c - \frac{b(D+q)}{q}$, oder BC $= c - D$ (250. §.) und überdem BC $=$ BO $+$ OC $= q + \frac{1}{m}q + r$; also $c - D = q + \frac{1}{m}q + r$, und $(c-r)\,m = (D+q)\,m + q = \frac{\alpha(D+q)}{q} - q + q$. Demnach ist $m' = 0$, und man erhält $m'' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs}$. Es war aber

$\beta =$

$\beta = -\frac{b(D+q)}{q}$ und $c = D + q + \frac{1}{m}q + r$,

alſo wird $m'' = -\frac{\alpha}{q} \cdot \frac{\gamma}{s} \cdot \frac{D+q}{D+q+\frac{1}{m}q+r}$.

Bey der Anordnung für weitſichtige iſt D alſo auch c unendlich und $\gamma = r$, mithin wird alsdenn $m'' = -\frac{\alpha}{q} \cdot \frac{r}{s}$; und wenn die Brennweiten r und s, der beyden letzten Gläſer gleich ſind, ſo iſt $m'' = -\frac{\alpha}{q}$. Weil der optiſche Winkel unter welchem man das Object durch die Gläſer ſiehet, alsdenn in den allgemeinen Formuln, wobey die 113 und 114 Figur zum Grunde gelegt ſind, poſitiv vorkommt, wenn derſelbe beym zweyten und vierten Glaſe, wie BOQ, DO″S, unter der Axe liegt; ſo wird derſelbe negativ, wenn er in dieſen Fällen oberhalb der Axe fällt, und das Object aufrecht geſehen wird. Eben darum wird auch m'' hier negativ, weil φ allemahl als poſitiv in Rechnung kommt.

Aus dieſem Halbmeſſer φ des Geſichtsfeldes findet man die deshalb nöthigen Oefnungshalbmeſſer der Augengläſer vermittelſt der im 222. §. gefundenen Gleichungen. Es iſt $x' = AB \cdot \varphi = (\alpha + b)\varphi$, hier alſo $x' = \left(\alpha + \frac{Dq}{D+q}\right)\varphi$. Ferner iſt hier $BC - BO = CO = r$, $BO = q + \frac{1}{m}q$, alſo $x'' = \frac{r}{q+\frac{1}{m}q} \cdot x' = \frac{r}{q+\frac{1}{m}q} \cdot \left(\alpha + \frac{Dq}{D+q}\right)\varphi$, und eben ſo groß auch x'''. Weil nemlich

nemlich hier CO′ unendlich groß iſt, ſo wird $x''' = -x''$ gefunden, und das Zeichen — rührt nur daher, weil in der 113 und 114 Figur das poſitive DS unter der Axe liegt, hier aber in der 121 Figur DS oberhalb der Axe fällt. Wenn alle drey Augengläſer gleiche Brennweiten haben, und wenn alsdenn die Zahl $m = \frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D+q}$ einigermaſſen groß iſt, ſo wird auch ſehr nahe $x'' = x'$, und alle drey Gläſer müſſen gleiche Oefnungen haben. Um die Helligkeit zu meſſen, iſt $y = \frac{1}{m''} x$, und $c = \frac{y^2}{\omega^2} \cdot C$.

252. §.

Je kleiner bey Anordnung des Galiläiſchen Fernrohrs oder des keplerischen Sternrohrs die Brennweite des Oculars in Vergleichung mit der Brennweite des Objectivs ſeyn kann, deſto anſehnlicher iſt die Vergröſſerung. Auch gilt eben daſſelbe von dem zuletzt beſchriebenen Erdfernrohr, wenn die drey Augengläſer wie gewöhnlich gleiche Brennweiten haben. Würden alle Lichtſtrahlen nach ihren Brechungen in jedem Glaſe aufs vollkommenſte in den Sammlungspuncten vereiniget, welche die bisherigen Rechnungen vorausſetzen, ſo könnte man mit einem Fernrohr von ganz mäßiger Länge eine überaus anſehnliche Vergröſſerung zuwege bringen. Weil jedoch bey gleicher Oefnung des Objectivglaſes die Helligkeit deſto kleiner ausfällt, je anſehnlicher die Vergröſſerungszahl ſeyn ſoll; ſo müſte man ſeine Freyheit

heit haben, den Oefnungshalbmesser x so groß zu nehmen, als man für gut fände. Wenn ferner Brennweite und Oefnung des Oculars einerley bleibt, so wird auch das Gesichtsfeld desto kleiner, je grösser des Objectivs Brennweite in Vergleichung mit der Brennweite des Oculars, je beträchtlicher also die Vergrösserung ist. Demnach müste man auch des Gesichtsfeldes halber den Oculären hinlänglich grosse Oefnungen geben können. Allein hiebey ist man um deßwillen sehr eingeschränkt, weil wegen der Kugelgestalt nicht einmahl alle Lichtstrahlen von gleicher Brechbarkeit in einerley Sammlungspunct vereiniget werden. Auch kommt hiezu fürs zweyte noch die verschiedene Brechbarkeit der ungleichartigen Lichtstrahlen, weswegen sogar nur diejenigen Strahlen, welche sich nach einerley Brechungsverhältniß richten, einen eigenen Vereinigungspunct haben. Daher liegen von jedem Gegenstande unzählig viele Bilder hinter einander, und kein Bild, das eine sphärische Glaslinse für sich allein macht, ist vollkommen deutlich.

Diese von der verschiedenen Brechbarkeit der ungleichartigen Lichtstrahlen herrührende Undeutlichkeit geht desto weiter, je grösser die Brennweite, und mit derselben jede andre Vereinigungsweite der Linse ist. Vermöge der allgemeinen Formul $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ ist die Brennweite desto kürzer, je grösser der Exponent n des Brechungsverhältnisses ist, und die Vereinigungsweite $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ ist de-

sto

ſto kleiner, je kleiner die Brennweite f iſt: alſo müſſen f und α auch bey einer geringen Verſchiedenheit der Zahl n ſchon merklich ungleich ausfallen.

Der XIV. Abſchnitt.

Die Zerſtreuung der in Glaslinſen gebrochenen Strahlen wegen ihrer ungleichen Brechbarkeit.

253. §.

123 Fig. Wenn PP eine Glaslinſe EG ihre Axe vorſtellt, und E ein Punct in der Axe iſt, der den Strahlenkegel PEP auf das Glas ſendet; ſo werden die dazu gehörigen Lichtſtrahlen bey der Brechung im Glaſe zugleich auf folgende Art zerſtreuet. Die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit ſammlen ſich in einem eigenen Vereinigungspunct F, die am wenigſten brechbaren Strahlen aber in einem von der Linſe weiter entfernten Punct G, und die am meiſten brechbaren in einem Punct H, welcher der Linſe näher als F liegt. Nun heiſſen FG und FH die Längenabweichungen der Strahlen von der kleinſten und gröſten Brechbarkeit. Wenn FG und FH ſehr klein ſind, ſo ſind die Winkel AGP und AHP ſehr nahe gleich groß, und die kleinen Dreyecke GHK, GHk, werden gleichſchenklicht. Sind alsdenn auch FG und FH gleich groß, ſo ſtehen FK und Fk auf GH ſenkrecht, daß alſo Kk als eine grade auf HG in F ſenkrechte Linie angeſehen werden kann. Die Linie

Linie FK heißt die Seitenabweichung, und ein Kreis aus dem Mittelpunct F mit dem Halbmesser FK in der auf AG senkrechten Ebene beschrieben, heißt der **Abweichungskreis**. Der Winkel FPH, oder der ihm fast gleiche Winkel FPG kann der **Abweichungswinkel** heissen.

254. §.

Wenn eine wie sonst gewöhnlich mit einem Buchstaben bezeichnete Grösse um eine gewisse Differenz wächst oder abnimmt, so bezeichnet man diese Differenz dadurch, daß man demselben Buchstaben, welcher den Werth der Grösse vor der Aenderung ausdrückte, ein *d* voraussetzt. Alsdenn ist das *d* ein ähnliches Zeichen, wie das *l* den Logarithmen einer Grösse, das $\surd$ die Wurzel aus einer Grösse bezeichnet. Man schreibt *dm*, *dn*, und muß nicht lesen *d* mit *m* oder mit *n* multiplicirt, vielmehr muß man die Differenz verstehen, um welche *m* oder *n* bey einer vorgegangenen Aenderung grösser oder kleiner geworden ist. Wenn eine solche Differenz so sehr klein ist, daß man ihre höhern Potenzen ohne merklichen Fehler in der Rechnung weglassen kann, so heißt sie hier ein **Differential**. Es hat freylich in der höhern Mathematik mit den Differentialien sonst noch eine andre Bewandniß: hier aber kommen sie in dem angezeigten Sinne nur vor. Der Gebrauch des Nahmens und des Zeichens wird zur bequemen Abkürzung des Vortrages bey den folgenden Untersuchungen dienen.

Man setze daß AF $= \alpha$ die Vereinigungsweite der Strahlen von mittlerer Brechbarkeit sey, für welche das Verhältniß der Refraction $= n : 1$ ist.

Für

Für Strahlen welche am wenigsten brechbar sind, sey es $= n - dn : 1$, so wird $\alpha + d\alpha$, aus α, wenn $n - dn$ statt n gesetzt wird, und hier ist $d\alpha =$ FG. Eben so wird $\alpha - d\alpha$ aus α, wenn $n + dr$ statt n gesetzt wird, und man hat hier auch $- d\alpha =$ FH.

255. §.

Wenn beyde Factoren eines Products pq um ihre Differentialien dp und dq wachsen; so ist das Differential des Products $d.pq = pdq + qdp$.

Beweis. Es ist $(p + dp)\ (q + dq) = pq + pdq + qdp + dp\,.\,dq$, also $(p + dp)\ (q + dq) - pq = pdq + qdp$, weil der Voraussetzung gemäß das Product $dp\,.\,dq$ ohne merklichen Fehler wegbleiben kann.

256. §.

Wäre nur der eine Factor q veränderlich, so hätte man $d\,.\,pq = pdq$. Denn es ist $p\,(q + dq) = pq + pdq$, also $p\,(q + dq) - pq = pdq$. Eine Grösse die sich nicht zugleich mit ändert, wenn eine oder mehr andre Grössen Aenderungen leiden, betrachtet man hier als eine beständige Grösse; ihr Differential ist alsdenn $= 0$. Setzt man im vor. §. $dp = 0$, das heißt, nimmt man p als beständig an, so findet man auch $d\,.\,pq = pdq$.

257. §.

Wenn Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{p}{q}$ veränderlich sind, so ist $d\,.\,\frac{p}{q} = \frac{qdp - pdq}{qq}$.

Beweis.

Beweis. Es ſey $\frac{p}{q} = Q$, ſo iſt $p = Q \cdot q$ und $dp = Qdq + qdQ$, alſo $qdQ = dp - Qdq$, und man findet $dQ = \frac{dp}{q} - \frac{Qdq}{q}$, oder $d \cdot \frac{p}{q} = \frac{dp}{q} - \frac{pdq}{qq} = \frac{qdp - pdq}{qq}$.

Wenn p allein ſich änderte, ſo wäre $d \cdot \frac{p}{q} = \frac{dp}{q}$. Wenn ſich aber allein q änderte, ſo wäre $d \cdot \frac{p}{q} = -\frac{pdq}{qq}$.

258. §.

Wenn beyde Factoren eines Products veränderlich und gleich groß ſind, alſo das Product, wie p^2 als die zweyte Potenz der Größe p zu betrachten iſt, ſo hat man $d \cdot p^2 = 2pdp$; (256. §.) alſo $d \cdot p^3 = 3p^2 dp$, und überhaupt $d \cdot p^n = np^{n-1} dp$.

259. §.

Wenn p die Brennweite einer Linſe für das Brechungsverhältniß $n : 1$ iſt, ſo hat man $dp = -\frac{pdn}{(n-1)}$ für das Brechungsverhältniß $n + dn : 1$.

Beweis. Wenn r, ϱ, die Halbmeſſer der vordern und hintern Fläche der Linſe ſind, ſo hat

man $p = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$, also ist $(n-1)p =$ $\frac{r\varrho}{r+\varrho}$ eine beständige Grösse, wenn gleich n um dn wächst, und zugleich p um dp abnimmt. Demnach ist $(n-1)dp + pdn = 0$, mithin $dp = \frac{-pdn}{n-1}$.

Schreibt man $n - dn$ statt n in dem Werth von p, also $-dn$ statt $+dn$ in dem Werth von dp; so hat man $dp = \frac{pdn}{n-1}$. Dies Differential ist dem vorigen entgegen gesetzt, sonst aber demselben gleich. Wenn
123 Fig. also AF die Brennweite der Linse PP für das Brechungsverhältniß $n : 1$ ist, AH, AG, aber ihre Brennweiten für die Brechungsverhältnisse $n + dn : 1$ und $n - dn : 1$; so ist FH = FG, und was im 253. §. aus dieser Voraussetzung vorläufig geschlossen ward, findet seine Anwendung.

260. §.

Wenn die Vereinigungsweite α mit der Entfernung δ und dem Brechungsverhältnisse $n : 1$ zusammen gehört; so ist $d\alpha = \frac{\alpha\alpha}{pp}dp = -\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$, wenn $n + dn$ statt n gebraucht wird.

Beweis. Es ist $\frac{1}{p} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$, (121. §.) also $-\frac{dp}{pp} = -\frac{d\alpha}{\alpha\alpha}$, (257. §.) und das giebt $d\alpha$ =

$= \frac{\alpha\alpha}{pp} dp = - \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$.

Brauchte man $n - dn$ ſtatt n, ſo würde man $d\alpha = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$ erhalten, und dies Differential iſt wiederum dem vorigen gleich und entgegen geſetzt. Wenn demnach AF $= \alpha$ die Vereinigungsweite für die Entfernung δ und das Brechungsverhältniß $n : 1$ iſt, AG, AH, aber dieſe Vereinigungsweiten für die Verhältniſſe $n - dn$ und $n + dn$ ſind; ſo iſt FG $=$ FH. Dieſemnach liegen FK, Fk, in grader Linie, die AG ſenkrecht ſchneidet, (253. §.) und Kk ſtellet den Durchmeſſer des Abweichungskreiſes vor, auf deſſen Ebene die Axe des Glaſes ſenkrecht iſt. 123 Fig.

261. §.

Wenn alle Strahlen von der mittlern Brechbarkeit in F zuſammen laufen, ſo iſt dagegen G für die am wenigſten und H für die am meiſten brechbaren Strahlen der Vereinigungspunct. Die Strahlen von andern Arten vereinigen ſich in Puncten zwiſchen F und G oder F und H; übrigens aber gehen doch alle zum Kegel PEP gehörige auf die Linſe fallenden Strahlen nach ihrer Brechung durch den mit FK um F beſchriebenen auf AG ſenkrechten Kreis. Die mittlern Strahlen ſind im Mittelpunct deſſelben vereiniget, und die äuſſerſten auf der ganzen Fläche ausgebreitet: die übrigen nehmen darauf einen deſto gröſſern mit jenem Kreiſe concentriſchen kreisförmigen Raum ein, je mehr ſie in Anſehung der Brechbarkeit von den mittlern abgehen.

262. §.

123 Fig. Wenn $AP = x$ der Oefnungshalbmeſſer für die Glaslinſe iſt, ſo iſt der Halbmeſſer des Abweichungskreiſes $FK = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha}{p} \cdot x$.

Beweis. Es iſt AG : AP = FG : FK, und AG ſehr nahe = AF = α, alſo $\alpha : x = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$: FK, woraus ſogleich $FK = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha}{p} \cdot x$ folgt.

263. §.

Nach Newtons Verſuchen, und für ſolche Glasarten, als Newton dabey gebraucht hat, iſt das Brechungsverhältniß der mittlern Strahlen = 1,55 : 1, und das ſind die grünen ſchon ins blaue fallenden Strahlen. Wenn alſo dies Verhältniß durch $n : 1$ bezeichnet wird; ſo hat man für die rothen Strahlen das Brechungsverhältniß $n - \frac{1}{100} : 1$, und für die violetten $n + \frac{1}{100} : 1$, mithin $dn = \frac{1}{100}$, und $\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{55}$. Das giebt $dp = \pm \frac{1}{55} p$, (259. §.) alſo $d\alpha = \pm \frac{1}{55} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$, (260. §.) und $FK = \frac{1}{55} \cdot \frac{\alpha}{p} \cdot x$.

264. §.

Die Brechungsverhältniſſe für die Strahlen von verſchiedenen Farben, wie ſie nach der Ordnung folgen, hat H. Newton (Optices L. I. P. II. Prop. 3.) von der Gröſſe befunden, wie ſie die folgenden Zahlen angeben:

Bre-

		Brechungsverhältniſſe		
der rothen	—	zwiſchen	77 : 50	oder 1,5400 : 1
		und	$77\frac{1}{8}$: 50	1,5425 : 1
— dunkelgelben	—	zwiſchen	$77\frac{1}{8}$: 50	oder 1,5425 : 1
		und	$77\frac{1}{5}$: 50	1,5440 : 1
— hellgelben	—	zwiſchen	$77\frac{1}{5}$: 50	oder 1,5440 : 1
		und	$77\frac{1}{3}$: 50	1,5467 : 1
— grünen	—	zwiſchen	$77\frac{1}{3}$: 50	oder 1,5467 : 1
		und	$77\frac{1}{2}$: 50	1,5500 : 1
— himmelblauen	—	zwiſchen	$77\frac{1}{2}$: 50	oder 1,5500 : 1
		und	$77\frac{2}{3}$: 50	1,5533 : 1
— dunkelblauen	—	zwiſchen	$77\frac{2}{3}$: 50	oder 1,5533 : 1
		und	$77\frac{7}{9}$: 50	1,5555 : 1
— violetten	—	zwiſchen	$77\frac{7}{9}$: 50	oder 1,5555 : 1
		und	78 : 50	1,5600 : 1

Nimmt man eins von dieſen Verhältniſſen nach Gefallen für das mittlere $n : 1$ an, ſo kann man ein Paar andre davon auf beyden Seiten gleich weit abweichende Verhältniſſe durch $n + dn : 1$, und $n - dn : 1$ verſtehen, und die bisherigen Schlüſſe darauf anwenden. Setzt man die mittlern Strahlen genau in die Mitte zwiſchen den orangefarbenen und gelben, für welche die Verhältniſſe 1,5425 : 1 und 1,5467 : 1 gelten, ſo iſt das mittlere Verhältniß 1,5446 : 1. Nimmt man alsdenn erſtlich $dn = \pm$ 0,0021, ſo hat man alle orangefarbenen und gelben Strahlen in dem Abweichungskreiſe. Setzt man ferner $dn = \pm$ 0,0033, ſo kommt die helleſte Hälfte der rothen und grünen Strahlen hinzu. Wird endlich auch $dn = \pm$ 0,0046 geſetzt, ſo ſind zugleich die rothen und faſt alle grünen Strahlen darin begriffen.

265. §.

124 Fig. Der um F beschriebene Kreis Kk stelle den Abweichungskreis vor, so sind die mittlern Strahlen alle in F vereiniget, die von den beyden äussern Arten sind über den ganzen Kreis vertheilt, jede von den übrigen Arten ist in einem mit den vorigen concentrischen Kreise wie BC ausgebreitet, und zwar gleichförmig, wofern man annehmen kann, daß jede dieser Arten beym Auffallen auf die Glaslinse über derselben gleichförmig vertheilt sey. Man muß sich übrigens eine unzählige Menge concentrischer Lichtkreise paarweise vorstellen, deren Halbmesser nach und nach gröſſer werden, so wie man *dn* gröſſer annimmt, und in jedem dieser Kreise ist die dazu gehörige Art der Strahlen gleichförmig verbreitet.

Nun war der allgemeine Ausdruck für den Halbmesser des Abweichungskreises $FK = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha}{p} \cdot x$, (262. §.) also für einen sehr weit entfernten Gegenstand $FK = \frac{dn}{n-1} \cdot x$. Setzt man nun, wie am Ende des vor. §. angenommen ward, $n = 1{,}5446$, und hiernächst nach und nach $dn = 0{,}0021$, $dn = 0{,}0033$, $dn = 0{,}0046$; so hat man im ersten Fall für einen sehr entfernten Gegenstand den Halbmesser des Abweichungskreises $= \frac{21}{4400} x$, im zweyten Fall $= \frac{33}{4400} x$, im dritten Fall $= \frac{46}{4400} x$. Aus F beschrei-

125 Fig. be man mit den Halbmessern 21, 33, 46, die Kreise AA, BB, CC, so sind in AA alle gelben und orangefarbenen nebst einem Theil der übrigen enthalten; die helleste Hälfte der rothen und grünen erstreckt sich bis an den Umfang BB, die übrigen rothen und fast alle grünen bis an CC.

266. §.

266. §.

Zwey Linsen von verschiedenen Glasarten *PP*, *QQ*, haben die gemeinschaftliche Axe *AB*, und die vordere fängt den aus einem Punct *E* der Axe kommenden Lichtkegel *pEp* auf; für das vordere Glas ist das mittlere Brechungsverhältniß $n : 1$, für das hintere $n' : 1$, $AF = \alpha$, $BG = \beta$, sind die Vereinigungsweiten für die mittlern Strahlen: man soll das $d\beta$ finden, um welches sich BG ändert, wenn $n + dn$ statt n, und $n' + dn'$ statt n' gesetzt wird. 113 Fig.

Aufl. Es ist $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q}$, (121. §.) also $\frac{db}{bb} + \frac{d\beta}{\beta\beta} = \frac{dq}{qq}$, und man erhält $d\beta = \left(\frac{dq}{qq} - \frac{db}{bb}\right)\beta\beta$. Ferner ist $\alpha + b = AB$ unveränderlich, also $db = -d\alpha = +\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$ (260. §.) und $dq = -\frac{dn'}{(n'-1)}q$. (259. §.) Werden diese Werthe statt db und dq gesetzt, so erhält man $d\beta = -\left(\frac{dn'}{(n'-1)q} + \frac{dn}{(n-1)p} \cdot \frac{\alpha\alpha}{bb}\right)\beta\beta$, oder $d\beta = -\left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q}\right)\frac{\alpha^2 \cdot \beta^2}{b^2}$.

267. §.

Wenn zu den beyden Gläsern PP, QQ, noch das dritte RR hinzu kommt, das mittlere Brechungsver- 113 Fig.

verhältniß für dieses dritte Glas aber n'' : 1, und die Vereinigungsweite $CH = \gamma$ ist: so hat man $d\gamma = -\left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{bb\ cc}{\alpha\alpha\beta\beta} \cdot \frac{1}{r}\right) \frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{b^2\,c^2}$. Auch wenn das vierte Glas SS hinzu kommt, für dasselbe aber das mittlere Brechungsverhältniß n''' : 1, und $DI = \delta$ ist: so wird $d\delta = -\left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} \cdot \frac{1}{s}\right) \frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta^2}{b^2c^2d^2}$ gefunden.

Es ist nemlich $\frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r}$, also $\frac{dc}{cc} + \frac{d\gamma}{\gamma\gamma} = \frac{dr}{rr}$, und $d\gamma = \left(\frac{dr}{r^2} - \frac{dc}{c^2}\right)\gamma$. Ferner ist $\beta + c = BC$ unveränderlich, also $dc = -d\beta$, und $dr = -\frac{dn''}{n''-1} \cdot r$. Wenn diese Werthe substituirt werden, und alsdenn auch der Werth $d\beta$ aus dem vor. §. gebraucht wird; so wird die schon angezeigte Formul gefunden, und man schließt eben so für vier und noch mehr Gläser.

268. §.

Wenn $\psi = \frac{abcx}{\alpha\beta\gamma\delta}$ ist, und alle Factoren

ren im Zähler sowohl als auch im Nenner um ihre Differenzen wachsen, so ist $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{da}{a} - \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{db}{b} - \frac{d\beta}{\beta} + \frac{dc}{c} - \frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dx}{x} - \frac{d\delta}{\delta}$ u. s. f. wenn auch noch mehr Factoren im Zähler und Nenner vorhanden wären.

Beweis. Es sey zuerst $\psi = \frac{ab}{\alpha\beta}$, so ist $d\psi = \frac{\alpha\beta \times d.ab - ab \times d.\alpha\beta}{\alpha^2\beta^2}$ (257. §.) $= \frac{\alpha\beta(adb + bda) - ab(\alpha d\beta + \beta d\alpha)}{\alpha^2\beta^2}$, und $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{\alpha\beta(adb + bda) - ab(\alpha d\beta + \beta d\alpha)}{\alpha\beta ab} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\beta}{\beta}$.

Wenn also $\psi = \frac{abc}{\alpha\beta\gamma}$ wäre, so hätte man $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{d.ab}{ab} + \frac{dc}{c} - \frac{d.\alpha\beta}{\alpha\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{adb + bda}{ab} + \frac{dc}{c} - \frac{\alpha d\beta + \beta d\alpha}{\alpha\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma}$, oder $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\beta}{\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma}$. Ist

ferner $\psi = \frac{abcx}{\alpha\beta\gamma\delta}$, so erhält man $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{d \cdot abc}{abc}$ $+ \frac{dx}{x} - \frac{d \cdot \alpha\beta\gamma}{\alpha\beta\gamma} - \frac{d\delta}{\delta} = \frac{abdc + acdb + bcda}{abc}$ $+ \frac{dx}{x} - \frac{\alpha\beta\delta\gamma + \alpha\gamma\delta\beta + \beta\gamma\delta\alpha}{\alpha\beta\gamma} - \frac{d\delta}{\delta}$; also auch $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c} + \frac{dx}{x} - \frac{d\alpha}{\alpha}$ $- \frac{d\beta}{\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma} - \frac{d\delta}{\delta}$.

269. §.

123 Fig. Es sey der Winkel $AFP = \psi$, welchen die mittlern Strahlen nach der Brechung in der Linse PP mit der Axe machen, so ist FPG oder $FPH = d\psi$, und man findet $d\psi = + \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{x}{p}$.

Beweis. Es ist $\psi = \frac{x}{\alpha}$, also $d\psi = -\frac{d\alpha}{\alpha\alpha} \cdot x$, weil x als der Oefnungshalbmesser des Glases unverändert bleibt: also auch $d\psi = + \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{x}{p}$. (260. §.)

270. §.

113 Fig. Nach dem Durchgange durch zwey Gläser sey der Winkel BGq der Strahlen mittlerer Brechbarkeit mit der Axe $= \psi$, so ist $\psi = \frac{bx}{\alpha\beta}$, (217. §.) also $\frac{d\psi}{\psi}$ $=$

$= \frac{db}{b} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\beta}{\beta}$, und $-d\alpha = db$, also $\frac{d\psi}{\psi} = -\frac{(\alpha+b)\,d\alpha}{\alpha b} - \frac{d\beta}{\beta}$, und $d\psi = -\frac{(\alpha+b)\,d\alpha}{\alpha^2\beta}x - \frac{b\,d\beta}{\alpha\beta^2}x$.

Setzt man für drey Gläser $CHr = \psi$, so ist $\psi = \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$ (217. §.) also $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{db}{b} - \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{dc}{c} - \frac{d\beta}{\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma}$, und $db = -d\alpha$, $dc = -d\beta$, mithin $\frac{d\psi}{\psi} = -\frac{(\alpha+b)\,d\alpha}{\alpha b} - \frac{(\beta+c)\,d\beta}{\beta c} - \frac{d\gamma}{\gamma}$, und $d\psi = -\frac{(\alpha+b)\,cx}{\alpha^2\beta\gamma}d\alpha - \frac{(\beta+c)\,bx}{\alpha\beta^2\gamma}d\beta - \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma^2}d\gamma$.

Eben so sey für vier Gläser $DIs = \psi$, also $\psi = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma\delta}$. Weil das d hier eine kleine Zweydeutigkeit machen würde, so will ich ϑ statt d schreiben. Alsdenn ist $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{db}{b} - \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{dc}{c} - \frac{d\beta}{\beta} + \frac{d\vartheta}{\vartheta} - \frac{d\gamma}{\gamma} - \frac{d\delta}{\delta}$, und $db = -d\alpha$, $dc = -d\beta$, $d\gamma = -d\vartheta$, mithin $\frac{d\psi}{\psi} = -\frac{(\alpha+b)\,d\alpha}{\alpha b} -$

$$-\frac{(\beta+c)\,d\beta}{\beta c}-\frac{(\gamma+\vartheta)\,d\vartheta}{\gamma\vartheta}-\frac{d\delta}{\delta},$$ also ferner

$$d\psi=-\frac{(\alpha+b)\,c\vartheta x}{\alpha^2\beta\gamma\delta}d\alpha-\frac{(\beta+c)\,\vartheta bx}{\alpha\beta^2\gamma\delta}d\beta$$
$$-\frac{(\gamma+\vartheta)\,cbx}{\alpha\beta\gamma^2\delta}d\gamma-\frac{\vartheta cbx}{\alpha\beta\gamma\delta^2}\cdot d\delta.$$

271. §.

Die Längenabweichung $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$, $d\delta$, ist, wenn alles übrige einerley bleibt, dem Quadrat der Vereinigungsweite α, β, γ, δ, proportional. (260. 266. 267. §.) Wenn aber ein Vergrösserungswerkzeug die Einrichtung für weitsichtige Personen hat, so wird für das Ocular zunächst am Auge die Vereinigungsweite β, γ, oder δ, und mit derselben auch die Längenabweichung unendlich groß, wie der Natur der Sache ganz gemäß ist. Wenn nemlich die Strahlen der mittlern Brechbarkeit der Axe parallel sind, so werden die übrigen, welche mehr oder weniger brechbar sind, die Axe schneiden, und für sie wird die Vereinigungsweite endlich seyn.

In eben diesem Fall bleiben jedoch die Werthe

$$\frac{d\beta}{\beta\beta}=-\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p}+\frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{bb}{\alpha\alpha}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha^2}{b^2},$$ (266. §.)

$$\frac{d\gamma}{\gamma\gamma}=-\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p}+\frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}+\frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}\right)\frac{\alpha^2\beta^2}{b^2c^2},$$

$d\delta$

$$\frac{d\delta}{\delta\delta} = -\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} - \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r} + \frac{dn'''}{n'''-1}\cdot\frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}\cdot\frac{1}{s}\right)\frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{b^2c^2d^2},$$ (267. §.)

endlich, und im 270. §. erhält man

für 2 Gläſer

$$d\psi = -\frac{bx}{\alpha}\cdot\frac{d\beta}{\beta^2} = +\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha x}{b},$$

für 3 Gläſer

$$d\psi = -\frac{bcx}{\alpha\beta}\cdot\frac{d\gamma}{\gamma^2} = +\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}\right)\frac{\alpha\beta x}{bc},$$

für 4 Gläſer

$$d\psi = -\frac{\vartheta cbx}{\alpha\beta\gamma}\cdot\frac{d\delta}{\delta^2} = +\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r} + \frac{dn'''}{n'''-1}\cdot\frac{b^2c^2\vartheta^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}\cdot\frac{1}{s}\right)\frac{\alpha\beta\gamma x}{bc\vartheta}.$$

Der

Der Halbmesser der Oefnung, welcher erfodert wird, um alles auf das erste Glas fallende Licht durch das zweyte durchzulassen, ist $= \frac{bx}{\alpha}$; und wenn derselbe in den Factor $-\frac{d\beta}{\beta\beta}$ multiplicirt wird, so wird $d\psi = -\frac{d\beta}{\beta\beta} \cdot \frac{bx}{\alpha}$ für zwey Gläser unter einer ähnlichen Form wie für ein Glas allein im 269. §. gefunden. Eben diese Winkelabweichung ist für zwey Gläser $d\psi = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{x}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{1}{q} \cdot \frac{bx}{\alpha}$. Der erste Theil ist die Winkelabweichung für das erste Glas allein in die Vergrösserungszahl $\frac{\alpha}{b}$ für beyde Gläser multiplicirt. Der zweyte Theil ist die Winkelabweichung für das zweyte Glas allein, wenn es die wegen der Helligkeit nöthige halbe Oefnung $\frac{bx}{a}$ hat.

Der Halbmesser der Oefnung für das dritte Glas, wenn es alles auf das erste fallende Licht durchlassen soll, ist $\frac{bcx}{\alpha\beta}$ für die mittlern Strahlen verstanden: derselbe in den Factor $-\frac{d\gamma}{\gamma\gamma}$ multplicirt giebt für drey Gläser $d\psi = -\frac{d\gamma}{\gamma\gamma} \cdot \frac{bcx}{\alpha\beta}$ wie-

der

der unter ähnlicher Form wie im 269. §. für ein Glas. Auch läßt sich für drey Gläser die Winkelabweichung so ausdrücken $d\psi = \frac{\beta}{c}\left(\frac{dn}{v-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha x}{b} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{bcx}{\alpha\beta}$. Der erste Theil ist die Winkelabweichung für die beyden ersten Gläser allein in die Zahl $\frac{\beta}{c}$ multiplicirt, als den Antheil des dritten Glases an der Vergrösserung: der zweyte Theil aber ist die Winkelabweichung für das zweyte Glas allein, wenn es die wegen der Helligkeit nöthige halbe Oefnung $\frac{bcx}{\alpha\beta}$ hat.

Aehnliche Bemerkungen finden auch bey vier und noch mehrern Gläsern ihre Anwendung.

272. §.

Wenn die mittlern Strahlen nach dem Durchgang durch alle Gläser mit der Axe parallel werden, so vereinigen sich die mehr brechbaren in einem Puncte hinter dem letzten Glase, die weniger brechbaren aber fahren aus einander, als kämen sie aus einem Punct vor dem Glase her: es wäre denn, daß bey Zusammenordnung mehrerer Gläser, unter welchen auch Hohlgläser seyn könnten, der umgekehrte Fall einträte. Die ungleichartigen Strahlen, welche mit den mittlern in einerley Entfernung x von der Axe auf das Objectivglas fallen, treffen die folgenden Gläser zwar nicht in völlig gleichen Entfernungen

gen von der Axe indeſſen kommen doch dieſe Entfernungen alle ſehr nahe mit denjenigen überein, worin die mittlern Strahlen die folgenden Gläſer treffen.

113 Fig. Wenn nun sI einer von den äuſſern Strahlen iſt, der die Axe ſchneidet, wenn die mittlern mit ihr parallel ſind, ſo iſt DIs ihr Abweichungswinkel, der $= \frac{Ds}{DI}$ gefunden wird. In dieſem Ausdruck iſt Ds der wegen der Helligkeit nöthige Halbmeſſer des letzten Glaſes, und DI die letzte Vereinigungsweite der ungleichartigen Strahlen mit der Axe. Aus dem 217 §. hat man die Oefnungshalbmeſſer wegen der Helligkeit für das zweyte Glas $= \frac{bx}{\alpha}$, für das dritte Glas $= \frac{bcx}{\alpha\beta}$, u. ſ. w.

Die letzte Vereinigungsweite der ungleichartigen Strahlen ſey $= u$, ſo iſt

für zwey Gläſer

$$\frac{bx}{\alpha} \cdot \frac{1}{u} = d\psi, \text{ mithin } \frac{1}{u} = \frac{\alpha}{bx}\, d\psi, \text{ oder } \frac{1}{u} = \left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q}\right) \frac{\alpha^2}{b^2},$$

für drey Gläſer

$$\frac{bcx}{\alpha\beta} \cdot \frac{1}{u} = d\psi, \text{ alſo } \frac{1}{u} = \frac{\alpha\beta}{bcx} \cdot d\psi, \text{ oder } \frac{1}{u} = \left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r}\right) \cdot \frac{\alpha^2\beta^2}{b^2c^2}, \text{ u. ſ. w.}$$

273. §.

273. §.

Wenn das Auge einer Perſon, welche gut in die Ferne ſiehet, beym Gebrauch eines Vergröſſerungswerkzeuges die Strahlen mittlerer Brechbarkeit in paralleler Lage auffängt, und wenn alsdenn die mehr brechbaren Strahlen convergent, die weniger brechbaren divergent ins Auge kommen; (272. §.) ſo haben nur die mittlern Strahlen Vereinigungspuncte auf der Netzhaut, und die übrigen breiten ſich in Zerſtreuungskreiſen aus. Vermöge der Erfahrung kann man dieſer Zerſtreuung ungeachtet wenigſtens diejenigen Theile eines durch die Gläſer betrachteten Gegenſtandes, welche der Axe nahe ſind, deutlich genug erkennen, wenn die Abweichungswinkel nur nicht gewiſſe Gränzen übertreffen, welche man aus Erfahrungen kennen zu lernen ſuchen muß. Die für $d\psi$ gefundenen Formuln ergeben, daß dieſer Abweichungswinkel deſto gröſſer ausfalle, je kleiner die Brennweiten der Oculargläſer ſind: ſolchergeſtalt ergiebt ſich nun völlig der Grund, warum man nicht mit jedem Objectiv jedes willkührlich gewählte Ocular verbinden, und dadurch jede verlangte Vergröſſerung zuwege bringen könne.

274. §.

Wird das im 243. §. beſchriebene Sternrohr bey ſehr weit entfernten Gegenſtänden gebraucht, ſo iſt $b = q$, $\alpha = p$, und $m = \frac{p}{q}$ (245. 246. §). Wenn überdem beyde Linſen von einerley Glasart

ſind, alſo $n = n'$ iſt; ſo wird $\frac{1}{u} = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{m^2}{p} + \frac{1}{q}\right)$. Ferner iſt auch $\frac{1}{q} = \frac{m}{p}$, alſo $\frac{1}{u} = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{m(m+1)}{p} = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{m^2}{p}\left(1 + \frac{1}{m}\right)$, und $d\psi = \frac{x}{m} \cdot \frac{1}{u} = \frac{x\,dn}{n-1} \cdot \frac{m+1}{p}$: mithin deſto näher $\frac{1}{u} = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{m^2}{p}$, je gröſſer die Zahl m wird. Soll nun die von der Farbenzerſtreuung herrührende Undeutlichkeit bey verſchiedenen Fernröhren einerley ſeyn, ſo muß u einerley bleiben. Wenn alſo die Linſen aus einerley Glasart gemacht werden; ſo muß der Quotient $\frac{m^2}{p}$, oder $\frac{p}{m^2}$ einerley bleiben. Für ein andres Fernrohr ſey P die Brennweite des Objectivs, Q die Brennweite des Oculars, und M die Vergröſſerungszahl, ſo erfodert die angenommene Bedingung, daß $\frac{p}{m^2} = \frac{P}{M^2}$ ſey, alſo $M^2 \cdot p = m^2 \cdot P$, und $p : P = m^2 : M^2$. Ferner hat man $q = \frac{p}{m}$, $Q = \frac{P}{M}$, alſo $q : Q = \frac{p}{m} : \frac{P}{M} = m : M$, oder auch $q : Q = \sqrt{p} : \sqrt{P}$.

275. §.

Die Anordnung eines Sternrohrs iſt gegeben, welches die dadurch betrachteten Sachen

chen so hell und deutlich vorstellet, als sich bey der Vergrösserung, die es zugleich zuwege bringt, thun lässet: man sucht die Anordnung eines andern welches bey eben der Deutlichkeit und Helligkeit mehr oder weniger vergrössert.

Aufl. 1. Wegen der gleichen Deutlichkeit wird erfodert, daß die Brennweiten der Objective sich verhalten wie die Quadrate der Vergrösserungszahlen, die Brennweiten der Oculare aber wie die Vergrösserungszahlen selbst, also wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objective.

Wenn nemlich p, q, m, die bekannten Brennweiten des Objectivs des Oculars und die Vergrösserungszahl für das gegebene Fernrohr, und P, Q, M, die jenen gleichnahmigen Grössen für das Fernrohr sind, dessen Anordnung gesucht wird, so hat man $P = \frac{M^2}{m^2} \cdot p$, und $Q = \frac{M}{m} q = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{p}} \cdot q$. (274. §.)

2. Wegen der gleichen Helligkeit wird erfodert, daß die Oefnungshalbmesser der Objective sich wie die Vergrösserungszahlen oder wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objective verhalten.

Es muß nemlich der Halbmesser des Zerstreuungskreises $y = \frac{1}{m} x$ (237. §.) an der Stelle, wo vom Auge das durch die Gläser kommende Licht aufgefangen wird, einerley seyn, wenn die durch die Gläser gesehene Klarheit $\frac{Y^2}{\omega^2} \cdot C = c$ (242. §.) bey einerley Augenöfnung einerley seyn soll: also muß der

Quotient $\frac{x}{m}$ einerley bleiben. Für das Objectiv des gegebenen Fernrohrs sey also x der Oefnungshalbmesser, und X sey es für das Objectiv des Fernrohrs, dessen Anordnung gesucht wird: so hat man $\frac{x}{m} = \frac{X}{M}$, und $X = \frac{M}{m} \cdot x = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{p}} \cdot x$.

276. §.

Huygen, der eben diese Regeln schon in seiner Dioptrik, (Prop. 56.) gegeben, und eine nach denselben berechnete Tafel mitgetheilet hat, fand ein Sternrohr gut, dessen Objectiv bey einer Oefnung von 3 Zoll im Durchmesser 30 Fuß Brennweite hatte, mit einem Ocular von $3\frac{3}{10}$ Zoll Brennweite im rheinländischen Maasse. Demnach war $m = \frac{360}{3,3} = 109$, $x = 1,5$ Zoll, und $y = \frac{1}{109} \cdot 1,5 = \frac{1}{73}$ Zoll. Wenn also $\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{55}$ angenommen wird, wie im 263 §, so ist $d\psi = \frac{xdn}{n-1} \cdot \frac{m+1}{p}$ (274. §.) $= \frac{1,5 \cdot 110}{55 \cdot 30 \cdot 12} = \frac{0,3}{3 \cdot 12}$ oder $d\psi = \frac{1}{120}$.

Diese Zahl giebt die Grösse des Abweichungswinkels durch die Lage des mit dem Halbmesser = 1 zwischen seinen Schenkeln beschriebenen Bogens an. (254. §. Geom.) Um ihn in Graden zu haben, muß

muß man mit der Zahl 57,3, oder wenn man genauer rechnen wollte, mit der Zahl 57,29578 (253 §. Geom.) multipliciren. Weil dieser Abweichungswinkel nur klein, und die gröste Schärfe gewöhnlich nicht nöthig ist, so findet man ihn in Minuten genau genug, wenn man die Zahl, welche die Formul für $d\psi$ giebt, mit $57,29578.60 = 3437,75$ multiplicirt. Beym erwehnten Huygenischen Fernrohr wäre also $d\psi = \frac{3437,75}{120}$ Min. oder 28′ 39″.

Dem 242. §. gemäß findet man für eben dies Fernrohr $c = 400\,y^2 . C = 0,0784 . C$, und diese Helligkeit ist sehr geringe. Huygen selbst fügt die Erinnerung bey, die Abmessungen des Fernrohrs wären zu astronomischen Beobachtungen eingerichtet, und beym Gebrauch des Rohrs am hellen Tage werde mehr Licht erfodert. Wenn das Auge vom Tageslicht erfüllt ist, sehen ihm schwach glänzende Gegenstände dunkel aus, die es zur Nachtzeit helle genug findet. Darum brauchte Huygen am hellen Tage andre Augengläser von doppelter Brennweite, und erhielte alsdenn zwar nur halb soviele Vergrösserung, aber viermahl mehr Helligkeit, weil diese sich wie y, und $y = \frac{1}{m}\,x$ bey gleicher Oefnung des Objectivglases sich verkehrt wie m, die Klahrheit oder Helligkeit aber sich wie y^2 verhält. Alsdenn betrug die Helligkeit doch nicht völlig $\frac{1}{3}$ der Klarheit mit blossem Auge.

Mit Huygens Bestimmung für die Gränze des Abweichungswinkels $d\psi$ kommt diejenige überein, welche H. Klügel in der Analytischen Dioptrik 428. §. 178 S. aus Emersons Elements

of Opticks, London 1768 anführt. Nach derselben kann ein Objectiv von 55 Fuß Brennweite eine Oefnung von 4 Zoll, und ein Ocular von 4,4 Zoll Brennweite vertragen. Das giebt $d\psi = \frac{2}{55}$. $\frac{151}{55 \cdot 12} = \frac{151}{55 \cdot 55 \cdot 6}$ sehr nahe $= \frac{30}{11 \cdot 55 \cdot 6}$ $= \frac{1}{121}$, fast eben so wie nach Huygen.

277. §.

Der Göttingische Herr Mayer giebt in einer handschriftlichen Tafel, die Herr Klügel in einem aus der Mayerschen Bibliothek erstandenen Exemplar von Huygens Dioptrik gefunden hat, einem Objectiv von 30 Fuß Focuslänge ein Ocular von 5,77 Zoll, und demselben Objectiv eine Oefnung von 2,6 Zoll im Durchmesser. (M. s. H. Klügels Analytische Dioptrik 2 Th. 5 Absch. 428. §. 178. S.) Das giebt $m = \frac{360}{5,77} = 62,4$, und $y = \frac{1}{62,4} \cdot 1,3 = \frac{1}{48}$ Zoll, In der Formul $d\psi = \frac{xdn}{n-1} \cdot \frac{m+1}{p}$ bleibt $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p}$ wie beym Huygenischen Fernrohr im 276. §. und der daselbst gefundene Werth verhält sich zu dem, welcher hier gesucht wird, wie $1,5 \cdot 100 : 1,3 \cdot 63,4 = 165 : 82,42$. Hier also ist $d\psi = 14' 17''$, nur halb so groß, als beym Huygenischen Fernrohr. Weil sich überdem die Helligkeit wie y^2 verhält, so ist das Ver-

Verhältniß der Helligkeiten beym Huygeniſchen und Mayerſchen Fernrohr wie $\frac{1}{73^2} : \frac{1}{48^2}$ faſt $= 48^2 : 72^2 = 4 : 9$. Es ſcheint, wie auch H. Klügel a. a. O. urtheilet, daß die Mayerſche Anordnung des Fernrohrs der Huygeniſchen vorzuziehen ſey, weil der Abweichungswinkel nur halb ſo groß, die Helligkeit dagegen aber mehr als noch mahl ſo groß beym Mayerſchen Fernrohr ausfällt.

278. §.

Wegen der Gleichung $d\psi = \frac{xdn}{n=1} \cdot \frac{m+1}{p}$, welche nur durch Näherung gefunden iſt, muß noch bemerkt werden, daß ſelbige wohl einen Werth für den Abweichungswinkel $d\psi$ geben könnte, der beträchtlich von dem wahren geſuchten Werth abweiche: indeſſen wird ſie doch ziemlich richtig das Verhältniß $d\psi$ geben, wenn die Anordnungen der Fernröhre verſchieden ſind. M. ſ. davon H. Klügels Dioptrik 1 Th. 3 Abſch. 152 — 159. §. 53 — 57. S. In eben dieſem Werk an der im vor. §. ſchon angeführten Stelle hat der H. Verfaſſer den nachſtehenden Auszug aus der Mayerſchen für die Anordnung der Fernröhre dienenden Tafel mitgetheilt.

Brenſweite d. Objectiv in Fuſſen.	Brennweite des Oculars in Zollen.	Vergröſſerung.	Öfnung des Objectivs in Zollen.
1	1,09	11,0	0,46
2	1,52	15,7	0,66
3	1,84	19,5	0,82
4	2,13	22,5	0,94
5	2,38	25,5	1,05
6	2,60	27,7	1,15
7	2,81	29,9	1,24
8	3,00	32,0	1,33
9	3,18	34,0	1,41
10	3,35	35,8	1,56
12	3,65	39,3	1,67
14	3,95	42,5	1,77
16	4,22	45,5	1,89
18	4,47	48,3	2,01
20	4,71	50,9	2,12
25	5,24	57,1	2,37
30	5,77	62,4	2,60
35	6,23	67,3	2,81
40	6,65	72,2	3,01
45	7,04	76,5	3,19
50	7,42	80,6	3,36
60	8,14	88,4	3,68
70	8,78	95,4	3,98
80	9,39	102,1	4,26
90	9,96	108,4	4,52
100	10,49	114,4	4,77
110	11,00	120,1	5,01
120	11,49	125,5	5,24
130	11,96	130,7	5,45
150	12,84	140,2	5,48

Huygens Tafel ſteht auch im Smithſchen Lehrbegriffe der Optik vom H. H. Käſtner überſetzt auf der 193ſten Seite, und ich theile ſie hier ebenfalls mit, damit man eine mit der andern deſto bequemer vergleichen könne.

Brenn-

Brenweite d. Objectivs in Fussen.	Öfnung des Objectivs in Zollen.	Brennweite des Oculars in Zollen.	Vergrösserung.
1	0,55	0,61	20
2	0,77	0,85	28
3	0,95	1,05	34
4	1,09	1,20	40
5	1,23	1,35	44
6	1,34	1,47	49
7	1,45	1,60	53
8	1,55	1,71	56
9	1,64	1,80	60
10	1,73	1,90	63
13	1,97	2,17	72
15	2,12	2,32	77
20	2,45	2,70	89
25	2,74	3,01	100
30	3,00	3,30	109
35	3,24	3,56	118
40	3,46	3,81	126
45	3,67	4,04	133
50	3,87	4,26	141
55	4,06	4,47	148
60	4,24	4,66	154
70	4,58	5,04	166
80	4,90	5,39	178
90	5,20	5,72	189
100	5,48	6,03	199
120	6,00	6,60	218
140	6,48	7,13	235
160	6,93	7,62	252
180	7,35	8,09	267
200	7,75	8,53	281
220	8,12	8,93	295
240	8,48	8,83	308
260	8,83	9,71	321
280	9,16	10,08	333
300	9,49	10,44	345
400	10,95	12,05	398
500	12,25	13,47	445
600	13,42	14,76	488

Nach dieser Huygenischen Tafel könnte man zwar bey jeder Focuslänge des Fernrohrs beynahe nochmahl soviel Vergrösserung erhalten, man würde aber dagegen an Deutlichkeit und Helligkeit verlieren.

279. §.

122 Fig. Die Vorausseßung, daß jeder Hauptstrahl wie *e*A durch die Mitte der Objectivlinse ungebrochen durchgehe, ist zwar nicht völlig genau, aber doch so lange nahe genug richtig, als man nicht genöthiget ist, die Dicke des Glases in Betrachtung zu ziehen. Mit dieser Einschränkung kann also auch zum Grunde gesetzt werden, daß die Hauptstrahlen beym Durchgange durch die Mitte der Objectiv-Linse PP noch keine Zerstreuung leiden, wenn PP, QQ, beyde zur gemeinschaftlichen Axe AB gehörige Gläser eines Sternrohrs vorstellen. Dagegen werden die übrigen Strahlen, welche zu dem aus *e* auf das Objectiv fallenden Lichtkegel gehören, mit der Brechung zugleich in ungleichartige Strahlen zerstreuet. Das zum Objectivglase PP gehörige von den Strahlen der mittlern Brechbarkeit gemachte Bild sey F*f*, und V*v* dasjenige Bild, welches die am meisten brechbaren Strahlen zuwege bringen, so wie W*w* das von den am wenigsten brechbaren Strahlen zuwege gebrachte Bild: so sind die Endpuncte *f*, *v*, *w*, Bilder von *e*, und diese Bilder liegen in der graden Linie durch *e* und A, die den Hauptstrahl vorstellet. Man seße die Entfernung der Gläser von einander zum Grunde, wobey die mittlern Strahlen, die das Bild F*f* zuwege bringen, nach der Brechung im Ocular unter sich parallel werden. Ferner sey O die Stelle der Axe,

worin

worin alle Hauptstrahlen von der mittlern Brechbarkeit nach dem Durchgang durchs Ocular einander schneiden, und eben daselbst stehe das Auge; dagegen sey H die Stelle der Axe worin die am meisten brechbaren Hauptstrahlen einander schneiden, und *h* sey der Vereinigungspunct aller am wenigsten brechbaren Hauptstrahlen.

Weil alle diese Hauptstrahlen so betrachtet werden können, als kämen sie von A her; so ist OH die Längenabweichung der brechbarsten und O*h* die Längen-Abweichung der am wenigsten brechbaren Hauptstrahlen. Ferner ist *v* der Vereinigungspunct der brechbarsten unter allen den Strahlen, die von *e* herkommen, diese fallen hiernächst wieder divergent auf das Ocular QQ, und haben hinter demselben in der verlängerten *v*B einen neuen Vereinigungspunct *g*. Man ziehe also *g*O bis an das Ocular in *q*, und hiernächst *qva* und *ea*; so siehet das Auge in O den Punct *e* nicht allein vermittelst der mittlern Strahlen in der Richtung OQ sondern auch vermittelst der am meisten brechbaren Strahlen in der Richtung O*q*. Letztere weichen von den mittlern um den Winkel QO*q* ab, und dieser Abweichung wegen, wird ein Gegenstand, der durch beyde Gläser betrachtet wird, einen blauen und violetten Rand zu haben scheinen.

Der Punct *w* ist der Vereinigungspunct der am wenigsten brechbaren Strahlen unter allen, die von *e* herkommen, sie fallen hiernächst ebenfalls divergent auf das Oculargas, und haben vor demselben in der verlängerten *w*B einen Zerstreuungspunct *γ*. Man ziehe *γ*O, welche das Ocular in *k* schneidet, und hiernächst *kwα*, und *eα*: so siehet das Auge in O den

O den Punct *e* vermittelſt der am wenigſten brechbaren Strahlen in der Richtung O*k*, und leztere weichen von den mittlern um den Winkel QO*k* ab. Dieſemnach wird das Object wegen der Farbenzerſtreuung vermittelſt der blauen und violetten Strahlen unter einem gröſſern optiſchen Winkel BO*q* vermittelſt der rothen Strahlen aber unter einem kleinern optiſchen Winkel BO*k* geſehen, als es vermittelſt der Strahlen von mittlerer Brechbarkeit allein würde geſehen werden.

280. §.

122 Fig. Die Differenz QO*q* der optiſchen Winkel BO*q* und BOQ heiſſe hier die **Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen.** Wenn alsdenn QO*q* für die am meiſten brechbaren Strahlen poſitiv in Rechnung kommt, ſo wird die ähnliche Differenz QO*k* für die am wenigſten brechbaren Strahlen negativ. Weil übrigens die Linien QH und *q*O in einem weit entlegenen Punct *g* zuſammen laufen, ſo ſind ſie beynahe parallel, und es iſt beynahe QO*q* = OQH = BHQ — BOQ, oder OQH = QO*q* iſt die Differenz, um welche BOQ wächſt, wenn *n* + *dn* ſtatt *n* in dem allgemeinen Ausdruck für den Winkel BOQ gebraucht wird.

281. §.

Für das Sternrohr und jedes optiſche Werkzeug, das aus zwoen zu einerley Axe gehörigen Glaslinſen beſteht, iſt die Winkelabweichung der ungleichartigen, Hauptſtrahlen nach ihrer Brechung und Zerſtreu-

ung

ung im Ocularglase $= d\pi = \frac{\pi dn'}{n' - 1}$, das mittlere Verhältniß der Refraction für das Ocular $= n' : 1$ angenommen.

Beweis. Es ist $BOQ = \pi - \varphi$ (220. §.) also $d.\ BOQ = QOq = d\pi$. Ferner ist $x' = \pi q = (\alpha' + b)\varphi$, (222. §.) unveränderlich, also $\pi dq + q d\pi = 0$, und $d\pi = -\frac{\pi dq}{q}$. Aber $\frac{dq}{q} = -\frac{dn'}{n' - 1}$ (259. §.) also $d\pi = \frac{\pi dn'}{n' - 1}$, eine Formul, die der Längenabweichung der ungleichartigen Strahlen von der Brennweite der mittlern ganz ähnlich ist.

282. §.

Wenn das optische Werkzeug aus dreyen zu einer gemeinschaftlichen Axe gehörigen Linsen zusammengeordnet ist; so ist die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptstrahlen $d\pi' - d\pi = \frac{\pi\beta}{c} \cdot \frac{dn'}{n' - 1} + \frac{\pi' dn''}{n'' - 1}$.

Beweis. Es ist $CO'R = \pi' - \pi + \varphi$, (220. §.) also $d.\ CO'R = d\pi' - d\pi$. Ferner ist $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, und $\pi' r = \frac{\alpha\beta}{b}\varphi + (\pi - \varphi)c$ (222. §.)

Aber $\left(d \cdot \frac{\alpha\beta}{b}\right) : \frac{\alpha\beta}{b} = \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{d\beta}{\beta} - \frac{db}{b}$, (268. §.) also

$$d \cdot \frac{\alpha\beta}{b} = \left(\frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{db}{b} + \frac{d\beta}{\beta}\right)\frac{\alpha\beta}{b}$$

mithin

mithin ferner

$$rd\pi' + \pi' dr = \left(\frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{db}{b} + \frac{d\beta}{\beta}\right)\frac{\alpha\beta\varphi}{b} + (\pi - \varphi)\,dc + c\,d\pi.$$

Ueberdem ist $d\alpha = -db$, und $d\beta = -dc$, also auch

$$rd\pi' + \pi' dr = \left(\frac{(\alpha + b)\,\varphi}{b} - \pi\right) d\beta - \frac{(\alpha + b)\,\varphi\beta}{bb}\,db + c\,d\pi.$$

Man schreibe πq statt $(\alpha + b)\,\varphi$, so ist

$$rd\pi' + \pi' dr = \left(\frac{\pi q}{b} - \pi\right) d\beta - \frac{\pi q\beta}{bb}\,db + c\,d\pi.$$

Weiter ist $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q}$, (121. §.) also

$$\frac{db}{bb} = \frac{dq}{qq} - \frac{d\beta}{\beta\beta},$$ mithin auch

$$rd\pi' + \pi' dr = \left(\frac{\pi q}{b} + \frac{\pi q}{\beta} - \pi\right) d\beta - \frac{\pi\beta\,dq}{q} + c\,d\pi.$$

Hier ist der in $d\beta$ multiplicirte Coefficient $= 0$, und man erhält $rd\pi' + \pi' dr = -\frac{\pi\beta dq}{q} + c\,d\pi$,

also ferner $d\pi' - \frac{c}{r}\,d\pi = -\frac{\pi\beta dq}{r.q} - \frac{\pi' dr}{r}$.

Es ist aber $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$, (121. §. n. 2.)

oder

oder $\frac{c}{r} = 1 + \frac{c}{\gamma}$, also $d\pi' - d\pi = -\frac{\pi\beta dq}{r.q}$ $- \frac{\pi' dr}{r} + \frac{c}{\gamma} d\pi$. Im 281. §. war $d\pi = -\frac{\pi dq}{q}$; also findet man $d\pi' - d\pi = -\left(\frac{\beta}{r} + \frac{c}{\gamma}\right) . \frac{\pi dq}{q} - \frac{\pi' dr}{r}$, und vermöge des 259. §. kann man die Werthe $\frac{dq}{q} = -\frac{dn'}{n'-1}$ und $\frac{dr}{r} = -\frac{dn''}{n''-1}$ setzen.

283. §.

Wenn man voraussetzt, daß die mittlern Strahlen, welche zu einerley Punct des Objects gehören, nach dem Durchgange durch das dritte Glas in die parallele Lage kommen; so ist $\gamma = \infty$, und $c = r$: mithin ist in diesem Fall $d\pi' - d\pi = -\frac{\pi\beta}{qc} dq - \frac{\pi'}{c} dr$, oder $d\pi' - d\pi = \frac{\pi\beta}{c} . \frac{dn'}{n'-1} + \pi' . \frac{dn''}{n''-1}$. (259. §.)

Für mehr als drey Gläser braucht man diese Winkelabweichung hauptsächlich nur in dem eben erwehnten besondern Fall. Sind es drey Gläser, so bestehet vermöge der zuletzt gefundenen Formul diese Winkelabweichung aus derjenigen, welche das dritte Glas für sich allein verursachen würde, wenn das

zweyte

zweyte keine verursachte, und überdem kommt die vom zweyten Glase verursachte Abweichung mit $\frac{\beta}{c}$ multiplicirt hinzu; da dann $\frac{\beta}{c}$ den Antheil giebt, welchen das dritte Glas an der Vergrösserung hat. Es wird nemlich der Abweichungswinkel, als Gesichtswinkel betrachtet, durch Hinzusetzung des dritten Glases mit $\frac{\beta}{c}$ multiplicirt, und überdem kommt derjenige Theil noch hinzu, den dieses Glas für sich allein verursachen würde. Diesen Betrachtungen gemäß kann der Abweichungswinkel, wenn er für eine gewisse Anzahl Gläser schon gefunden ist, leicht für die noch um eins grössere Anzahl gefunden werden. Es ist nemlich in dem hier zum Grunde gesetzten besondern Fall für vier Gläser der Abweichungswinkel $d\pi'' - d\pi' + d\pi = \frac{\pi\beta\gamma}{cd} \cdot \frac{dn'}{n'-1} + \frac{\pi'\gamma}{d} \cdot \frac{dn''}{n''-1} + \pi'' \cdot \frac{\vartheta'''}{n'''-1}$. Es ist die Abweichung für drey Gläser mit $\frac{\gamma}{\vartheta}$ multiplicirt, um die Abweichung wegen des vierten Glases vermehrt.

Der XV. Abſchnitt.

Die von der Kugelgeſtalt herrührende Abweichung der in Glaslinſen gebrochenen Lichtſtrahlen.

284. §.

Wenn aus einem Punct P in der Axe AC der brechenden Kugelfläche LAK der Strahl PM auffällt, und in die Lage MΠ gebrochen wird, π aber derjenige Punct iſt, worin ein zunächſt bey der Axe auffallender Strahl P*m* die Axe ſchneidet; ſo iſt AΠ $=$ Aπ $-$ πΠ, und man hat den im 108. §. zum Grunde gelegten Bezeichnungen gemäß A$\pi = \frac{\mu\zeta r}{\mu\zeta - 1}$, und $\pi\Pi = \frac{M + \text{sinv}\,\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \text{sin}\,\gamma^2}}{\mu^2\lambda^2 - 1}$. 83 Fig. 9.

Ueberdem iſt $\text{sin}\,\gamma^2 = 2\,\text{sinv}\,\gamma - \text{sinv}\,\gamma^2$, und man kann für kleine Winkel γ das Quadrat von sinvγ, und was darin multiplicirt iſt, weglaſſen, mithin $\text{sin}\,\gamma^2 = 2\,\text{sinv}\,\gamma$ annehmen. Alsdenn findet man

$$\sqrt{(\mu^2\lambda^2 - 2\,\text{sinv}\,\gamma)} = \mu\lambda\sqrt{\left(1 - \frac{2\,\text{sinv}\,\gamma}{\mu^2\lambda^2}\right)} =$$

$$\mu\lambda - \frac{\text{sinv}\,\gamma}{\mu\lambda}, \text{ und } \lambda = \sqrt{(\zeta^2 + 2\varepsilon\,\text{sinv}\,\gamma)} =$$

$$\zeta\sqrt{\left(1 + \frac{2\varepsilon\,\text{sinv}\,\gamma}{\zeta^2}\right)} = \zeta + \frac{\varepsilon}{\zeta}\text{sinv}\,\gamma. \text{ Weiter}$$

ist $M = \mu\zeta + \frac{2\mu^2\varepsilon \sin v\gamma}{\mu\zeta - 1}$, und man erhält

$M + \sin v\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)} = \frac{2\mu^2\varepsilon \sin v\gamma}{\mu\zeta - 1}$

$+ \sin v\gamma - \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\sin v\gamma + \frac{\sin v\gamma}{\mu\zeta + \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\sin v\gamma}$. Ferner

ist $\frac{1}{\mu\zeta + \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\sin v\gamma} = \frac{1}{\mu\zeta} - \frac{\mu\varepsilon}{\mu^2\zeta^2}\sin v\gamma +$ etc.

und $\frac{\sin v\gamma}{\mu\zeta + \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\sin v\gamma} = \frac{\sin v\gamma}{\mu\zeta}$, weil die höhern Potenzen von $\sin v\gamma$ weggelassen werden. Demnach erhält man $M + \sin v\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)} = \left(\frac{2\mu^2\varepsilon}{\mu\zeta - 1} + 1 + \frac{1}{\mu\zeta} - \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\right)\sin v\gamma$.

Der vieltheilige in $\sin v\gamma$ multiplicirte Factor sey $= A$, und überdem $A\pi = z$, so ist $z = \frac{\mu\zeta r}{\mu\zeta - 1}$, also $\mu\zeta z - z = \mu\zeta r$, und $\mu\zeta z - \mu\zeta r = z$, also $\mu\zeta = \frac{z}{z - r}$, und $\mu\zeta - 1 = \frac{r}{z - r} = \frac{\mu\zeta r}{z}$.

Das giebt $\frac{2\mu^2\varepsilon}{\mu\zeta - 1} = \frac{2\mu^2\varepsilon \cdot z}{\mu\zeta r} = \frac{2\mu z}{\delta}$, und

$A = \frac{2\mu z}{\delta} + 1 + \frac{z - r}{z} - \frac{\mu r}{\delta} =$

$2\mu z$

$$\frac{2\mu z^2+z\delta+\delta(z-r)-\mu rz}{\delta z}=\frac{2\mu z^2+2z\delta-\delta r-\mu rz}{\delta z}$$
$$=\frac{2z(\mu z+\delta)-r(\mu z+\delta)}{\delta z}=\frac{(2z-r)(\mu z+\delta)}{\delta z}.$$

Man setze $\pi\Pi=u$, so hat man nun $\frac{Ar\,\mathrm{sinv}\,\gamma}{\mu^2\lambda^2-1}$ $=u$, oder $\frac{A\,.\,r\,.\,\frac{1}{2}\sin\gamma^2}{\mu^2\lambda^2-1}=u$, und daraus folgt $\frac{Ar\sin\gamma^2}{2(\mu\lambda+1)}=u\,(\mu\lambda-1)$. Man kann aber hier $\lambda=\zeta$ annehmen, und den zweyten in $\mathrm{sinv}\,\gamma$ multiplicirten Theil weglassen; so wird $\frac{Ar\sin\gamma^2}{2(\mu\zeta+1)}$ $=u\,(\mu\zeta-1)=u\,.\,\frac{\mu\zeta r}{z}$, und $\mu\zeta+1=$ $\frac{2z-r}{z-r}$: mithin erhält man $\frac{A\sin\gamma^2}{2(2z-r)}(z-r)=$ $\frac{\mu\zeta u}{z}$, oder $\frac{(\mu z+\delta)(z-r)\sin\gamma^2}{2\delta z}=\frac{\mu\zeta u}{z}=\frac{u}{z-r}$, und $u=\frac{(\mu z+\delta)(z-r)^2\sin\gamma^2}{2\delta z}$. Noch sey DM $=x$, so ist $\sin\gamma=\frac{x}{r}$, und man erhält $u=\frac{(\mu z+\delta)(z-r)^2x^2}{2\delta r^2 z}$.

Aus dem 110. §. hat man $z=\frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta-r}$, also $(\mu-1)\,\delta z-z\,.\,r=\mu\delta r$, und daraus folgt

$(\mu\delta + z)\, r = (\mu - 1)\, \delta z$, also $r = \frac{(\mu-1)\,\delta z}{\mu\delta + z}$,

und $z - r = \frac{\mu\delta z + z^2 - \mu\delta z + \delta z}{\mu\delta + z} = \frac{(\delta + z)\, z}{\mu\delta + z}$,

folglich $\frac{z-r}{r} = \frac{(\delta + z)}{(\mu-1)\,\delta}$. Dieser Werth substituirt giebt $u = \frac{(\mu z + \delta)\,(\delta + z)^2\, x^2}{2(\mu-1)^2\,\delta^3\, z}$.

285. §.

90 Fig. Aus einem Punct P in der Axe der Glaslinse $ADGB$ fällt der Strahl PM auf, und schneidet nach der doppelten Brechung im Glase die Axe in q, wenn statt dessen p der Vereinigungspunct der zunächst bey der Axe auffallenden Strahlen ist: man soll die Abweichung pq finden.

Aufl. Im 118. §. war $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{h-c}$, und $h = A\pi$ wofür hieselbst im 284. §. z gesetzt ist: also hat man $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{z-c}$, und es ist $Gp = \alpha$, das Verhältniß der Refraction für Luft und Glas $= n : 1$. Wenn nun der Strahl nach der ersten Brechung die Lage $M\pi$ hätte, und bey der Brechung in der hintern Fläche ebenfalls keine Abweichung statt fände; so käme er in die Lage Mp. Aber nach der ersten Brechung hat er die Lage $M\Pi$: demnach suche man für den gegebenen Abstand $G\Pi = z - c$ die Vereinigungsweite GQ, und die Abwei-

weichung Qq, ſo iſt die geſammte geſuchte Abweichung $pq = pQ + Qq$, die ich $= w$ ſetze.

Mit der Vereinigungsweite $A\pi = z$ nach der Brechung in der Vorderfläche gehört nach der Brechung in der hintern Fläche die Vereinigungsweite $Gp = \alpha$ zuſammen: wenn alſo $A\pi = z$ um das Stück $\pi\Pi = dz$ abnimmt, ſo wird Gp um das Stück $pQ = d\alpha$ abnehmen. Demnach ſuche man, wie $d\alpha$ von dz abhängt, aus der Gleichung $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{z-c}$, ſo findet man $c = -\frac{d\alpha}{\alpha^2} + \frac{n dz}{(z-c)^2}$.

Hier iſt nun dz das u des 284. §, alſo $\frac{d\alpha}{\alpha^2} = \frac{nu}{(z-c)^2}$, und $d\alpha = \frac{n\alpha^2 u}{(z-c)^2}$. Weil c in Vergleichung mit z allemahl nur klein iſt, alſo $(z-c)^2 = z^2 - 2z \cdot c$ angenommen werden kann; ſo iſt nahe genug $d\alpha = \frac{n\alpha^2 u}{zz}$, weil Producte aus c in u in Vergleichung mit den übrigen Gröſſen weggelaſſen werden können. Wird nun aus dem 284. §. der Werth von u gebraucht, und in demſelben, wie hier erforderlich iſt, n ſtatt μ geſetzt; ſo hat man

$$d\alpha = pQ = \frac{n\alpha^2 (nz+\delta)\ (\delta+z)^2 x^2}{2(n-1)^2 \delta^3 z^3},$$

oder $pQ = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{\delta}+\frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{\delta}+\frac{1}{z}\right)^2$.

Nun iſt noch Qq die mit der Vereinigungsweite GQ zuſammengehörige Abweichung, und eben das, was im 284. §. u war, wenn man $\delta = -G\Pi = -(z - c - dz)$ und $z = GQ = \alpha - d\alpha$ ſetzt, ſtatt μ aber $\frac{1}{n}$ ſchreibt, weil das Verhältniß der Refraction aus Glas in Luft $= \frac{1}{n} : 1$ iſt. Dabey kann man hier ſicher c und dz in Vergleichung mit z, und $d\alpha$ in Vergleichung mit α weglaſſen. Auch müſte noch HN ſtatt $FM = x$ geſetzt, und für N der Durchſchnittspunct des Strahls $M\Pi$ mit der Hinterfläche angenommen werden. Es iſt aber $FM - HN : FH = FM : F\Pi$, mithin $FM - HN$ noch in Vergleichung mit der Dicke des Glaſes ſehr klein, und man kann ſtatt HN auch FM durch x verſtehen. Dieſemnach ſetze man $\delta = -z$, $z = \alpha$, $\mu = \frac{1}{n}$, und man erhält

$$Qq = -\frac{(\frac{1}{n}\alpha - z)\,(\alpha - z)^2 x^2}{2(\frac{1}{n} - 1)^2 z^3 \alpha}, \text{ oder}$$

$$Qq = \frac{n(nz - \alpha)\,(\alpha - z)^2 x^2}{2(n-1)^2 z^3 \alpha}, \text{ oder auch}$$

$$Qq = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2} \cdot \left(\frac{n}{\alpha} - \frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{z}\right)^2.$$

Beyde Werthe $pQ + Qq$ zuſammen addirt geben die geſuchte Abweichung pq oder

$$w = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{\delta} + \frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{z}\right)^2 + \left(\frac{n}{\alpha} - \frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{z}\right)^2\right).$$

So lange die Dicke des Glaſes in Vergleichung mit z und α ſehr klein iſt, hat ſie auf die Abweichung keinen

keinen Einfluß. Wäre dagegen c gegen z und α nicht so gar klein, so könnte wohl daher eine etwas beträchtliche Aenderung der Abweichung entstehen.

286. §.

Es ist $\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$: (121. §. wenn hier p statt des dortigen f gebraucht wird) wenn also der Factor $\frac{n\alpha^2x^2}{2(n-1)^2}$ mit $\frac{1}{p}$ multiplicirt, und dagegen der andere zusammen gesetzte Factor der Abweichung mit $\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$ dividirt wird; so erhält man eine andre Formul, die mit von der Brennweite p abhängt. Die Rechnung wird so geführt. Es ist

$$\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{z}\right)^2 = \frac{1}{\delta^2} + \frac{2}{\delta z} + \frac{1}{z^2}$$

$$\times \left(\frac{n}{\delta} + \frac{1}{z}\right)$$

$$\frac{n}{\delta^3} + \frac{2n}{\delta^2 z} + \frac{n}{\delta z^2}$$

$$+ \frac{1}{\delta^2 z} + \frac{2}{\delta z^2} + \frac{1}{z^3}$$

$$\left(\frac{1}{\delta}+\frac{1}{z}\right)^2\left(\frac{n}{\delta}+\frac{1}{z}\right) = \frac{n}{\delta^3} + \frac{2n+1}{\delta^2 z} + \frac{n+2}{\delta z^2} + \frac{1}{z^3}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{z}\right)^2 = \frac{1}{\alpha^2}-\frac{2}{\alpha z}+\frac{1}{z^2}$$

$$\times\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{1}{z}\right)$$

$$\frac{n}{\alpha^3}-\frac{2n}{\alpha^2 z}+\frac{n}{\alpha z^2}$$

$$-\frac{1}{\alpha^2 z}+\frac{2}{\alpha z^2}-\frac{1}{z^3}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{z}\right)^2\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{1}{z}\right)=\frac{n}{\alpha^3}-\frac{2n+1}{\alpha^2 z}+\frac{n+2}{\alpha z^2}-\frac{1}{z^3}$$

Die Summe ist $\frac{n}{\delta^3}+\frac{2n+1}{\delta^2 z}+\frac{n+2}{\delta z^2}+\frac{n}{\alpha^3}$ $-\frac{2n+1}{\alpha^2 z}+\frac{n+2}{\alpha z^2}$, und wenn mit $\frac{1}{\delta}+\frac{1}{\alpha}$ dividirt wird, so ist der Quotient =

$$n\left(\frac{1}{\delta\delta}-\frac{1}{\delta\alpha}+\frac{1}{\alpha\alpha}\right)+\frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\alpha}\right)+\frac{n+2}{zz},$$

wie auch die Probe zeigt, wenn man diesen Quotienten mit $\frac{1}{\delta}+\frac{1}{\alpha}$ multiplicirt. Diesemnach ist auch die Abweichung w =

$$\frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2 p}\left(n\left(\frac{1}{\delta\delta}-\frac{1}{\delta\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)+\frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\alpha}\right)+\frac{n+2}{z^2}\right).$$

In dem Fall, wenn δ gar sehr groß ist, erhält man $\alpha = p$, und

w =

$$w = \frac{npx^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{p^2} + \frac{2n+1}{pz} + \frac{n+2}{z^2}\right).$$

287. §.

Gewöhnlich ist $\delta > \alpha$ also $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\delta}$ und $\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\delta\delta}$ eine positive Grösse. Alsdenn ist auch die Abweichung $pq = \frac{n\alpha^2x^2}{2(n-1)^2p}\left(n\left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\delta^2}\right) - \frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) + \frac{n+2}{z^2}\right)$. In dem zusammen gesetzten Factor hängt nur der Theil $\frac{n+2}{z^2} - \frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ von z ab, den ich um abzukürzen $= Z$ setze, und dieser Theil verschwindet, wenn entweder $\frac{1}{z} = 0$, oder wenn $\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{n+2}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ ist. Im ersten Fall muß z unendlich groß seyn. So lange übrigens $\frac{1}{z} > \frac{2n+1}{n+2}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ bleibt; so lange ist Z positiv, und eben diese Grösse wird negativ, wenn $\frac{1}{z} < \frac{2n+1}{n+2}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ an-

genommen wird. Weil nun abermahl $Z = o$ ist, wenn $\frac{1}{z} = o$ wird, so muß es zwischen den erwähnten beyden Werthen von $\frac{1}{z}$ einen solchen geben, wobey Z den gröſten negativen Werth erhält, da dann zugleich die Abweichung $pq = w$ den kleinſten Werth hat.

Wird $\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ angenommen, so hat Z den gröſten negativen, und w den kleinſten Werth, wovon man ſich durch die Rechnung ſelbſt verſichern kann, wenn man für $\frac{1}{z}$ das einmahl einen etwas kleinern, das andre mahl einen etwas gröſſern Werth ſetzt, als der angegebene iſt: da dann beydemahl für Z ein kleinerer negativer Werth gefunden wird. Es ſey alſo

$$\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right);$$

ſo iſt $\frac{n+2}{z} = \frac{1}{2}(2n+1)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$,

$$\frac{n+2}{z} - (2n+1)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) = -\frac{1}{2}(2n+1)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right),$$

$$\frac{n+2}{z^2} - \frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) = -\frac{(2n+1)^2}{4(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2,$$

und das iſt der gröſte negative Werth von Z. Wird dieſer Werth gebraucht, ſo findet man den kleinſten Werth

$w =$

$$w = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2 p}\left(n\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) + Z\right).$$

Es iſt aber $n\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) = n\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2 + \frac{n}{\delta\alpha}$, und $n - \frac{(2n+1)^2}{4(n+2)} = \frac{4n^2+8n-4n^2-4n-1}{4(n+2)} = \frac{4n-1}{4(n+2)}$, alſo $n\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) + Z = \frac{4n-1}{4(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2 + \frac{n}{\delta\alpha}$. Weiter iſt $\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2 = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha\delta} + \frac{1}{\delta^2} - \frac{4}{\alpha\delta} = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\delta}\right)^2 - \frac{4}{\alpha\delta}$

alſo auch $n\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) + Z =$

$$\frac{4n-1}{4(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\delta}\right)^2 - \frac{4n-1}{(n+2)\,\alpha\delta} + \frac{n}{\alpha\delta}$$

$$= \frac{4n-1}{4(n+2)} \cdot \frac{1}{pp} + \frac{(n-1)^2}{n+2} \cdot \frac{1}{\delta\alpha},$$

und man findet den kleinſten Werth

$$w = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2 p} \cdot \left(\frac{4n-1}{4(n+2)} \cdot \frac{1}{pp} + \frac{(n-1)^2}{n+2} \cdot \frac{1}{\delta\alpha}\right)$$

$$= \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)p}\left(\frac{1}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{(4n-1)\delta\alpha}\right).$$

Für

Für einen sehr weit entfernten Gegenstand ist also der kleinste Werth $w = \frac{n(4n-1)x^2}{8(n-1)^2(n+2)p}$.

Mit der Gleichung $\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ für den Fall, wenn die Abweichung ein kleinstes ist, verbinde man folgende $\frac{n-1}{r} = \frac{n}{z} + \frac{1}{\delta}$, und $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{z}$, (118. §. z statt h gesetzt) so erhält man

$$\frac{n-1}{r} = \frac{n(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) + \frac{1}{\delta}, \text{ also}$$

$$\frac{2(n-1)(n+2)}{r} = \frac{n(2n+1)}{\alpha} + \frac{2(n+2)-n(2n+1)}{\delta}$$

$$= \frac{2(2n+1)}{\alpha} - \frac{2nn-n-4}{\delta};$$

$$\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right),$$

$$\frac{2(n-1)(n+2)}{\varrho} = \frac{2(n+2)}{\alpha} - \frac{n(2n+1)}{\alpha} + \frac{n(2n+1)}{\delta}$$

$$= \frac{n(2n+1)}{\delta} - \frac{2nn-n-4}{\alpha}.$$

Daraus findet man das Verhältniß der Halbmesser

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{n(2n+1)\alpha - (2nn-n-4)\delta}{n(2n+1)\delta - (2nn-n-4)\alpha}.$$

In

In dem Fall, wenn δ gar sehr groß ist, hat man

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{4 + n - 2m}{n(2n+1)}.$$

288. §.

Es war der Abweichung kleinster Werth $= \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)p} \cdot \left(\frac{1}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{(4n-1)\delta\alpha}\right)$, und wenn man überhaupt annimmt, es sey

$$w = \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)p}\left(\frac{\lambda}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{(4n-1)\delta\alpha}\right);$$

so ist λ eine Zahl, die grösser als 1 seyn muß. Eben diese Zahl λ hängt von der sphärischen Figur der Linse ab, also muß man λ durch die Halbmesser ihrer Flächen, oder auch umgekehrt die Halbmesser der Flächen durch λ ausdrücken können.

Weil der eben angenommene Werth der Abweichung w dem im 286. §. gefundenen gleich seyn muß, so setze man $\frac{4n-1}{4(n+2)}\left(\frac{\lambda}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{(4n-1)\delta\alpha}\right) =$

$$\frac{n}{\delta\delta} - \frac{n}{\delta\alpha} + \frac{n}{\alpha^2} + \frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{n+2}{z^2},$$

also ist $4n(n+2)\left(\frac{1}{\delta\delta} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) - \frac{4(n+2)(2n+1)}{z}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) + \frac{4(n+2)^2}{z^2}$

=

$$= \frac{(4n-1)\lambda}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{\delta\alpha}.$$

Man nehme das erste Glied auf beyden Seiten weg, und addire alsdenn $(2n+1)^2\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)^2$ hinzu; so erhält man die Gleichung $\left(\frac{2(n+2)}{z}\right.$ $\left.-(2n+1)\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)\right)^2 = \frac{(4n-1)\lambda}{pp} +$ $\frac{4(n-1)^2}{\delta\alpha} - (4n-1)\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{a^2}\right) - \frac{2(2nn+1)}{\delta\alpha}.$

Was hinter dem Gleichheitszeichen ſteht, wird $=$ $\frac{(4n-1)\lambda}{pp} - (4n-1)\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\delta^2}\right) - \frac{2(4n-1)}{\delta\alpha}$ $= (4n-1)\left(\frac{\lambda}{pp} - \frac{1}{\delta^2} - \frac{2}{\delta\alpha} - \frac{1}{\alpha^2}\right) =$ $\frac{(4n-1)(\lambda-1)}{pp}$, und man findet $\frac{2(n+2)}{z} -$ $(2n+1)\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right) = \pm\frac{\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{p}$, alſo

$$\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right) \mp \frac{\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{2(n+2)p}.$$

Mit dieſer eben gefundenen Gleichung verbinde man $\frac{n-1}{r} = \frac{1}{\delta} + \frac{n}{z}$, und $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{z}$, wie

wie im (288. §.), ſo erhält man

$$\frac{n-1}{r} = \frac{1}{\delta} + \frac{n(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{2(n+2)p}$$

$$\frac{2(n-1)(n+2)}{r} = \frac{2(n+2)}{\delta} - \frac{n(2n+1)}{\delta} + \frac{n(2n+1)}{\alpha} \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{p},$$

$$= \frac{4+n-2nn}{\delta} + \frac{n(2n+1)}{\alpha} \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{p};$$

$$\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{2(n+2)p}$$

$$\frac{2(n-1)(n+2)}{\varrho} = \frac{2(n+2)-n(2n+1)}{\alpha} + \frac{n(2n+1)}{\delta} \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{p}$$

$$= \frac{4+n-2nn}{\alpha} + \frac{n(2n+1)}{\delta} \mp \frac{n\sqrt{((4n-1)(\lambda-1)}}{p}:$$

$$\text{also} \quad \frac{1}{r} = \frac{4+n-2nn}{2(n-1)(n+2)\delta} + \frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)\alpha} \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)}\cdot\sqrt{(\lambda-1)}}{2(n-1)(n+2)p}$$

$$\text{und} \quad \frac{1}{\varrho} = \frac{4+n-2nn}{2(n-1)(n+2)\alpha} + \frac{n(2n+1}{2(n-1)(n+2)\delta} \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)}\cdot\sqrt{(\lambda-1)}}{2(n-1)(n+2)\cdot p}.$$

Um abzukürzen ſetze man

$$\frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)} = \mu = 0{,}9382 \text{ für } n = \tfrac{3}{2}\tfrac{1}{0},$$

$$\frac{4(n-1)^2}{4n-1} = \nu = 0{,}2327,$$

$$\frac{4+n-2nn}{2(n-1)(n+2)} = \varrho = 0{,}1908,$$

$$\frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)} = \sigma = 1{,}6274,$$

$$\frac{n\sqrt{(4n-1)}}{2(n-1)(n+2)} = \tau = 0{,}9051,$$

Weil aber ſonſt der Halbmeſſer der hintern Fläche mit ϱ bezeichnet iſt, ſo muß nun, Verwirrung zu vermeiden, ein andrer Buchſtabe gewählt werden. Demnach werde ich nun f ſtatt r, g ſtatt ϱ für die Halbmeſſer der Flächen ſchreiben: ſo iſt die Abweichung

$$w = \frac{\beta\alpha^2x^2}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{\delta\alpha}\right).$$

Auch

Auch ist $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{\delta} + \frac{\sigma}{\alpha} \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda-1)}}{p}$

und $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\alpha} + \frac{\sigma}{\delta} \mp \frac{\tau\sqrt{(\lambda-1)}}{p}$.

289. §.

Wenn $\frac{p}{\delta} = \mathfrak{A}$ gesetzt wird; so ist $f = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma-\varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$, und $g = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma-\varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$.

Beweis. Man findet $\frac{\varrho}{\delta} + \frac{\sigma}{\alpha} = \frac{\varrho-\sigma}{\delta} + \sigma\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}\right)$, also auch $\frac{\varrho}{\delta} + \frac{\sigma}{\alpha} = \frac{\sigma}{p} - \frac{\sigma-\varrho}{\delta}$, und man erhält im 289. §. $\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{p} - \frac{\sigma-\varrho}{\delta} \mp \frac{\tau\sqrt{(\lambda-1)}}{p}$, also $\frac{p}{f} = \sigma - \mathfrak{A}(\sigma-\varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda-1)}$, und $f = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma-\varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$.

Eben so wird auch g gefunden, wobey nur zu bemerken nöthig ist, daß ϱ und σ, wie auch die Zeichen vor der Wurzelgrösse sich mit einander verwechseln.

290. §.

Weil dieſe allgemeinen Formeln im folgenden ſehr oft ihre Anwendung finden werden, ſo iſt es vortheilhaft, vorläufig die hieher gehörigen beſondern Fälle zu bemerken.

1.) In dem Fall $\delta = \infty$ wird $\mathfrak{A} = 0$, alſo $f = \frac{p}{\sigma \pm \tau\sqrt{\lambda - 1}}$, und $g = \frac{p}{\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$. Demnach iſt in eben dieſem Fall $p = (\sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)})f = (\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)})g$, daraus folgt $\sigma f - \varrho g = (f+g)\tau\sqrt{(\lambda-1)}$, alſo $\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{\sigma f - \varrho g}{\tau(f+g)}$, und vermittelſt dieſer Gleichung kann λ gefunden werden. Damit die Abweichung am kleinſten ausfalle, wird erfodert, daß $\lambda = 1$ ſey, alſo $\sigma f = \varrho g$, und $\frac{f}{g} = \frac{\varrho}{\sigma} = \frac{4 + n - 2nn}{n(2n+1)}$, welches eben ſo am Ende des 287. §. gefunden ward.

Für das Verhältniß der Refraction $n : 1 = 31 : 20$ findet man $\varrho : \sigma = 19 : 162$ beynahe $= 2 : 17$; wenn aber $n : 1 = 3 : 2$ angenommen wird, ſo ergiebt ſich $\varrho : \sigma = 1 : 6$. Daraus ſiehet man, wie nöthig es ſey, das Verhältniß der Refraction recht genau zu wiſſen, um den Werth der kleinſten Abweichung, und was davon abhängt, richtig zu finden.

2.) Es bleibe die Vorausſetzung $\delta = \infty$, und die hintere Fläche des Glaſes ſey eben, ſo iſt $g = \infty$, und man erhält $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{-\varrho}{\tau}$. Wird alſo

$n =$

$\nu = \frac{3}{2}\frac{1}{0}$ angenommen, so findet man $\sqrt{(\lambda - 1)} = -\frac{1}{9}\frac{0}{0}\frac{1}{5}$, und $\lambda = 1{,}0443$: mithin ist die Abweichung in diesem Falle von der kleinsten wenig verschieden. Wenn aber die Vorderfläche eben, also $f = \infty$ ist, so hat man $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma}{\tau} = \frac{1}{9}\frac{6}{0}\frac{2}{5}\frac{7}{}$, wenn $\nu = \frac{3}{2}\frac{1}{0}$ bleibt, und man findet $\lambda = 4{,}2329$ mehr denn viermahl grösser als in dem vorigen Falle. Hieraus folgt die Regel, daß von einem planconvexen Glase die convexe Seite dem Gegenstande zugekehret werden müsse.

3.) Man setze $\frac{g}{f} = \zeta$, so verwandelt sich die Gleichung $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma f - \varrho g}{f + g}$ in folgende $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho \cdot \zeta}{1 + \zeta}$, und der Fall $\zeta = \frac{\sigma}{\varrho}$ giebt die kleinste Abweichung. Je kleiner ζ wird, desto grösser wird der Werth der Zahl $\tau\sqrt{(\lambda - 1)}$, mithin die Abweichung desto grösser. Wenn also ein ungleichseitiges Glas gebraucht wird, so muß man die mehr erhabene Seite, welche den kleinern Halbmesser hat, nach dem Gegenstande richten, damit der Halbmesser der hintern Fläche der grössere sey.

4.) Wäre die hintere Vereinigungsweite $\alpha = \infty$, so müste $\delta = p$, also $\mathfrak{A} = 1$ seyn: mithin $f = \frac{p}{\varrho \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$, und $g = \frac{p}{\sigma \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$.

291. §.

Aus den allgemeinen Gleichungen des 290. §. folgt

$$f(\sigma - \mathfrak{A}(\sigma-\varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda-1)}) = g(\varrho + \mathfrak{A}(\sigma-\varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda-1)}),$$

also ferner

$$(f+g)\tau\sqrt{(\lambda-1)} = f(\sigma-\mathfrak{A}(\sigma-\varrho)) - g(\varrho+\mathfrak{A}(\sigma-\varrho)),$$

woraus $\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{f(\sigma-\mathfrak{A}(\sigma-\varrho)) - g(\varrho+\mathfrak{A}(\sigma-\varrho))}{\tau(f+g)}$

gefunden wird.

1.) Demnach ist in dem Fall der kleinsten Abweichung $\frac{f}{g} = \frac{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma-\varrho)}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma-\varrho)}$, und man hat $f = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma-\varrho)}$, $g = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\tau-\varrho}$: auch ist

$$\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{a} + \frac{\sigma}{\alpha}, \quad \frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\alpha} + \frac{\sigma}{a}.$$

2.) Wenn beyde Halbmesser der Linse gleich groß sind, so findet man $\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{\sigma-\varrho-2\mathfrak{A}(\sigma-\varrho)}{2\tau} = \frac{(\sigma-\varrho)(1-2\mathfrak{A})}{2\tau}$, oder

$\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{\sigma-\varrho}{\tau}(\frac{1}{2} - \mathfrak{A})$. Es ist aber $\mathfrak{A} = \frac{p}{\delta}$, und $p = \frac{\delta\alpha}{\delta+\alpha}$, also auch $\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{\sigma-\varrho}{\tau} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\delta+\alpha}\right)$, oder $\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{\sigma-\varrho}{2\tau} \cdot \frac{\delta-\alpha}{\delta+\alpha}$.

3.) Ist nun überdem auch das Object sehr weit entfernt, so daß man $\delta = \infty$ setzen kann, so erhält man

man für die gleichseitige Linse $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$.

Aus dem 288. §. hat man $\frac{\sigma}{\tau} = \frac{2n + 1}{\sqrt{(4n - 1)}}$, $\frac{\varrho}{\tau} = \frac{4 + n - 2nn}{n\sqrt{(4n - 1}}$, und man findet $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{2(nn - 1)}{n\sqrt{(4n - 1)}}$. Im folgenden werden die drey Vorausſetzungen $n = 1{,}53$, $n = 1{,}55$, $n = 1{,}58$, bey Objectivgläſern für Fernröhre mehrmahls vorkommen: um deßwillen iſt es vortheilhaft, wenn man für gleichſeitige Objective zu Fernröhren aus ſolchen Glasarten, bey welchen jene Vorausſetzungen ſtatt haben, vorläufig folgende Zahlen bemerket.

n	$\sqrt{(\lambda - 1)}$	λ	$\mu\lambda$
1,53	0,77464	1,60006	1,580
1,55	0,79367	1,62991	1,52916
1,58	0,82125	1,67445	1,461

4.) Für dasjenige Ocular eines optiſchen Werkzeuges, was dem Auge am nächſten iſt, muß die hintere Vereinigungsweite α unendlich groß ſeyn, wenn ein weitſichtiger das Werkzeug brauchen ſoll. (223. §.) In dieſem Fall verwandelt ſich der Ausdruck am Ende des n. 2. in folgenden $\sqrt{(\lambda - 1)} = -\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$, und es bleibt $\lambda - 1 = \frac{(\sigma - \varrho)^2}{4\tau^2}$, alſo können die am Ende des n. 3. beygefügten Werthe der Zahl λ auch für gleichſeitige Oculare gebraucht werden.

5.) Man ſetze $g = kf$, wie im 290. §. n. 3; ſo iſt der allgemeine Ausdruck $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} =$

$\frac{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - \varrho k - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)k}{k+1}$, oder auch

$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho k}{k+1} - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)$. Aus der Brennweite p und dem Verhältniſſe der Halbmeſſer wird übrigens jeder Halbmeſſer ſchon vermittelſt der Gleichung $(n-1)p = \frac{fg}{f+g}$ (119. §.) beſtimmt: denn man erhält $(n-1)p = \frac{kf}{1+k}$, und $f = \frac{(n-1)(1+k)p}{k}$. Dieſen Werth könnte man dem allgemeinen Ausdruck $f = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$ gleich ſetzen, ſo würde das eine Gleichung zwiſchen $\mathfrak{A} = \frac{p}{\delta}$ und λ geben. Aus derſelben würde man ferner finden, wie bey der gegebenen Brennweite und Geſtalt der Linſe die Zahl λ, mithin auch die Abweichung von der Entfernung δ abhängt.

292. §.

Wenn die Entfernung δ ſich um die ſehr kleine Differenz $d\delta$ ändert, ſo wird $d\alpha = -\frac{\alpha^2}{\delta^2} \cdot d\delta$.

Beweis. Es iſt $\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$ (121. §.)

und

und p unveränderlich: also $-\frac{d\delta}{\delta\delta} - \frac{d\alpha}{\alpha\alpha} = 0$,

und das giebt $d\alpha = -\frac{\alpha^2}{\delta\delta} \cdot d\delta$.

Setzt man voraus, daß δ und α das für den sphärischen Spiegel bezeichnen sollen, was sie hier für die Glaslinse bezeichnen, so gilt der erwiesene Satz auch für den sphärischen Spiegel. (119. §.)

293. §.

Die Längenabweichung wegen der Kugelgestalt durch zwey Gläser zu finden.

Aufl. Wenn EG die gemeinschaftliche Axe zweyer in A und B befindlichen Glaslinsen vorstellet, und E ein Punct in der Axe ist, der Licht auf das Objectivglas in A wirft; so sey F der Sammlungspunct der zunächst bey der Axe auffallenden Strahlen, oder das eigentlich so genannte Bild, und eben so das zum Glase B gehörige Bild in G. Die äussersten auf das Objectiv fallenden Strahlen schneiden nach der Brechung die Axe in f, so ist die Abweichung $Ff = P\alpha\alpha xx$, wenn man $P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right)$ setzt. (288. §.) Es ist alsdenn x der Oeffnungshalbmesser des Objectivs. Ferner ist a die Entfernung AE, welche in den allgemeinen Formuln δ hieß, und α ist die Weite AF. Die Strahlen welche aus F zunächst bey der Axe auf das Glas B fallen, vereinigen sich in G, und die von f eben so auffallenden würden sich in γ vereinigen, wenn man 126 Fig.

$G\gamma = \frac{\beta\beta}{bb}$ Ff nimmt. (292. §.) Durch f gehen keine Strahlen ohne nur die äusserſten, welche das Glas B in der Entfernung $\frac{bx}{\alpha}$ von der Axe ſchneiden, (217. §.) und dieſe werden nicht nach γ ſondern nach einen andern Punct g hingebrochen.

Um die Abweichung γg zu finden, ſollte man, ſo wie beym erſten Glaſe die Vereinigungsweiten AE, AF gebraucht ſind, hier Bf, Bγ, nehmen: ſtatt der letztern aber können BF und BG in Rechnung gebracht werden. Wenn alsdenn für das zweyte Glas Q einen ähnlichen Coefficienten bedeutet, wie P für das erſte Glas bezeichnete, ſo iſt $\gamma g = Q\beta\beta \cdot \frac{bbxx}{\alpha\alpha}$, weil hier der Oefnungshalbmeſſer $= \frac{bx}{\alpha}$ iſt. Das erſte Stück Gγ iſt $= \frac{\beta\beta}{bb} \cdot P\alpha\alpha xx$, alſo $Gg = G\gamma + \gamma g = \beta\beta xx \left(\frac{\alpha\alpha}{bb} P + \frac{bb}{\alpha\alpha} Q\right)$.

294. §.

Man wendet ohne Schwierigkeit dieſe Schlüſſe auch auf drey und noch mehrere Gläſer an. Es ſey nemlich EH die gemeinſchaftliche Axe dreyer in A, B, C, befindlichen Gläſer, und der Punct E in der Axe ſende Licht auf das Objectivglas in A; das erſte eigentliche Bild ſey F, das zweyte G, das dritte H: ſo ſind das Vereinigungspuncte für Strahlen, die

127 Fig.

zu-

zunächst bey der Axe auffallen. Die äusserſten auf das Objectivglas A fallenden Strahlen werden dagegen die Axe zuerſt in *f* darauf in *g* und zuletzt in *h* ſchneiden. Es ſey η der Punct, wo die aus *g* zunächſt der Axe auf das dritte Glas fallenden Strahlen die Axe ſchneiden würden: ſo iſt $H\eta = \frac{\gamma\gamma}{cc} . Gg$, (292. §.) weil auch hier CG und CH ſtatt C*g* und Cη in Rechnung gebracht werden können. Aber nur die äusſerſten Strahlen kommen durch *g*, alſo entſteht eine neue Abweichung ηh, welche auf ähnliche Art, wie F*f* für das erſte Glas gefunden wird.

Man nehme an, daß R ein ähnlicher Coefficient für das Glas C ſey, wie es P und Q für die beyden erſten Gläſer waren; ſo iſt überdem der nöthige Oefnungshalbmeſſer für das dritte Glas $= \frac{bcx}{\alpha\beta}$, mithin die Abweichung $\eta h = R\gamma\gamma . \frac{bbccxx}{\alpha\alpha\beta\beta}$. Weil nun $H\eta = \frac{\gamma\gamma}{cc} . Gg$ war; ſo findet man $Hh = H\eta + \eta h = \gamma\gamma xx\left(\frac{\alpha\alpha\beta\beta}{bbcc}P + \frac{bb\beta\beta}{\alpha\alpha cc}Q + \frac{bbcc}{\alpha\alpha\beta\beta}R\right)$, wenn der Werth *Gg* aus dem vor. §. gebraucht wird.

Kommt noch ein viertes Glas hinzu, wofür S das iſt, was P, Q, R, für die erſten drey Gläſer waren; ſo iſt für das vierte Glas die Abweichung

$= \frac{\delta\delta}{dd} \cdot Hh + S\delta\delta \cdot \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}$, oder eben

dieſe Abweichung $= \delta\delta xx \left(\frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{b^2c^2d^2} P + \right.$

$\left. \frac{b^2\beta^2\gamma^2}{\alpha^2c^2d^2} Q + \frac{b^2c^2\gamma^2}{\alpha^2\beta^2d^2} \cdot R + \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} S \right)$.

295. §.

Man laſſe λ', μ', ν' für das zweyte, λ'', μ'' ν'' für das dritte, λ''', μ''', ν''' für das vierte Glas eben das bedeuten, was λ, μ, ν, für das erſte Glas waren; ſo iſt

$$P = \frac{\mu}{p} \left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{\alpha a} \right)$$

$$Q = \frac{\mu'}{q} \left(\frac{\lambda'}{q^2} + \frac{\nu'}{b\beta} \right)$$

$$R = \frac{\mu''}{r} \left(\frac{\lambda''}{r^2} + \frac{\nu''}{c\gamma} \right)$$

$$S = \frac{\mu'''}{s} \left(\frac{\lambda'''}{s^2} + \frac{\nu'''}{\delta d} \right) \text{ u. ſ. w.}$$

Alsdenn hat man aus dem 229. §. für zwey Gläſer $m = \frac{\alpha\beta}{bl}$, und im 293. §. war die Längenabweichung $Gg = \beta\beta xx \cdot \frac{\alpha\alpha}{bb} \left(P + \frac{b^4}{\alpha^4} Q \right)$; alſo wird eben dieſe Abweichung

$$Gg = m^2 \cdot l^2 \cdot x^2 \left(P + \frac{b^4}{\alpha^4} Q \right).$$

Für

Für drey Gläser ist $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcl}$, und

$$Hh = \gamma^2 x^2 . \frac{\alpha^2\beta^2}{b^2c^2}\left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R\right);$$

mithin auch

$$Hh = m^2 l^2 x^2 \left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R\right).$$

Für 4 Gläser findet man eben so die Längenabweichung

$$= m^2 l^2 x^2 \left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R + \frac{b^4c^4d^4}{\alpha^4\beta^4\gamma^4}S\right).$$

296. §.

Aus einem Punct E der Axe EF fällt auf die dazu gehörige Linse PP ein Lichtkegel, und F ist das Bild, worin die zunächst bey der Axe auffallenden Strahlen vereiniget werden. Wenn alsdenn die in der Entfernung AM auffallenden Strahlen wie EM nach ihrer Brechung die Axe in *f* schneiden; so ist *Ef* die Längenabweichung für den Oefnungshalbmesser AM = *x*. In F sey FK auf der Axe senkrecht, und schneide M*f* in K, so heißt FK die Seitenabweichung. Bey Umdrehung der Figur um die Axe EF würde FK einen auf EF senkrechten Kreis beschreiben, welcher um deßwillen ein Abweichungskreis heissen kann, weil alle Strahlen, welche aus E auf die Linse in einer Entfernung fallen, die AM nicht übertrift, nach ihrer Brechung durch diesen Kreis gehen. 128 Fig.

297. §.

297. §.

Die Längenabweichung Ff wird vermittelst einer Formul aus dem Oefnungshalbmeſſer x gefunden, welche unter der Form Vxx enthalten iſt, es mag PP nur eine einzige Linſe, oder unter mehrern hinter einander geſtellten die letzte zunächſt vor dem Auge ſeyn. (289. 293. 294. §.) Ferner iſt der Winkel $FfK = AfM = \frac{AM}{Af}$, oder nahe genug $= \frac{AM}{AF} = \frac{x}{\alpha}$. Auch wenn PP das letzte unter mehrern Gläſern wäre, ſo würde der Winkel AfM oder der ihm beynahe gleiche Winkel AFM vermittelſt einer Formul von der Form Wx gefunden werden. (217. §.) Demnach erhält man die Seitenabweichung $FK = Ff \times \text{Ang } FfK = V . W . x^3$.

298. §.

128 Fig. In der Ebene *AEM* fällt auf der andern Seite der Axe auch ein Strahl *EN* in der Entfernung $AN = z$ von der Axe auf die Glaslinſe *PP*, und dieſer Strahl ſchneidet nach ſeiner Brechung den vorigen *Mf* in *H*, die Axe aber in ζ: man ſoll die Stelle des Durchſchnittspuncts *H* finden.

Aufl. Aus H ſey HI auf die Axe ſenkrecht geſetzt, ſo kommt die Auflöſung darauf an, daß man fI und IH finde. Es war aber $Ff = Vxx$, und eben ſo iſt $F\zeta = Vzz$, weil V von x und z nicht abhängt: demnach iſt $f\zeta = V(x^2 - z^2)$. Ferner war Ang. $IfH = Wx$, und eben ſo iſt $I\zeta H = Wz$,

wo-

woſelbſt ebenfalls W von x und z nicht abhängt. Weil nun $IH = If$. Ang $IfH =$ Iζ. Ang IζH, mithin If : Iζ = Ang IζH : Ang IfH; ſo iſt If : Iζ $= z : x$, und $If : f\zeta = z : z + x$; alſo $If = \frac{z}{z+x} . f\zeta$, oder $If = V z(x-z)$, und $IH = V . W . x z(x-z)$.

299. §.

Wenn x einerley bleibt, z aber Aenderungen leidet, ſo wird $IH = o$ einmahl wenn $z = o$, und hiernächſt, wenn $z = x$ iſt: alſo muß es einen Werth geben, der ſtatt z geſetzt, für IH einen gröſten Werth giebt. In der Formul $IH = V . W . x z(x-z)$ iſt nur das Product $z(x-z)$ veränderlich, und die Summe $z + (x-z)$ der Factoren z, und $(x-z)$ dieſes Products iſt beſtändig $= x$, alſo iſt das Product in dem Fall am gröſten, wenn $z = \frac{1}{2}x$ wird. Alsdenn iſt $fI = \frac{1}{4}Vx^2 = \frac{1}{4}Ff$, und $IH = \frac{1}{4}V . W . x^3$. Bey Umdrehung der Figur um die Axe EF würde auch IH einen auf der Axe ſenkrechten Kreis beſchreiben. Wenn alsdenn $fI = \frac{1}{4}Vx^2$, und $IH = \frac{1}{4}V . W . x^3$ angenommen wird; ſo faſſet der ſolchergeſtalt beſchriebene Kreis alle Strahlen, welche zwiſchen A und M auffallen, und nach ihrer Brechung die Axe zwiſchen F und f ſchneiden. 128 Fig.

Man ſtelle ſich nemlich die Entfernung AN veränderlich vor, und nehme an, daß ſie von der Null an wachſe bis $AN = Am = AM$ wird; ſo ſchneidet jederzeit der aus E auf N fallende Strahl nach ſeiner Brechung die Axe in einem zwiſchen F und f liegenden Punct wie ζ, und zugleich den gebrochenen Strahl

M*f* in einem zwischen K und *f* liegenden Punct wie H. In dem Fall AN = o liegt H in *f*, und ζ in F. Anfangs wenn AN wächst, rückt H von *f* gegen K, wenn ζ gegen *f* rückt, aber nur so lange bis AN = ½AM wird. Hiernächst rückt H wieder gegen *f*, und fällt mit *f* zusammen, wenn AN = A*m* = AM wird.

Die Figur stelle den Fall vor, wenn AN = ½AM ist, so erhellet, daß alle Strahlen, welche zwischen A und N auffallen, nach der Brechung zwischen *f* und H durchgehen, und auf Puncte zwischen F und ζ zulaufen. Strahlen, die zwischen N und *m* auffallen, laufen zwar nach der Brechung auch durch Puncte zwischen *f* und H, zugleich aber in der Axe durch Puncte zwischen ζ und *f*. Wenn nun der äusserste Strahl *mf* und IH einander in *h* schneiden, so ist I*h* = IH, und über *h* hinaus kann kein Durchschnittspunct mit IH fallen.

Diesemnach ist der mit dem Halbmesser IH = ¼V . W . x^3 beschriebene Kreis unter allen **Abweichungskreisen**, welche alle Strahlen fassen, der **kleinste**; es mag PP nur ein einziges Glas, oder unter mehrern hinter einander gestellten das letzte seyn.

300. §.

In dem Fall, wenn das Object unendlich weit entfernt wäre, hätte man die Längenabweichung

$$Vxx = \frac{npx^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{p^2} + \frac{2n+1}{pz} + \frac{(n+2)}{z^2}\right).$$

(286. §. am Ende) Ist überdem das Glas planconvex, und die ebene Seite dem Object zugekehrt, so ist zugleich z unendlich groß, und es wird die Längen-

genabweichung $= \frac{n^2 x^2}{2(n-1)^2 p}$. Ferner ist $Wx =$ $\frac{x}{p}$, weil $\alpha = p$ wird, und man findet den kleinsten Abweichungshalbmesser $IH \frac{1}{4} V.W. x^3 = \frac{n^2 x^3}{8(n-1)^2 p^2}$.

Es ist aber $p = \frac{fg}{(n-1)\ (f+g)}$, (119. §.) und hier ist $f = \infty$, also $p = \frac{g}{n-1}$, und $g =$ $(n-1)p$, folglich $IH = \frac{n^2 x^3}{8g^2}$.

Um dies für einen besondern Fall in Zahlen zu berechnen, sey $n = 1{,}55$, $g = 50$ Fuß, oder $g = 600$ Zoll, $x = 2$ Zoll, so findet man $IH =$ 0,00000667 Zoll. Wenn nun dem 263. §. gemäß der Zerstreuungshalbmesser wegen der Farben $= \frac{1}{55} x$ angenommen wird, so ist derselbe in diesem besondern Fall = 0,03636 Zoll, mithin ist dieser Zerstreuungshalbmesser 5450mahl grösser, als jene Seitenabweichung wegen der Kugelgestalt.

301. §.

Die gleichartigen Strahlen, welche aus dem Punct E auf das Glas fallen, bekommt das Auge wegen der Abweichung so, als kämen sie von der Fläche des kleinsten Abweichungskreises her: um deßwillen kann der Halbmesser des kleinsten Abweichungskreises als ein Maaß der von der sphärischen Gestalt der Gläser herrührenden Undeut-

deutlichkeit dienen. Die Entfernung des letzten Bildes vom Auge sey $= l$, wie es im 229. §. angenommen ward; so muß l negativ oder unendlich groß seyn, wenn das Auge deutlich sehen soll. (223. §.) Alsdenn ist zugleich l wenigstens sehr nahe die Entfernung des letzten Abweichungskreises vom Auge, dessen Halbmesser vom Auge in dieser Entfernung $= l$ unter dem Winkel $\frac{\frac{1}{4}V.W.x^3}{l}$ würde gesehen werden. Je kleiner also dieser Winkel ausfällt, desto weniger schädlich ist die von der sphärischen Gestalt der Gläser herrührende Undeutlichkeit. Es ist gewöhnlich, daß man diesen Winkel den **Halbmesser der Undeutlichkeit** nennet.

302. §.

Der Voraussetzung gemäß ist W für ein Glas $= \frac{1}{\alpha}$, für zwey Gläser $= \frac{b}{\alpha\beta}$, für drey Gläser $= \frac{bc}{\alpha\beta\gamma}$, für vier Gläser $= \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma\delta}$, u. s. w. Aber auch für zwey Gläser $m = \frac{\alpha\beta}{bl}$, für drey Gläser $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcl}$, für vier Gläser $m = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdl}$, u. s. f. (229. §.) Also ist überhaupt $W = \frac{1}{ml}$.

Ferner ist $V = m^2l^2\left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R + \text{etc.}\right)$ (295. §.)

(295. §.) und dieser Werth mit $\frac{1}{4}W \cdot x^3 = \frac{x^3}{4ml^2}$ multiplicirt giebt den Halbmesser der Undeutlichkeit

$$= \tfrac{1}{4}mx^3\left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R + \frac{b^4c^4d^4}{\alpha^4\beta^4\gamma^4}S + \text{etc.}\right).$$

Statt P, Q, R, S, schreibe man ihre Werthe aus dem 295. §. so wird dieser Halbmesser der Undeutlichkeit =

$$\tfrac{1}{4}mx^3 \cdot \left\{\begin{array}{l} \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right) \\ + \frac{\mu'}{q}\left(\frac{\lambda'}{q^2} + \frac{\nu'}{b\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4} \\ + \frac{\mu''}{r}\left(\frac{\lambda''}{r^2} + \frac{\nu''}{c\gamma}\right)\frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4} \\ + \text{etc.} \end{array}\right.$$

Für Telescope setzt man a unendlich groß, und $\alpha = p$, so wird für selbige der Halbmesser der Undeutlichkeit =

$$\frac{\frac{1}{4}mx^3}{p^3} \cdot \left\{\begin{array}{l} \mu\lambda + \frac{\mu'b^2}{pq}\left(\lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2} + \nu' \cdot \frac{b}{\beta}\right) \\ + \frac{\mu''cc}{pr}\left(\lambda'' \cdot \frac{c^2}{r^2} + \nu'' \cdot \frac{c}{\gamma}\right) \cdot \frac{b^4}{\beta^4} \\ + \frac{\mu'''dd}{ps}\left(\lambda''' \cdot \frac{d^2}{s^2} + \nu''' \cdot \frac{d}{\delta}\right) \cdot \frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4} \\ + \text{etc.} \end{array}\right.$$

Die Zahl, welche diesen Halbmesser der Undeutlichkeit angiebt, wenn man ihn nach der allgemeinen Formul berechnet, drückt die Länge eines Kreisbogens für den Halbmesser = 1 aus: demnach muß diese Zahl mit 3437,75 multiplicirt werden, um eben den Bogen in Minuten zu haben. (276. §.)

Die Erfahrung muß lehren, wie groß der Halbmesser der Undeutlichkeit, der von nun an = u gesetzt werden soll, höchstens seyn könne, ohne daß solches dem deutlichen Sehen zu sehr hinderlich werde. Herr Euler setzt, um abzukürzen, $u = \frac{1}{4k^3}$, und giebt die Regel, für Telescope müsse k wenigstens der Zahl 40 bis 50 gleich seyn, für Microscope genüge es, wenn k nicht unter 20 betrage. Allein es wird unten aus der Berechnung solcher optischen Werkzeuge, die ganz gute Dienste geleistet haben, erhellen, daß k der Deutlichkeit des Sehens unbeschadet kleiner und u grösser ausfallen könne. Wird $k = 20$ gesetzt, so giebt das $u = \frac{3438}{32000}$ Minuten, oder $\frac{3438 \cdot 60}{32000} = 6\frac{7}{16}$ Secunden, da doch bey ganz gut gefundenen Microscopen dieser Halbmesser der Undeutlichkeit wohl eine Minute betragen hat. (Man vergleiche unten den 413. §.) Für Fernröhre müste u nach der Eulerischen Regel 8 mahl kleiner seyn, also nie völlig 1 Secunde betragen.

303. §.

In Herrn Eulers Dioptr. T. II. p. 11. und Herrn Klügels Analyt. Dioptrik §. 249. S. 92. ist folgende Tafel der Werthe ϱ, σ, τ, μ, ν, $\mu\nu$, für verschiedene Werthe der Zahl n mitgetheilt.

n	ϱ	σ	τ
1,50	0,2858	1,7143	0,9583
1,51	0,2653	1,6956	0,9468
1,52	0,2456	1,6776	0,9358
1,53	0,2267	1,6601	0,9252
1,54	0,2083	1,6434	0,9149
1,55	0,1908	1,6274	0,9051
1,56	0,1737	1,6119	0,8956
1,57	0,1573	1,5970	0,8864
1,58	0,1414	1,5827	0,8775
1,59	0,1259	1,5689	0,8689
1,60	0,1111	1,5555	0,8607

n	μ	ν	$\mu\nu$
1,50	1,0714	0,2000	0,2143
1,51	1,0420	0,2065	0,2151
1,52	1,0140	0,2129	0,2159
1,53	0,9875	0,2194	0,2168
1,54	0,9622	0,2260	0,2176
1,55	0,9381	0,2326	0,2182
1,56	0,9151	0,2393	0,2192
1,57	0,8932	0,2461	0,2199
1,58	0,8724	0,2529	0,2206
1,59	0,8525	0,2597	0,2214
1,60	0,8333	0,2666	0,2221

Herr Klügel hat noch die Logarithmen dieser Zahlen für die Werthe $n = 1{,}53$, $n = 1{,}55$, $n = 1{,}58$ aus den allgemeinen Formuln berechnet, und in der nachstehenden Tafel a. a. O. ebenfalls mitgetheilt.

n	1,53	1,55	1,58
$l\varrho$	9,3554177	9,2805353	9,1504450
$l\sigma$	0,2201369	0,2114946	0,1994094
$l\tau$	9,9662458	9,9567123	9,9432719
$l\mu$	9,9945449	9,9722913	9,9407397
$l\nu$	9,3413418	9,3667821	9,4030044
$l\mu\nu$	9,3358867	9,3390734	9,3437441
$l(\sigma-\varrho)$	0,1563758	0,1573419	0,1587667

Wegen der mit der Kennziffer 9 hier aufgeführten Logarithmen ist zu bemerken, daß die dazu gehörigen Zahlen nicht selbst diejenigen sind, welche die Buchstaben ϱ, τ, μ, ν, bezeichnen. Aus der voranstehenden Eulerischen Tafel ersiehet man, daß diese Zahlen ächte Brüche sind; die mit den hier aufgeführten Logarithmen zusammen gehörigen Zahlen sind die Zähler zu jenen Brüchen, wenn man den Nenner 10000000000 darunter setzt. Eigentlich ist $l\varrho = 9{,}3554177 - 10$, wenn $n = 1{,}53$ angenommen wird, und diese Bewandniß hat es mit den übrigen ebenfalls.

Der XVI. Abschnitt.

Die allgemeinen Gründe der Theorie von den Spiegel-Telescopen.

304. §.

129 Fig. Es sey AP die Axe eines sphärischen Spiegels MAN, und in derselben ein strahlender Punct P, der Licht auf den Spiegel wirft, des Spiegels Halb-

Halbmesser AC = r, die Entfernung AΓ = a, die Vereinigungsweite für die zunächst bey der Axe auffallenden Strahlen Aπ = α, des Spiegels Brennweite = p, also $p = \frac{1}{2}r$: so ist $\alpha = \frac{ap}{a-p}$. Wenn ferner ACM = γ, und $n = \frac{a-r}{a-\frac{1}{2}r}$ oder $n = \frac{a-2p}{a-p}$ gesetzt wird; so ist des aus M zurückgeworfenen Strahls Mp Abweichung $\pi p = \frac{n^2 \operatorname{sinv} . \gamma}{1 - n \operatorname{sinv} \gamma} . \frac{1}{2}r$. (50. §.) Es ist aber $\frac{1}{1 - n \operatorname{sinv} \gamma} = 1 + \frac{n \operatorname{sinv} \gamma}{1 - n \operatorname{sinv} \gamma}$, also findet man $\pi p = n^2 . \frac{1}{2}r \left(\operatorname{sinv} \gamma + \frac{n \operatorname{sinv} \gamma^2}{1 - n \operatorname{sinv} \gamma} \right)$; und weil γ allemahl ein kleiner Winkel bleibt, so hat man nahe genug $\pi p = \frac{1}{2} n^2 r \operatorname{sinv} \gamma^2$, oder $\frac{1}{4} n^2 r \sin \gamma^2$. Wird also noch QM = x gesetzt, so ist $\pi p = \frac{n^2}{4r} . x^2$, oder $\pi p = \frac{n^2 x^2}{8p}$. Weil nun $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ (119. §.) so ist $a - 2p = a - \frac{2a\alpha}{a+\alpha} = \frac{a(a-\alpha)}{a+\alpha}$, und $a - p = a - \frac{a\alpha}{a+\alpha} = \frac{a^2}{a+\alpha}$, mithin $n = \frac{a-2p}{a-p} = \frac{a-\alpha}{a}$, und man erhält $\pi p = \frac{(a-\alpha)^2 x^2}{8a^2 p}$.

Setzt man noch den Werth $\frac{a\alpha}{a+\alpha}$ statt p, so erhält man $\pi p = \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 x^2}{8a^3\alpha}$.

305. §.

129 Fig. Im Dreyeck PMp ist $\frac{\sin ApM}{PM} = \frac{\sin APM}{Mp}$, und man müste den Winkel des zurückgeworfenen Strahls mit der Axe aus der Gleichung $\sin ApM = \frac{PM}{Mp} \sin APM$ suchen. So lange indessen diese Winkel so klein sind, daß sie nahe genug ihren Sinus proportional bleiben; so lange hat man auch $ApM = \frac{PM}{Mp} . APM$. Auch ist alsdenn sehr nahe $PM = AP$, $Mp = Ap = A\pi$, also $ApM = \frac{AP}{A\pi} . APM$, oder $ApM = \frac{a}{\alpha} APM$.

Bey eben dieser Voraussetzung hat man $APM = \frac{AM}{AP} = \frac{QM}{AP}$, oder $APM = \frac{x}{a}$, und ApM beynahe $= A\pi M = \frac{x}{\alpha}$.

306. §.

Für einen sehr weit entfernten Gegenstand ist die Abweichung $\pi p = \frac{x^2}{8p} = 0{,}125 . \frac{xx}{p}$. Bey eben

eben der Vorausſetzung war die kleinſte Abweichung des in der Glaslinſe gebrochenen Strahls

$$w = \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2 \cdot (n+2)} \cdot \frac{x^2}{8p}, \quad (287.\ §.)$$

alſo auch $w = 7{,}5056 \cdot \frac{x^2}{8p}$. (288. §.) Demnach iſt die Abweichung des vom Spiegel zurück geworfenen Strahls $7\frac{1}{2}$mahl kleiner, als die Abweichung des in der Glaslinſe gebrochenen Strahls, wenn Brennweite und Oefnung einerley ſind. Bey der Glaslinſe kommt auſſer dieſer Abweichung wegen der Kugelgeſtalt noch diejenige hinzu, welche von der verſchiedenen Brechbarkeit des ungleichartigen Lichts herrührt, und dieſe iſt wenigſtens bey Objectiven für Fernröhre allemahl noch beträchtlicher, als die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt.

Es war nemlich die kleinſte Längenabweichung für die Glaslinſe $w = 0{,}9382 \cdot \frac{x^2}{p}$, und dieſe mit $\frac{1}{4} \cdot \frac{x}{p}$ multiplicirt giebt $0{,}2345 \frac{x^3}{p^2}$ für die Seitenabweichung. Aber wegen der Farbenzerſtreuung iſt dieſe $= \frac{1}{55}x$, wenn man, wie erfodert wird, im 263. §. für Fernröhre $\alpha = p$ ſetzt. Beyde Abweichungen würden gleich ſeyn, wenn $0{,}2345 \frac{x^2}{p^2} = \frac{1}{55}$ wäre, alſo $55 \cdot 0{,}2345 \cdot x^2 = p^2$, oder $12{,}8975 \cdot x^2 = p^2$, mithin $x = \frac{1}{3{,}59}p$. So groß wird x bey Objectiven für Fernröhre wenigſtens nie genommen, alſo iſt die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt allemahl kleiner, als die wegen der Farbenzerſtreuung.

307. §.

Könnte man beym Fernrohr die Anordnung so machen, daß statt des Objectivglases ein sphärischer Hohlspiegel diente; so würde bey gleicher Oefnung und Brennweite das mit dem Spiegel zusammengehörige Bild weit deutlicher seyn, als das Bild, welches die Glaslinse zuwege bringt. Die Sache läßt
131 sich so ins Werk richten. Des Hohlspiegels PP po-
Fig. lirte Fläche ist dem Object Ee zugekehrt, und AE ist des Spiegels Axe. Mit eben dieser Axe fällt des kleinern Hohlspiegels QQ Axe zusammen, derselbe fängt das vom Spiegel PP zurückgeworfene Licht auf, wirft es abermahl gegen den Hohlspiegel PP zurück, der eben deswegen in der Mitte A eine kreisrunde Oefnung hat, damit das vom kleinern Spiegel herkommende Licht durchgehen könne. Hinter dem Spiegel PP kann man noch etliche zu eben der Axe AE gehörige Glaslinsen RR, SS, TT, stellen, so kann die so verbundene Reihe von Spiegeln und Gläsern eben die Wirkung haben, wie sie sonst eine Reihe hinter einander gestellter Glaslinsen hat.

308. §.

131 Der grössere dem Object zugekehrte Hohlspiegel
Fig. bringe nemlich das deutliche Bild in F*f* zuwege, so ist F*f* als ein Object anzusehen, wovon der Spiegel QQ wieder in G*g* ein Bild zuwege bringt. Von diesem Bilde breitet sich das Licht, nachdem es durch die Oefnung im Spiegel PP durchgegangen ist, über das Glas RR aus, und macht das dritte Bild in H*h*, da es dann hiernächst mit den übrigen Bildern, welche die folgenden Gläser zuwege bringen die aus dem 316. u. f. §. §. schon bekannte Bewandniß hat.

Man

Man setze auch hier

$EA = a$,	$AF = \alpha$,
$FB = b$,	$BG = \beta$,
$GC = c$,	$CH = \gamma$,
$HD = d$,	$DI = \delta$, u. s. w.

die Brennweiten des Spiegels $PP = p$, des Spiegels $QQ = q$, der Gläser RR, SS, TT, Brennweiten aber bezeichne man mit den Buchstaben r, s, t, u. s. f. Dies vorausgesetzt kann man leicht die im XIII. Abschnitt vorgetragenen allgemeinen Lehren auf die Spiegeltelescope anwenden.

Es sey nemlich der Oefnungshalbmesser des grossen Spiegels $Ap = x$, und das Object, wie es bey Fernröhren allemahl ist, sey sehr weit entfernt, so hat man $AEp = \frac{x}{a}$, $AFp = \frac{x}{\alpha} = BFq$. Mithin ferner $BGq = \frac{BF}{BG} . BFq$, oder $BGq = \frac{bx}{\alpha\beta}$, wie für Gläser im 217. §. Diesemnach bleibt auch für die nun folgenden Gläser $CHr = \frac{cbx}{\alpha\beta\gamma}$, $DIs = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma\delta}$, u. s. w.

Auch die wegen der Helligkeit nöthigen Halbmesser bleiben $Bq = \frac{bx}{\alpha}$, $Cr = \frac{bcx}{\alpha\beta}$, $Ds = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma}$, u. s. w. Setzt man noch den Winkel $EAe = \varphi$, als den scheinbaren Halbmesser des Objects aus A gesehen, so sind die Halbmesser der Bilder $Ff = \alpha\varphi$, $Gg = \frac{\alpha\beta}{b}\varphi$, $Hh = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}\varphi$, $Ii = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi$, u. s. w. 132 Fig.

309. §.

Durch das Loch in der Mitte des Objectivspiegels muß kein Licht fallen können, das vom Object unmittelbar herkommt: darum muß der kleine Spiegel QQ nicht kleiner seyn, als das Loch im Objectivspiegel. Damit aber auch von den seitwärts der Axe befindlichen Puncten des Objects kein Licht durch die Oefnung A falle, muß der kleine Spiegel noch ein wenig grösser, als diese Oefnung seyn. Damit ferner die aus E auf den Objectivspiegel fallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung vom kleinen Spiegel durch das Loch zu gehen Raum haben, muß β positiv seyn, oder das Bild G muß vor dem Spiegel liegen; sonst würden die zurückgehenden Strahlen auf dem Objectivspiegel mehr Raum erfodern, als sie auf dem kleinen Spiegel einnahmen.

Ja eben darum muß $BG > \frac{1}{2} AB$ seyn, also $\beta > \frac{1}{2}(\alpha + b)$ oder für Fernröhre $\beta > \frac{1}{2}(p + b)$. Es ist aber $\beta = \frac{bq}{b-q}$, also wird erfodert, daß $2bq > (p+b)(b-q)$ sey, mithin $3bq + pq > (p+b)b$, und $q > \frac{(p+b)b}{3b+p}$. Damit β positiv bleibe, muß $q < b$ seyn. Weil nun $pq > (p+b-3q)b$ war, so wird erfodert, daß $p > p+b-3q$ sey, oder $3q + p > p+b$, mithin $3q > b$. Diesemnach muß b zwischen den Gränzen q und $3q$ enthalten seyn.

310. §.

Wollte man statt des kleinen Hohlspiegels einen erhabenen sphärischen Spiegel wählen, so wäre q negativ.

gativ. Alsdenn ist $\beta = \frac{-bq}{b+q}$ negativ, wofern nicht auch b negativ angenommen wird, welches $\beta = \frac{+bq}{q-b}$ giebt. Damit nun β positiv bleibe, muß $b \lessdot q$ seyn, und $\beta \gtrdot \frac{1}{2}(p-b)$; also nun $bq \gtrdot \frac{1}{2}(p-b)(q-b)$, und $3bq - pq \gtrdot bb - pb$, oder $(p-b)b \gtrdot (p-3b)q$, mithin $q \lessdot \frac{(p-b)b}{p-3b}$.

Je grösser des kleinern Spiegels Halbmesser, mithin auch seine Brennweite angenommen wird, desto mehr nähert sich derselbe der Natur des ebenen Spiegels, worin sich derselbe völlig verwandelt, wenn man seine Brennweite unendlich groß annimmt. Die allgemeine Formul $\beta = \frac{bq}{b-q}$ giebt alsdenn $\beta = -b$, also muß auch in diesem Fall b negativ seyn, wenn β positiv bleiben, und das Bild vor dem Spiegel bleiben soll.

Diesemnach muß in den beyden hier betrachteten Fällen des kleinen ebenen oder erhabenen Spiegels Entfernung vom grossen Spiegel kleiner als des leztern Brennweite seyn.

311. §.

Wenn der Objectivspiegel bey A nicht durchlöchert wäre, so würde von jedem Punct e des Objects ein Strahl eA auf den Scheitel A des Spiegels fallen; derselbe würde in der Ebene EAe auf der andern Seite, der Axe unter dem Winkel $BAQ = BAe$ zurückstrahlen und durch das Bild f des Puncts e gehen. 132 Fig.

hen. Wenn nun L der zur sphärischen Fläche des kleinen Spiegels gehörige Mittelpunct, also LQ ihr Halbmesser ist; so würde der Strahl AQ auf der andern Seite von LQ unter dem Winkel LQR = LQA zurück strahlen, und durch des vom kleinen Spiegel zuwege gebrachte Bild g des Puncts f gehen. Diesemnach wäre eA in eben dem Sinn wie bey Gläsern der aus e auf den Objectivspiegel fallende Hauptstrahl, und $EAe = \varphi$ der scheinbare Halbmesser des Objects aus A gesehen. Der aus Q zurückgeworfene Strahl Qg schneide die Axe in O, er treffe das erste Glas in R, und werde daselbst in die Lage RS gebrochen; so geht derselbe durch das Bild h des Puncts g, und schneidet die Axe in O′. Ferner treffe dieser Strahl das zweyte Glas in S, und werde daselbst in die Lage ST gebrochen; so geht er aufs neue durch das Bild i des Puncts h, schneidet die Axe in O″, und das dritte Glas in Γ, woselbst er abermahl in die Lage Tk gebrochen wird, und die Axe in O‴ schneidet.

312. §.

Alle Hauptstrahlen liegen nach der ersten Zurückwerfung so, als kämen sie aus A her, also laufen sie nach der zweyten Zurückwerfung durch O, wenn man $BO = \frac{AB \cdot q}{AB - q}$ nimmt, eben so wie im 220. §. bey Gläsern. Demnach bleibt $BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$ und $BOQ = \pi - \varphi$, wie im 220 §; auch bleiben die übrigen Formuln für CO′, DO″, u. s. f. und eben so für die Winkel an O′, O″, O‴ u. s. w. Man

setze ferner BQ = x, so ist $x' = AB \cdot \varphi$, und daraus wird CR = x'' eben so wie im 222 §. für Gläser gefunden. Aus CR = x' findet man hiernächst weiter, wie aus dem 222 §. schon bekannt ist DS = x'', ET = x''', u. s. f. Diesemnach bleiben auch die im 224 und 225 §. gefundenen Formuln für die Vergrösserungszahl m bey Spiegeltelescopen so wie bey dioptrischen Fernröhren.

Was übrigens oben im 237. §. bey dioptrischen Fernröhren die mittlere Reihe der Lichtkegel war, das bleibt ebenfalls sonst unverändert, wenn gleich statt der beyden ersten Gläser sphärische Spiegel gebraucht werden. Nur die beyden ersten Kegel haben die umgekehrte Lage. Wenn also der Halbmesser des Zerstreuungskreises an einer von den Stellen O, O′, O″, wo das Auge stehen muß, = y bleibt, so ist auch für das Spiegeltelescop allemahl

$$y = \frac{x}{m}, \text{ oder } x = my.$$

313. §.

Man siehet wohl, wenn vom Spiegeltelescop die Rede ist, daß kein eigentlicher Hauptstrahl ins Auge kommen könne: indessen dient doch die Bestimmung der Lage dieser Hauptstrahlen, die Stelle für das Auge anzugeben, und den Winkel zu finden, unter welchem das Object dem Auge durch die Spiegel und Gläser erscheinen muß. Eigentlich ist eA die Axe des aus e auf den Objectivspiegel fallenden Lichtkegels, der sich nach der Zurückwerfung in einen Kegel verwandelt, dessen Spitze f ist. Von f breitet sich das hiezu gehörige Licht wieder über den kleinen Spiegel aus, und verwandelt sich nach der Zurückwerfung 132 Fig.

in

in einen Kegel, der seine Spitze in g hat. Von g aus verbreitet sich abermahl das Licht über das Glas RR, und verwandelt sich nach der Brechung in einen Kegel, dessen Spitze h ist. Soll nun das Auge in O′ stehen und das Object deutlich sehen, so muß sich dieser letzte Lichtkegel in einen Cylinder verwandeln, weil die von einerley Punct des Objects kommenden Strahlen wenigstens beynahe parallel ins Auge kommen müssen. Demnach schneiden sie alle die Axe bey O′ unter einerley Winkel, und man kann um diesen Winkel, auch selbst die Stelle O′ zu finden, den Hauptstrahl betrachten.

314. §.

Wenn das Licht bey der Zurückstrahlung von den Spiegeln eben so in ungleichartige Strahlen von verschiedenen Farben, wie bey der Brechung, zerstreuet würde: so könnte man alle Formuln, welche die Farbenzerstreuung bey dioptrischen Fernröhren betreffen, auf die Spiegeltelescope unverändert anwenden. Weil aber die Farbenzerstreuung bey dem von Spiegeln zurückstrahlenden Licht wegfällt; so ist das eben soviel, als wenn im 271. §. die daher rührende Winkelabweichung für die beyden ersten Gläser $= o$ wäre, wenn statt derselben Spiegel gebraucht werden. Demnach bleibt daselbst aus den Formuln für drey und mehr Gläser der Theil $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q}$ weg, als wenn derselbe $= o$ wäre, und man erhält

für

für ein Augenglas

$$d\psi = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{bcx}{\alpha\beta r'}$$

für zwey Augengläser

$$d\psi = \left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{r} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\vartheta^2}{\gamma^2} \cdot \frac{1}{s}\right) \frac{bc\gamma}{\alpha\beta\vartheta} \cdot x,$$

für drey Augengläser

$$d\psi =$$

$$\left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{r} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\vartheta^2}{\gamma^2} \cdot \frac{1}{s} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\vartheta^2 e^2}{\gamma^2 \delta^2} \cdot \frac{1}{t}\right) \frac{bc\gamma\delta}{\alpha\beta\vartheta e} x.$$

Das ϑ bezeichnet hier, wie es im 270 §. erinnert ist, die Entfernung HD, welche sonst in den allgemeinen Formuln auch mit d bezeichnet wird. An dem angeführten Ort ward nur um deßwillen das ϑ statt d gesetzt, weil auch das d die Differentialgröſſen bezeichnet, und selbiges in diesen Formuln eine Zweydeutigkeit verursachet hätte. Im folgenden kann ohne Verwirrung zu fürchten das d wieder gebraucht werden.

315. §.

Die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptstrahlen war für ein optisches Werkzeug mit dreyen Gläsern

$$d\pi' - d\pi = \frac{\pi\beta}{c} \cdot \frac{dn'}{n'-1} + \frac{\pi' dn''}{n''-1}$$ (282. §.) und

mit zweyen Gläsern $d\pi = \frac{\pi dn'}{n'-1}$. (281. §.)

Werden statt der beyden ersten Gläser Spiegel gewählt,

wählt, so hat das die Wirkung, als wenn $\frac{\pi dn'}{n'-1}$ $= o$ wäre; also hat man für zwey Spiegel und ein Glas diese Abweichung $= \frac{\pi' dn''}{n''-1}$. Mithin ist ferner

für 2 Spiegel und 2 Gläser

diese Abweichung $= \frac{\pi'\gamma}{d} \cdot \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi'' dn'''}{n'''-1}$;

für 2 Spiegel und 3 Gläser

ist sie $= \frac{\pi'\gamma\delta}{e} \cdot \frac{dn''}{n''-1} + \frac{\pi'' d}{e} \cdot \frac{dn'''}{n'''-1} + \frac{\pi''' dn''''}{n''''-1}$.

Eben so findet man sie für noch mehr Gläser.

316. §.

Die Längenabweichung wegen der sphärischen Figur ist für beyde Spiegel $= \frac{x}{8p}\left(\frac{\beta^2}{b^2} + \frac{(\beta-b)^2}{pq}\right)$, wenn der Gegenstand unendlich weit entfernt ist.

130 Fig. Beweis. Es sey AE die gemeinschaftliche Axe beyder Spiegel, und A des Objectivspiegels, B des kleinern Spiegels Scheitel. Beyde werden für Hohlspiegel angenommen, und wenn einer davon erhaben seyn soll; so wird seine Brennweite negativ. Des grossen Spiegels A Brennpunct sey F, und Ff die Abweichung der zunächst am Rande mit der Axe parallel auffallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung: so ist $Ff = \frac{x^2}{8p}$, (304. §.) weil a unendlich groß

ange-

angenommen wird. Ferner sey G der Vereinigungspunct für die zunächst bey der Axe aus F auf den kleinen Spiegel fallenden Strahlen, also BG = β, FB = b. Wenn nun die Strahlen welche sich von f aus über dem kleinen Spiegel B verbreiten, keine Abweichung litten, so würden sie in γ zusammen laufen, wenn $G\gamma = \frac{-\beta\beta}{bb}$. Ff genommen wäre. (292. §) Allein diese aus f kommenden Strahlen fallen auf den kleinen Spiegel in einer Entfernung $= \frac{bx}{p}$ von der Axe, und um deßwillen laufen sie durch g, da dann γg als die Abweichung wegen der Kugelgestalt nach dem 304. §. gefunden wird. Es ist nemlich

$$\gamma g = \frac{(b-\beta)^2}{8b^2q} \cdot \frac{b^2x^2}{p^2} = \frac{(\beta-b)^2x^2}{8p^2q}.$$

Demnach findet man

$$Gg = G\gamma + \gamma g = \frac{\beta\beta}{bb} \cdot \frac{x^2}{8p} + \frac{(\beta-b)^2x^2}{8p^2q},$$

oder $$Gg = \frac{x^2}{8p}\left(\frac{\beta\beta}{bb} + \frac{(\beta-b)^2}{pq}\right).$$

317. §.

Im 293 §. war die Längenabweichung für zwey Gläser $= \beta\beta xx\left(\frac{\alpha\alpha}{bb}P + \frac{bb}{\alpha\alpha}Q\right)$, und wenn man $\alpha = p$ setzt, wie hier erfodert wird, auch überdem $P = \frac{1}{8p^3}$, $Q = \frac{(\beta-b)^2}{8qb^2\beta^2}$ annimmt; so

wird diese Formul =

$$\beta\beta xx\left(\frac{1}{8b^2p}+\frac{(\beta-b)^2}{8qp^2\beta^2}\right)=\frac{\beta\beta xx}{8b^2p}+\frac{(\beta-b)^2x^2}{8p^2q}.$$

Das war im vor. §. die Längenabweichung für zwey Spiegel. Wenn demnach statt P und Q die eben angezeigten Werthe in den Formuln des 294 u. 295. §. gebraucht werden, R, S, u. s. f. aber die dortige Bedeutung behalten; so kann man die dortigen Formuln, welche die Längenabweichung für drey, vier und mehr Gläser geben, auch brauchen, wenn statt der ersten beyden Gläser Spiegel gewählt werden.

Was ferner im 297. §. W war, das bleibt bey dem optischen Werkzeuge unverändert, wenn statt der ersten beyden Gläser Spiegel gewählt sind: also bleibt auch für Spiegelteleſcope die Seitenabweichung $= V.W.x^3$, und der Halbmesser der Undeutlichkeit $\frac{V.W.x^3}{4l} =$

$$\tfrac{1}{4}mx^3\left(P+\frac{b^4}{\alpha^4}Q+\frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R+\frac{b^4c^4\mathfrak{d}^4}{\alpha^4\beta^4\gamma^4}S+\text{etc.}\right).$$

Setzt man für P und Q die den Spiegeln zugehörigen Werthe, statt R und S aber die Werthe aus dem 295. §., und nimmt alsdenn $\alpha = p$; so findet man den Halbmesser der Undeutlichkeit für Spiegelteleſcope =

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{8}+\frac{b^2(\beta-b)^2}{8pq\beta^2}\\ \\ +\frac{\mu cc}{pr}\left(\frac{\lambda cc}{rr}+\frac{\nu c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4}\\ \\ +\frac{\mu\vartheta^2}{ps}\left(\frac{\lambda'\vartheta\vartheta}{ss}+\frac{\nu\vartheta}{\delta}\right)\frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4}\\ \\ +\text{ etc.}\end{array}\right.$$

Daß in der Mitte des grossen Spiegels ein Theil desselben wegfällt, solches macht hier keine Aenderung. So lange nemlich der Halbmesser der Oefnung in der Mitte dieses Objectivspiegels nicht die Hälfte des ganzen Oefnungshalbmessers übertrift, so lange kann auch der kleinste Abweichungskreis nicht kleiner angenommen werden, als ihn obige Formuln geben, wie aus dem 299. §. leicht folgt. So groß aber wird das Loch in der Mitte des Spiegels nie gemacht.

318. §.

Weil man vor Newton die Gesetze der Farbenzerstreuung noch gar nicht, oder wenigstens ganz unvollkommen kannte, so glaubte man den Unvollkommenheiten der Fernröhre dadurch abzuhelfen, daß man statt der sphärischen Figur für die Glaslinsen eine andre suchte, welche die Eigenschaft hätte, daß Strahlen, die von einerley Punct des Objects kommen, nach der Brechung wieder in einerley Punct vereiniget würden. Nachdem aber Newton seine Theorie der Farben entdeckt hatte, sahe er bald ein, daß Gläser, welche die eine Art von Strahlen aufs

genaueste vereinigten, solches doch bey der andern Art nicht thun könnten. Eben dadurch ward er veranlasset, statt des Objectivglases bey Fernröhren auf den Gebrauch des Objectivspiegels zu verfallen. Zwar ist Herr Jacob **Gregory** von **Aberdeen** eigentlich der erste Erfinder des Spiegeltelescops gewesen: allein seine Einrichtung ist von der Newtonschen hauptsächlich darin unterschieden, daß seine Spiegel nicht die sphärische sondern eine andre Figur haben sollten, um die von einerley Punct des Objects kommenden Strahlen nach der Zurückwerfung wieder völlig genau in einerley Punct zu vereinigen. **Gregory** hat seinen Entwurf nie selbst ausgeführt.

319. §.

Newtons Telescop hat einen sphärischen Objectivspiegel, statt des kleinern Hohlspiegels aber einen ebenen Spiegel mit einer Neigung von 45° gegen die Axe des grossen Spiegels. Die Entfernung des ebenen Spiegels vom sphärischen Objectivspiegel ist kleiner, als des letztern Brennweite, damit der ebene Spiegel das von dem sphärischen zurückstrahlende Licht vor der Vereinigung auffange, und seitwärts der Axe ein Bild zuwege bringe, welches das Auge durch ein in der Röhre eingesetztes Augenglas von der Seite her betrachten kann. Dies Newtonsche Telescop ward im Jahr 1672 in den philosophischen Transactionen bekannt gemacht, und in eben dem Jahr eignete sich Hr. **Cassegrain**, ein Franzose, im Journal des Sçavans die Ehre einer ähnlichen Erfindung zu; er behauptete, daß ihm eine bessere Einrichtung eingefallen wäre, noch ehe er etwas vom Newtonschen Telescop erfahren hätte, nemlich

einen

einen erhabenen Spiegel statt des ebenen Spiegels zu brauchen. Sonst hat dies Cassegrainische Teleskop alle Aehnlichkeit mit dem Gregorianischen, und der grosse Spiegel ist ebenfalls durchbort.

320. §.

Die allgemeinen für Spiegelteleskope bewiesenen Formuln finden bey dem Newtonischen eine leichte Anwendung, wenn man die Brennweite q des kleinen Spiegels unendlich groß setzt. Aus dem 225. §. mit dem 312. §. verbunden ist für 2 Spiegel und ein Augenglas die Vergrösserungszahl $m = \frac{\alpha\beta}{br}$, und hier ist $\beta = -b$; mithin wird $m = -\frac{\alpha}{r}$, oder hier $m = -\frac{p}{r}$, weil $\alpha = p$ seyn soll. Die ganze Einrichtung hat übrigens alle Aehnlichkeit mit derjenigen, die das Sternrohr erhält; nur kann es um ein sehr ansehnliches kürzer werden, als ein dioptrisches Sternrohr ausfallen könnte, weil bey der Zurückstrahlung des Lichts vom Objectivspiegel keine Farbenzerstreuung erfolgt, und weil auch selbst die Abweichung der Lichtstrahlen von den Vereinigungspuncten wegen der sphärischen Gestalt bey Spiegeln nicht so beträchtlich ist, als bey Glaslinsen. (306. §.)

321. §.

Die Anordnung eines Newtonianischen Spiegelteleskops ist gegeben, man soll die Anordnung für ein andres finden, das bey gleicher Deutlichkeit und Helligkeit mehr oder weniger vergrössert.

Aufl. Aus dem 317. §. hat man für den Objectivspiegel den Halbmesser der Undeutlichkeit $= \frac{mx^3}{32p^3}$, und ohne jetzt auf die Lage des Gesichtswinkels gegen die Axe zu sehen, $m = \frac{p}{r}$; (320. §.)

also ist eben die Formul $= \frac{x^3}{32 \cdot p^2 r}$, und bey gleicher Deutlichkeit muß für ein andres Teleſcop der Quotient $\frac{x^3}{p^2 r}$ einerley Gröſſe behalten. Wenn nun X, P, R, M, den Oefnungshalbmesser, die Brennweiten des Objectivspiegels und Oculars, und die Vergrösserungszahl für das andre Teleſcop bedeuten; so wird erfodert, daß $\frac{x^3}{p^2 r} = \frac{X^3}{P^2 R}$ sey, mithin $x^3 : X^3 = p^2 . r : P^2 . R$. Ferner ist $y = \frac{x}{m}$, also auch wegen der gleichen Helligkeit $y = \frac{X}{M}$, und man erhält $x : X = m : M$, mithin auch $x : X = \frac{p}{r} : \frac{P}{R}$, und $x^3 : X^3 = \frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3}$. Diese Proportion mit der ersten verbunden giebt folgende

1.) $\frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3} = p^2 . r : P^2 . R$, also $p : P = r^4 : R^4$, das heißt, die Brennweiten der Objectivspiegel müssen sich verhalten, wie die

Bi-

Biquadrate der Brennweiten der Oculargläser.

Wenn man ferner die Proportion $x^3 : X^3 = p^2 . r : P^2 . R$ mit der andern $x : X = \frac{p}{r} : \frac{P}{R}$ multiplicirt, so erhält man

2.) $x^4 : X^4 = p^3 : P^3$, das heißt, die Biquadrate der Oefnungshalbmesser müssen sich verhalten, wie die Cubiczahlen der Brennweiten der Objectivspiegel.

Bey gleicher Helligkeit verhalten sich die Oefnungshalbmesser, wie die Vergrösserungszahlen: also ist bey gleicher Deutlichkeit und Helligkeit auch

3.) $m^4 : M^4 = p^3 : P^3$, die Cubiczahlen der Brennweiten verhalten sich wie die Biquadrate der Vergrösserungszahlen.

Wird hiernächst die Proportion $x^4 : X^4 = p^3 : P^3$ mit $x^3 : X^3 = \frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3}$ dividirt, so findet man $x : X = r^3 : R^3$, oder die Oefnungshalbmesser müssen sich wie die Cubiczahlen der Brennweiten der Oculare verhalten.

322. §.

Hadley, der die Verfertigung der Spiegeltelescope im Jahr 1723 allererst zur mehrern Vollkommenheit brachte, überreichte in dem erwehnten Jahre der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in London ein Telescop nach Newtons Entwurfe, das

einen Objectivspiegel von 62,5 Zoll Brennweite hatte. Nachdem man seiner Oefnung die Breiten von 4,5 oder 5, oder 5,5 Zoll gab, ward dazu ein Augenglas gebrauchet, das $\frac{1}{40}$, oder 0,3, oder $\frac{1}{3}$ Zoll Brennweite hatte. Wenn demnach die Einrichtung mit der mittlern Oefnung zum Grunde gesetzt wird, so ist $p = 62{,}5$ Zoll, $r = 0{,}3$ Zoll, $x = 2\frac{1}{2}$ Zoll, also war die Vergrösserungszahl $m = \frac{62{,}5}{2\frac{1}{2}} = 208{,}3$, und man findet aus der Proportion $p : P = r^4 : R^4$ die Brennweite R des Oculars, wenn die Brennweite P des Objectivspiegels gegeben, oder willkührlich angenommen wird. Man nehme als ein Exempel P = 4 Fuß = 48 Zoll an; so wird

$$R = r\sqrt[4]{\frac{P}{p}} = 0{,}3 \cdot \sqrt[4]{\frac{480}{625}}.$$

Die Zahl unter dem Wurzelzeichen findet man = 0,768, daraus ist die Quadratwurzel = 0,882043, und daraus ferner die Quadratwurzel = 0,9392, welche mit 0,3 multiplicirt R = 0,28176 Zoll giebt. Demnach wird die Vergrösserung $\frac{P}{R} = M = \frac{48000}{2\,81} = 171$, und aus der Proportion $m : M = x : X$ findet man $X = \frac{M}{m}x = \frac{171}{208{,}3} \cdot 2{,}5$ Zoll. Die Rechnung giebt X = 2,052 Zoll, also den ganzen Durchmesser der Oefnung = 4,104 Zoll.

Für die Helligkeit, womit Telescope von dieser Anordnung die Objecte darstellen, findet man $y = \frac{X}{M} = \frac{2{,}052}{171} = 0{,}012$ Zoll, und dem 241. §. gemäß $\varepsilon = 400 \cdot y^2 \cdot C = 0{,}0576 \cdot C$, also die

die Helligkeit 17mahl geringer als mit blossen Augen. Man vergleiche den 276. §.

323. §.

Im Smithschen Lehrbegriffe der Optik vom H. H. Kästner übersezt ist die nachstehende Tafel mitgetheilt, und nach den eben vorgetragenen Gründen für Spiegeltelescope berechnet.

Brennw. des Hohlspiegels.	Brennw. des Ocul. in Zoll.	Vergrösserung.	Oefnungs-Durchmesser.
½ Fuß	0,167	36	0,864
1 Fuß	0,199	60	1,440
2 —	0,236	102	2,448
3 —	0,261	138	3,312
4 —	0,281	171	4,104
5 —	0,297	202	4,848
6 —	0,311	232	5,568
7 —	0,323	260	6,240
8 —	0,334	287	6,888
9 —	0,344	314	7,536
10 —	0,353	340	8,160
11 —	0,362	365	8,760
12 —	0,367	390	9,360
13 —	0,377	414	9,936
14 —	0,384	437	10,488
15 —	0,391	460	11,040
16 —	0,397	483	11,592
17 —	0,403	506	12,143

Der XVII. Abschnitt.

Die Theorie der aus verschiedenen Glasarten zusammen gesetzten Objectivgläser.

324. §.

Es ist möglich die Anordnung für zwey zu einerley Axe gehörige Glaslinsen so zu machen, daß die Undeutlichkeit des Bildes gehoben wird, welche die Farbenzerstreuung in der Axe, und die Abweichung des Lichts wegen der Kugelgestalt der Gläser sonst zuwege bringt.

Beweis. Für zwey Gläser ist wegen der Farbenzerstreuung in der Axe die Längenabweichung

$$d\beta = -\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha^2.\beta^2}{b^2}.$$

(266. §.) und dieser Ausdruck kann $= 0$ werden, wenn p oder q negativ, mithin eine von beyden Linsen ein Zerstreuungsglas ist.

Ferner ist wegen der Kugelgestalt der Halbmesser der Undeutlichkeit $=$

$$\tfrac{1}{4}mx^3\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\mu}{p}\left(\dfrac{\lambda}{p^2}+\dfrac{\nu}{a\alpha}\right)\\ +\dfrac{\mu'}{q}\left(\dfrac{\lambda'}{q^2}+\dfrac{\nu'}{b\beta}\right)\dfrac{b^4}{\alpha^4}\end{array}\right\} \text{ (302. §.)}$$

und diese Formul kann ebenfalls verschwinden, wenn eine von beyden Brennweiten negativ ist.

325. §.

Hieraus erhellet die Möglichkeit dessen, daß man statt eines gewöhnlichen einfachen Objectivglases beym Fernrohr zwey dergleichen hinter einander stellen könne, welche beyde zusammen ein Bild zuwege bringen. Das von der Farbenzerstreuung in der Axe und von der Abweichung wegen der Kugelgestalt frey ist. Nur die Farbenzerstreuung ausser der Axe wird man nicht heben können, wofern nicht wenigstens das dritte Glas hinzu kommt; denn es ist die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptstrahlen nach ihrer Brechung und Zerstreuung im zweyten Glase $d\pi = \frac{\pi dn'}{n' - 1}$, (281. §.) die nicht verschwinden kan, wofern nicht dn' verschwände. Dagegen ist diese Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptstrahlen nach ihrer Brechung und Zerstreuung im dritten Glase $d\pi' - d\pi = -\left(\frac{\beta}{r} + \frac{c}{\gamma}\right).\frac{\pi dq}{q} - \frac{\pi' dr}{r}$,

oder $d\pi' - d\pi = \left(\frac{\beta}{r} + \frac{c}{\gamma}\right)\frac{\pi dn'}{n' - 1} + \frac{\pi' dn''}{n'' - 1}$.

(282. §.) In dieser Formul liesse sich wohl alles so bestimmen, daß der eine Theil dem andern entgegen gesetzt und gleich, also die Formul selbst $= 0$ würde. Demnach muß es möglich seyn, drey Objectivgläser bey Anordnung eines Fernrohrs so hinter einander zu stellen, daß alle drey zusammen ein Bild zuwege bringen, welches von beyden Arten der Undeutlichkeit sowohl wegen der Farbenzerstreuung, als auch wegen der Kugelgestalt gänzlich frey ist.

325. §.

133 Zwey oder drey ganz nahe hinter einander gestell-
134 te Objectivgläser kann man als ein aus beyden oder
Fig. allen dreyen zusammen gesetztes Objectiv betrach-
ten; und derjenige Abstand, um welchen das voll-
kommen deutliche, oder wenigstens sehr nahe völlig
deutliche Bild eines unendlich weit entfernten Gegen-
standes vom letzten Glase entfernt ist, kann die
**Brennweite des zusammengesetzten Objectiv-
glases** heissen. Hat alsdenn das zusammen gesetzte
Objectivglas die Eigenschaft, daß es ein gänzlich
deutliches oder wenigstens ein beynahe deutliches Bild
ohne Farben zuwege bringet, so kann es von die-
ser Eigenschaft ein **achromatisches** oder **farbenlo-
ses Objectivglas** heissen.

Wenn in der 133 Figur die vordere convexe Linse PP die mit der Axe parallel auffallenden Strahlen in F sammlen würde, die gleich hinter derselben befindliche Hohllinse QQ aber diese gegen F zusammen laufenden Strahlen wieder mehr zerstreuet und in G vereiniget; so ist BG die Brennweite des doppelten Objectivs. Weil alsdenn G ein wirklicher Vereinigungspunct seyn muß, so wird erfodert, daß BF kleiner sey, als die Brennweite des Hohlglases 137. §, wiedrigenfalls würde G ein Zerstreuungspunct werden.

Wenn eben so in der 134 Figur die erste Linse PP Strahlen die mit der Axe parallel auffallen in F sammlen würde, und die zweyte QQ selbige so zerstreuet, daß sie nun in G zusammen laufen würden, wenn nicht die dritte Linse RR sie auffinge, und in H sammelte; so ist CH die Brennweite des dreyfachen Objectivs.

Bey

Bey einer solchen Verbindung dreyer Linsen muß man aber zwey Fälle unterscheiden. Nur alsdenn, wenn BF kleiner als die Brennweite des Hohlglases ist, haben die Strahlen nach der Brechung im Hohlglase in G einen Vereinigungspunct, wie es die 134 Figur vorstellet. Ist dagegen BF gröſser als des Hohlglases Brennweite; so ist G ein Zerstreuungspunct, und die Strahlen fahren nach dem Durchgange durch das Hohlglas auseinander, als kämen sie von G her, wie es die 139 Figur vorstellet. Der allgemeinen Bezeichnung im 216. §. gemäß ist $FB = b$, und $BG = \beta$, $GC = c$. In beyden Fällen hat FB eine Lage die derjenigen entgegengesetzt ist, welche im 216 §. vorausgesetzt ward: also ist beydemahl $FB = -b$, In der 134 Fig. ist überdem $GC = -c$, und $BG = \beta$ hat die Lage, die der 216 §. voraussetzte. Dagegen bleibt in der 139 Figur $GC = +c$, und BG wird $-\beta$, weil die Lage der vorigen entgegen gesetzt ist. 139 Fig.

326. §.

Wenn die Brennweite des zusammengesetzten Objectivs gegeben ist, so kommt die Auflösung der Aufgabe, wie ein solches Objectiv am vortheilhaftesten anzuordnen sey? darauf an, daß man, wenn überdem die Entfernung der einzelnen Linsen von einander festgesetzt ist, einer jeden Linse Brennweite für sich, und die Halbmesser ihrer sphärischen Fläche finde. Wählt man alsdenn zu den einzelnen Linsen nicht einerley Glasart, so müssen nicht allein die Brechungsverhältnisse $n : 1$, $n' : 1$, $n'' : 1$, hinlänglich genau bekannt seyn, sondern auch die Zahlen $\frac{dn}{n-1}$, $\frac{dn'}{}$

$\frac{dn'}{n'-1}$, $\frac{dn''}{n''-1}$, oder wenigstens das Verhältniß dieſer Zahlen gegen einander. Soll nemlich beym doppelten Objectiv die Farbenzerſtreuung in der Axe gehoben werden; ſo wird erfodert, daß $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$ ſey. Wird alsdenn um abzukürzen $\frac{dn}{n-1} = \zeta$, $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$ geſetzt, ſo hat man $\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$, oder $\frac{\zeta}{\eta} \cdot \frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$, wo es alſo nur auf das Verhältniß $\zeta : \eta$ ankommt. Für das dreyfache Objectiv muß $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r} = 0$ ſeyn (267 §.) und man muß das Verhältniß der Zahlen $\frac{dn}{n-1}$, $\frac{dn'}{n'-1}$, $\frac{dn''}{n''-1}$, gegen einander kennen.

327. §.

Newton glaubte, es ſey bey verſchiedenen brechenden Maſſen allemahl $\frac{dn}{n-1} = \frac{dn'}{n'-1}$, und

er beruft sich in seiner Optik (L. 1. P. 2. Prop. III. Exp. 8.) auf Versuche, woraus die eben erwehnte Voraussetzung, oder die Gleichheit der Verhältnisse $dn : dn' = n - 1 : n' - 1$ folgen soll.

Es sey nemlich AEF ein prismatisches mit Wasser gefülltes Gefäß, in demselben stehe das gläserne Prisma BCD, und der brechende Winkel sey aufwärts gekehrt. In der Ebene, welche die Figur als einen auf den Seitenlinien des Prisma senkrechten Schnitt vorstellet, falle der Strahl GH auf die Seite AE des Prisma und werde durchs Wasser im Raum BCE, durchs Glas im Raum BCD und wieder durchs Wasser im Raum BDF in die Lagen HI, IK, KL, LM, gebrochen. Durch H, I, K, L, ziehe man die Einfallslothe pP, PQ, QR, Rr, und setze für die Strahlen der mittlern Brechbarkeit das Verhältniß der Refraction 135 Fig.

aus Glas in Luft = 1 : n
aus Luft in Wasser = m : 1
so ist es aus Glas in Wasser = $m : n$ (89. §.)

Wofern nun alle hier vorkommende Winkel so klein sind, daß man sie ihren Sinus proportional setzen kann; so ist $PHI = \frac{1}{m} GHp$, $PIH = BCE - PHI$, oder $PIH = BCE - \frac{1}{m} GHp$, also $QIK = \frac{m}{n} PIH = \frac{m}{n} BCE - \frac{1}{n} GHp$, und wiederum

$$IKQ = CBD - QIK = CBD - \frac{m}{n} BCE + \frac{1}{n} GHp,$$

so wie $RKL = \frac{n}{m} IKQ = \frac{n}{m} CBD - BCE + \frac{1}{m} GHp$. Demnach ferner RLK = BDF —

$-RKL = BDF - \frac{n}{m} CBD + BCE - \frac{1}{m} GHp$,

und $MLr = m \,.\, RLK = m \,.\, BDF - n\,CBD + m\,BCE - GHp$.

Ziehet man noch HL, so erhellet, wie im 90 §, daß der einfallende Strahl GH, und der zum letztenmahl gebrochene L*r* unter dem Winkel $MVg = GHp + MLr - EAF$ gegen einander geneigt sind; also findet man $MVg = m\,(BDF + BCE) - n\,CBD - EAF$, oder $MVg = m\,(CAD + CBD) - n\,CBD - EAF = (m-1) \,.\, CAD + (m-n)\,CBD$.

Für die am meisten brechbaren, also die violetten Strahlen, sey das Verhältniß der Refraction aus Luft in Wasser M : 1, aus Luft in Glas N : 1, und um der Kürze willen schreibe man A und B statt CAD, CBD; so ist für diese Strahlen der Winkel an $V = (M-1)\,A + (M-N)\,B$. In dem Fall, wenn die ungleichartigen Strahlen nach der letzten Brechung einander parallel werden, ist der Winkel V für alle einerley, also

$(M-1)\,A + (M-N)\,B = (m-1)\,A + (m-n)\,B$,

und das giebt

$(M-m)(A+B) = (N-n)\,B$.

Der bisherigen Bezeichnung gemäß ist $M - m = dm$, $N - n = dn$, also erhält man in dem vorausgesetzten Fall $dm : dn = B : A + B$.

Dies ist der Fall, wenn das aus dem Prisma ausfahrende Licht weiß, ohne Farben, erscheint, und nach Newtons Versuch soll dieser Fall eintreten, wenn zugleich das ausfahrende Licht LM mit dem einfallenden

den GH parallel ist. Alsdenn wäre $V = 0$, also $(m-1)A = (n-m)B$, und $A : B = (n-m) : (m-1)$, mithin ferner $A + B : B = n-1 : m-1$. Vorhin war $A + B : B = dn : dm$, mithin wäre $dn : dm = n-1 : m-1$.

328. §.

Vermuthlich ist das aus dem Prisma ausfahrende Licht so ganz vollkommen frey von Farben nicht gewesen, weil spätere von andern angestellte Versuche hiemit nicht übereinkommen. Ohnehin würde auch die aus dem Versuch gezogene Schlußfolge nicht allgemeine gelten, wenn auch der Versuch sonst seine Richtigkeit hätte, weil alles auf ganz kleine Winkel eingeschränkt ist. Indessen hielten nicht allein Newton selbst, sondern auch mit ihm alle andre Optikverständige jene Voraussetzung, es sey allemahl $\frac{dn}{n-1} = \frac{dn'}{n'-1}$, für richtig, und man hatte mit Newton alle Hofnung aufgegeben, die dioptrischen Fernröhre zu mehrerer Vollkommenheit zu bringen, wenn sie nicht eine ausserordentliche höchstunbequeme Länge haben sollten.

Setzt man im 326. §. $\zeta = \eta$, so wird zur Hebung der Farbenzerstreuung in der Axe erfodert, daß $\frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$ sey, oder $1 + \frac{b^2}{pq} = 0$, weil für Fernröhre $\alpha = p$ ist. In dem Fall aber, wenn beyde Gläser, wie es die 133 Figur vorstellt, ein zusammengesetztes Objectiv ausmachen, ist $BF = b$

sehr nahe $= AF = p$, und der Bruch $\frac{b}{p}$ sehr wenig kleiner als 1; mithin $q = -\frac{b^2}{p}$ sehr nahe $= -b$. Das giebt alsdenn dem 120. §. n. 3. gemäß $BG = \frac{-b \cdot -b^2 : p}{-b + b^2 : p} = \frac{b^3 : p}{b^2 : p - b}$ sehr groß, und man weiß auch ohnehin schon, wenn die auf das Glas QQ aus einem Punct in der Axe desselben fallenden Strahlen ohne Brechung im Brennpunct dieses Glases zusammen laufen würden, daß sie nach der Brechung unter sich und mit der Axe parallel werden.

329. §.

Im Jahr 1747 veranlaßte Hr. Leonh. Euler, daß man anfing, die Sache von neuen zu untersuchen. Seine ersten Vorschläge giengen dahin, zu versuchen, ob nicht durch die Verbindung zweyer Menisken aus Glase ein farbenloses Objectiv zuwege gebracht werden könne, wenn man die Höhlungen gegen einander kehrte, und den Raum zwischen beyden mit Wasser ausfüllte. (M. s. die Abhandlung: Sur la perfection des verres objectifs des Lunettes par Mr. Euler in der Histoire de l' Acad. de Prusse Année 1747. pag. 274 sqq.) Allein die Objective, welche in Deutschland, Frankreich, England nach dieser Theorie verfertiget wurden, erfüllten die Hofnung nicht, die man sich davon gemacht hatte. Der ältere nachher sehr berühmt gewordene Hr. Dollond, welcher bey der Prüfung der Eulerischen Untersuchungen vornemlich noch diejenigen Gesetze der Brechung

und

und Farbenzerstreuung vor Augen hatte, die aus Newtons Versuch hergeleitet waren, glaubte selbst nach Eulerischen Grundsätzen in Verbindung mit jenen vermeintlich mit der Natur übereinstimmigen Gesetzen beweisen zu können, daß von H. Eulers Vorschlägen, so wie von andern ähnlichen der gehofte Erfolg ganz und gar nicht zu erwarten sey. Anfangs wagte zwar H. Euler es nicht, die Richtigkeit des Newtonschen Versuchs zu bestreiten: allein er bezweifelte doch die daraus gezogene damahls allgemein angenommene Folge, daß mit der Brechung die Farbenzerstreuung unzertrennlich verbunden sey, aus dem sehr wichtigen Grunde, weil doch das menschliche Auge beweise, daß durch Zusammensetzung verschiedener brechenden Massen die Farbenzerstreuung sich heben lasse. (Histoire de l'Acad. de Berlin Année 1753. pag. 303.) Endlich aber fand Herr Klingenstierna in Schweden nach einer genauern Untersuchung der Sache, daß der vorhin schon erzählte Newtonsche Versuch keinesweges auf eine entscheidende Art die allgemeine Richtigkeit der Folge beweise, die Newton daraus gezogen hatte. (M. s. die vom H. H. Kästner übersetzte Abhandl. der Königl. Schwed. Academie der Wissensch. auf das Jahr 1754, den 16 Band, 300 S.) Nachdem Herr Dollond hievon durch Herrn Muller Nachricht erhalten hatte, entschloß er sich, Newtons Versuch mit dem in Wasser gestellten Prisma zu wiederhohlen. Der Erfolg war ganz anders als er hätte seyn müssen, wenn die Meinung, welche damahls noch die herrschende war, schlechthin ihre Richtigkeit hätte.

330. §.

Hr. Dollond unternahm bald nachher noch andre Versuche, um die besondern Eigenschaften verschiedener Glasarten ausfindig zu machen, ob nemlich für verschiedene Glasarten die Zahlen $\frac{dn}{n-1}$ beträchtlich verschieden ausfallen mögten? damit er hiernächst zur Verbesserung der Fernröhre davon weitern Gebrauch machen könne. Nach seinen Erfahrungen kommen das venetianische Glas und das englische **Kronglas** ziemlich mit einander überein, das gemeine englische Tafelglas zerstreuet das Licht mehr, und das weisse Krystallglas, oder das englische **Flintglas** unter allen am meisten. H. **Euler** giebt in seiner **Dioptrik** T. I. p. 315. die Nachricht, daß H. **Dollond** sich eines Prismen von Kronglase mit einem brechenden Winkel von 30 Graden, und eines andern von Flintglase mit einem Winkel von 19 Graden bedienet, beyde aneinander geleget, und alsdenn das Sonnenbild nach der Brechung frey von Farben gefunden habe: daraus habe er das Verhältniß der Farbenzerstreuung im Kronglase und Flintglase, wie 2 zu 3, geschlossen. Nach H. **Eulers** Erinnerungen dürfte indessen der Dollondische Versuch noch nicht berechtigen, jenes Verhältniß schlechthin und für ganz allgemein richtig anzunehmen: auch gestehet H. **Dollond** selbst ein in einem Briefe an **Klingenstierna**, den H. **Clairaut** in den Schriften der Pariser Academie vom Jahr 1757 anführet, daß er das Verhältniß 2 : 3 nicht sehr scharf gesucht habe. Eben daselbst giebt **Dollond** die Nachricht, er habe das mittlere Brechungsverhältniß für Luft und Kron-

glas

glas = 1,53 : 1, für Luft und Flintglas = 1,583 : 1 gefunden. Wenn diesen Versuchen gemäß in den allgemeinen Formuln $n = 1{,}53$, $dn = 1$, ferner $n' = 1{,}58$, und $dn' = 3$ angenommen wird; so erhält man $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{dn'-1} = \frac{2}{0{,}53} : \frac{3}{0{,}58} =$ $2 \cdot 0{,}58 : 3 \cdot 0{,}53 = 116 : 159$.

331. §.

Das Prisma von Kronglase sey ABC, und ABD das von Flintglase, das Brechungsverhältniß der mittlern Strahlen 136 Fig.

aus Kronglas in Luft = 1 : m
aus Luft in Flintglas = n : 1,
also aus Kronglas in Flintglas = n : m.

Der einfallende Strahl EF werde in die Lagen FG, GH, HI gebrochen, so daß pP, QR, QS, die Einfallslothe vorstellen. Man nehme die hier vorkommenden Winkel wiederum so klein an, daß sie sich beynahe wie ihre Sinus verhalten, so ist PFG $= \frac{1}{m}$EFp, also PGF = BAC $- \frac{1}{m}$EFp. Ferner ist RGH $= \frac{m}{n}$PGF $= \frac{m}{n}$BAC $- \frac{1}{n}$EFp, und QHG = HGR $-$ HQG = HGR $-$ ABD, also QHG $= \frac{m}{n}$BAC $-$ ABD $- \frac{1}{n}$EFp. Demnach findet man SHI $= n \cdot$ QHG $= m \cdot$ BAC $- n$ABD $-$ EFp.

Für die violetten Strahlen bezeichne M und N das, was m und n für die mittlern anzeigten, so ist

für dieſe SHI = M . BAC — N . ABD — EF*p*. In dem Fall, wenn keine Farben entſtehen, ſind beyde Winkel gleich, und man erhält

$$m \cdot BAC - n \cdot ABD = M \cdot BAC - N \cdot ABD,$$

alſo $(M - m)\ BAC = (N - n)\ ABD$,

oder $dm : dn = ABD : BAC$.

Beym Dollondiſchen Verſuch war dies Verhältniß = 19 : 30, alſo beynahe = 2 : 3.

Vermittelſt der Differential-Rechnung findet man ſchärfer $dm : dn = \sin ABD \cdot \sin GFA : \sin BAC \cdot \sin GHB$. M. ſ. Hrn. Eulers Dioptrik Tom. I. pag. 318.

332. §.

Nachdem Herr Dollond ſich ſolchergeſtalt davon überzeugt hatte, daß es möglich ſeyn müſſe, gebrochenes Licht ohne Farben zuwege zu bringen, fing er an, die Anwendung davon auf die Verbeſſerung der Fernröhre zu machen. Ob er gleich anfangs mancherley Schwierigkeiten bey der wirklichen Ausarbeitung zu überwinden vorfand; ſo glückte es ihm doch endlich, dioptriſche Fernröhre mit ſo groſſen Oefnungen und Vergröſſerungen bey geringer Länge zu verfertigen, daß ſie nach dem Urtheil der beſten Kenner alles, was man bis dahin geleiſtet hatte, weit übertrafen, weil ſie die Gegenſtände ſehr deutlich, und mit ihren wahren Farben darſtelleten. Bey ſeinen erſten achromatiſchen Fernröhren war das Objectivglas doppelt, es war aus einer erhabenen Linſe von Kronglaſe, und einer Hohllinſe aus Flintglaſe verfertiget. Bald nachher ſetzte er auch dreyfache

Ob-

Objective aus zweyen erhabenen Linsen von Kronglase und einer Hohllinse von Flintglase zusammen, die sein Sohn, Peter Dollond, zu noch mehrerer Vollkommenheit gebracht hat. Von den Bemühungen der Analysten, und besonders der Herrn Clairaut, Klingenstierna, d'Alembert und Euler, die Theorie von den achromatischen Fernröhren und andern optischen Werkzeugen zu mehrerer Vollkommenheit zu bringen, findet man Nachricht in Priestleys Geschichte und Gegenwärtiger Zustand der Optik vom H. Klügel übersetzt, 2ter Theil, 6 Per. 3 Abschn. 4 Cap. 339 S. u. f.

Ein vorzüglich wichtiges Werk, welches der Dioptrik eine ganz andre Gestalt gegeben hat, ist des H. Leonh. Eulers in lateinischer Sprache verfaßte in den Jahren 1769—1771 zu Petersburg in dreyen Quartbänden herausgegebene Dioptrik; jedoch ist es beynahe nur denen brauchbar, die ihr Hauptgeschäfte aus der Mathematik machen. Daher hat Herr Klügel den Liebhabern der Wissenschaft dadurch einen ganz ungemeinen Dienst geleistet, daß er in seiner zu Leipzig 1778 herausgekommenen Analytischen Dioptrik die vornehmsten Resultate der Eulerischen Untersuchungen auf einem kürzern Wege gesucht, und dadurch angehenden Mathematikern die Bemühung, die neuere Dioptrik zu lernen, gar sehr erleichtert hat.

332. §.

Wenn man mit Prismen versehen ist, die aus verschiedenen Glasarten verfertiget sind, so kann man nicht allein das mittlere Brechungsverhältniß $n : 1$,

ſondern auch dn für die äuſſerſten, oder jede andre Art der ungleichartigen Strahlen ſo finden, wie dazu im 104 § eine nähere Anleitung iſt gegeben worden. Von andern Methoden auch vermittelſt des Gebrauchs der Linſengläſer eben das zu finden, giebt H. **Klügel** Nachricht in der **Analytiſchen Dioptrik** 2 Th. 1 Abſchn. 105 u. f. S. und der ſchon verſtorbene H. **Matthias Auguſt Haſe** in der Comment. Mathematica de refractionis ratione ope lentium ac priſmatum determinanda Vitemb. 1770. Der Gebrauch der Priſmen iſt allemahl der ſicherſte und leichteſte; man kann aus mehrern Beobachtungen das Mittel nehmen, auch eben daſſelbe Priſma, wenn es nicht gleichwinklicht iſt, auf mehr als eine Art dazu anwenden.

333. §.

Wegen der Linſengläſer iſt zu bemerken, daß man aus der beobachteten Brennweite das Verhältniß der Refraction für Luft, und die Glasart, woraus die Linſe beſteht, würde finden können, wenn die Halbmeſſer ihrer Flächen in jedem Fall hinlänglich genau bekannt wären. Wenn p die Brennweite für die mittlern Strahlen iſt, und f, g, die Halbmeſſer der vordern und hintern Fläche ſind; ſo hat man $p = \frac{f \cdot g}{(n-1)(f+g)}$, und daraus folgt $(n-1) = \frac{fg}{p\,(f+g)}$, alſo $n = 1 + \frac{fg}{p\,(f+g)}$. Ferner hat man aus dem 259. §. $dp = \pm \frac{pdn}{n-1}$ alſo auch

dn

$dn = \frac{(n-1)\,dp}{p}$, oder $dn = \frac{fg\,dp}{p^2(f+g)}$.

Wenn das Glas planconver, und die ebene Seite dem Object zugekehrt, also f unendlich groß ist; so hat man $n = 1 + \frac{g}{p} = \frac{g+p}{p}$, oder $n : 1 = g + p : p$. Das ist Huygens Lehrsatz (Dioptrica Prop. IX.) wovon H. Hase a. a. O. §. 3. Anwendungen macht. In eben diesem Fall hätte man $dn = \frac{g\,dp}{p^2}$, und man könnte auch dn finden, wenn auser der Brennweite p auch ihr Unterscheid dp von derjenigen genau genug beobachtet werden könnte, welche mit den äussern Strahlen zusammen gehört.

334. §.

In der Axe BC einer auf beyden Seiten erhabenen Glaslinse $PABQ$ befindet sich der strahlende Punct E: man soll finden, wie weit derselbe von der Linse entfernt seyn müsse, damit das von der hintern Fläche der Linse zurück strahlende Licht nach der letzten Brechung in der Vorderfläche ein Bild zuwege bringe, das mit dem Punct E selbst zusammen fällt. 138 Fig.

Aufl. Der Fall, welchen diese Aufgabe voraussetzt, wird eintreten, wenn der auffallende Strahl EM, nachdem er in die Lage MN gebrochen worden, auf die hintere Fläche BNQ senkrecht fällt. Alsdenn wird er von derselben in sich selbst zurückgeworfen, mithin auch der zurück gehende Strahl NM in die

Lage ME wieder gebrochen. Eben den Weg würde ein von der hintern Seite der Glaslinse herkommende Strahl nN nehmen, der in einer solchen Lage auffiele, daß er ungebrochen verlängert durch den Mittelpunct C der hintern Fläche liefe. Derselbe würde durch die Fläche BNQ ungebrochen durchgehen, und nur einmahl bey M beym Uebergange aus dem Glase in die Luft gebrochen werden. Man setze also $AE = b$, $AC = \delta$, den Halbmesser der Fläche $AMP = r$, so giebt im 110. §. die dortige allgemeine Formul $b = \frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta - r}$. Hier aber müssen δ und r wie im 111. §. n. 4. negativ in Rechnung gebracht werden, und statt μ muß man $\frac{1}{n}$ setzen: so erhält man $b = \frac{\delta r : n}{-(1:n-1)\delta + r} = \frac{\delta r}{(n-1)\delta + nr}$. Ferner schreibe man der jetzigen Bezeichnung gemäß f statt r, und setze die Dicke des Glases $AB = c$, den Halbmesser $BC = g$; so ist hier $\delta = g - c$, und man erhält $b = \frac{(g-c)f}{(n-1)(g-c) + nf}$.

335. §.

Eben diese Gleichung giebt auch folgende $\frac{1}{b} = \frac{n-1}{f} + \frac{n}{g-c}$, die man so ausdrücken kann

1.) $$\frac{1}{b} = \frac{n-1}{f} + \frac{n}{g} + \frac{nc}{g^2},$$

wenn die Dicke c des Glases in Vergleichung mit den

den Halbmessern beyder Flächen sehr klein ist. Man nehme an, wenn die andre Seite des Glases dem Object zugekehrt wird, daß alsdenn eben so Bild und Object in der Entfernung β zusammen fallen: so erhält man auch

$$2.)\ \frac{1}{\beta} = \frac{n-1}{g} + \frac{n}{f} + \frac{nc}{f^2},$$

weil die Halbmesser der Flächen sich verwechseln. Endlich sey noch die Entfernung des Objects vom Glase $= a$, wenn das beym Durchgange durchs Glas zweymahl gebrochene Licht hinter demselben in der Entfernung $= \alpha$ ein Bild zuwege bringt; so ist

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}. \text{ (121. §. n. 2.)}$$

Es ist aber auch $\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$, also

$$3.)\ \frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right).$$

Diese drey Gleichungen dienen, f, g, und n durch Rechnung zu finden, wenn a, α, b, β, aus Beobachtungen bekannt sind. Gewöhnlich ist c sehr klein, und man kann, um die Rechnung zu verkürzen, anfangs die in c multiplicirten Glieder weglassen. Aus der ersten mit der zweyten verbunden folgt alsdenn $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = (2n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right)$; und diese weiter mit der dritten verbunden giebt $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{2n-1}{n-1} \cdot \frac{1}{p}$. Daraus findet man

$(n-1)$

$(n-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)=(2n-1)\frac{1}{p}$, und

$n\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}-\frac{2}{p}\right)=\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}-\frac{1}{p}$,

folglich $n=\frac{(b+\beta)p-b\beta}{(b+\beta)p-2b\beta}$, und $n-1=\frac{b\beta}{(b+\beta)p-2b\beta}$, da dann $p=\frac{a\alpha}{a+\alpha}$ ebenfalls bekannt ist.

Die Gleichung n. 1. mit $n-1$, und die andre n. 2. mit n multiplicirt geben

$$\frac{n-1}{b}=\frac{(n-1)^2}{f}+\frac{n(n-1)}{g},$$

$$\frac{n}{\beta}=\frac{n(n-1)}{g}+\frac{n^2}{f},$$

also ist $\frac{n}{\beta}-\frac{n-1}{b}=\frac{n^2-(n-1)^2}{f}=\frac{2n-1}{f}$,

und eben so $\frac{n}{b}-\frac{n-1}{\beta}=\frac{2n-1}{g}$.

Demnach erhält man

$f=\frac{(2n-1)b\beta}{nb-(n-1)\beta}$, und $g=\frac{(2n-1)b\beta}{n\beta-(n-1)b}$.

So sind nun n, f und g wenigstens beynahe gefunden, und diese Werthe lassen sich noch mehr berichtigen, wenn nunmehro $\frac{1}{b}-\frac{nc}{g^2}$ statt $\frac{1}{b}$, und $\frac{1}{\beta}-\frac{nc}{f^2}$ statt $\frac{1}{\beta}$ gesetzt wird.

Die

Die allgemeine Gleichung $d\alpha = -\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha^2}{p}$ (260. §.) würde ferner dienen, $dn = \frac{(n-1)\,p\,d\alpha}{\alpha\alpha}$ zu finden, wenn $d\alpha$ genau genug gemessen werden könnte: allein dies Verfahren ist zuweilen Schwierigkeiten ausgesetzt; und man bedarf dessen auch nicht, weil vermittelst der Prismen, wie schon bemerkt ist, alles sicherer gefunden werden kann.

336. §.

Zu den Schriften, welche wegen der Versuche über die Brechung des Lichts, und die Farbenzerstreuung merkwürdig sind, gehören noch vorzüglich des Herrn **Boscowich** Dissertationes quinque ad Dioptricam pertinentes. Vindob. 1767. Er giebt in der ersten dieser Dissertationen ein Werkzeug unter dem Nahmen eines **Glasmessers** an, welches in seiner ganzen Zusammensetzung aus zweenen Prismen besteht, so nemlich, daß ein Prisma von der zu prüfenden Glasart mit einem Wasserprisma verbunden ist. H. **Klügel** a. a. O. §. 313. u. f. giebt davon ebenfalls eine nähere Beschreibung, und erzählt die Resultate verschiedener damit angestellter Versuche. Wegen der hier nothwendigen Kürze wird die folgende allgemeine Beschreibung genügen.

Die Figur AMNL stellet einen senkrechten Schnitt eines prismatischen so gestellten Gefässes vor, daß der Boden MN eigentlich eine Seitenfläche des Prisma ist, mit dessen Grundflächen die Ebene des Schnitts AMNL parallel liegt. Die Seitenfläche NL ist mit dem 137 Fig.

dem Boden MN so verbunden, daß sie um N beweglich ist, und dabey doch in jeder Lage gegen MN befestiget werden kann; auch hat eben diese, so wie die gegen über stehende Seitenfläche AM, eine viereckte Oefnung, die durch eine ebene Glasplatte geschlossen ist, um das Licht durchzulassen. Die bewegliche Seitenfläche ist noch überdem mit besonders zubereiteten Leder so versehen, daß in dem Gefässe Wasser aufbehalten werden kann. Das Glasprisma AKM, was man untersuchen will, wird hiernächst hart an die gläserne Platte der unbeweglichen Seite AM angelegt, so hat man ein aus Glas und Wasser zusammen gesetztes Prisma.

337. §.

137 Fig. Man verlängere AK und AM bis B und C, wo sie LN schneiden: so ist CAB der brechende Winkel des Glasprisma, ABL der brechende Winkel des Wasserprisma, und der Winkel des Glasmessers ACL = ABL — BAC. Ob es nun gleich an sich gleichgültig ist, unter welchem Winkel ein Lichtstrahl wie DE mit der Fläche AM aufgefangen wird; so ist es doch am bequemsten, wenn man den Strahl horizontal in das finstere Zimmer leitet, und auf AM senkrecht fallen lässet. H. Boscowich hat a. a. O. eine dazu dienliche Vorrichtung angegeben. Der senkrecht auffallende Strahl DE geht ungebrochen durch nach F, wird daselbst im Wasser nach FO gebrochen, und in O nach OQ beym Uebergang in die Luft. Das Brechungsverhältniß einer gewissen Art Strahlen sey im Glase = n : 1, im Wasser = m : 1. Wenn alsdenn die Winkel so klein bleiben, daß sie mit ihren Sinus beynahe proportional sind; so ist der

Win-

Winkel GQR, um welchen der Strahl von seiner ersten Richtung abgelenkt wird, $= (n-1)$ BAC $-$ $(m-1)$ ABL. (331. §.) Verschwindet dieser Winkel, so ist BAC : ABL $= m-1 : n-1$; und wenn die ungleichartigen Strahlen beym Uebergang in die Luft in die parallele Lage kommen, so ist BAC : ABL $= dm : dn$. (331. §.) Wie man schärfere Formuln vermittelst der Differentialrechnung finde, zeigt H. Klügel a. a. O. §. 328—331.

338. §.

Das Brechungs- und Zerstreuungsverhältniß für zwo Glasarten, woraus beyde Linsen eines doppelten Objectivglases verfertiget werden sollen, ist gegeben: man soll eine vortheilhafte Anordnung desselben finden.

Aufl. Man hat es am vortheilhaftesten befunden, daß die vordere Linse PP conver und die hintere QQ concav gemacht, für diese Hohllinse aber eine solche Glasart gewählt werde, welche die ungleichartigen Farbenstrahlen stärker, als die Glasart zerstreuet, woraus die Converlinse verfertiget wird. Kann man also die englischen Glasarten wählen, welche Dollond brauchte, so wird die Converlinse aus Kronglase, die Hohllinse aus Flintglase gemacht. Man setze die Entfernung der Mitte einer Linse von der Mitte der andern AB $= \omega$; so wäre zwar nach den allgemeinen Formuln (216 u. f. §§.) $\alpha + b = \omega$. Hier aber hat b die entgegengesetzte Lage, also wird $\alpha - b = \omega$. 133 Fig.

Weil überdem für Fernröhre $a = \infty$ angenommen wird, so ist $\alpha = p$, und das giebt $p - b = \omega$.

Ferner

Ferner sey $\frac{p}{b} = P$, also $b = \frac{p}{P}$; so ist 1.) $p - \frac{p}{P} = \omega$, und man kann ω oder P willkührlich annehmen, wenn nur ω nicht kleiner, als die halbe Summe beyder Glasdicken ausfällt. Für die Brennweite der Hohllinse wäre die allgemeine Formul $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$, (216. §.) und $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$. Der Voraussetzung gemäß aber ist b negativ, also $\frac{1}{q} = \frac{1}{\beta} - \frac{1}{b}$, mithin auch 2.) $\frac{1}{q} = \frac{1}{\beta} - \frac{P}{p}$.

Damit die Farbenzerstreuung in der Axe gehoben werde, wird erfodert, daß

3.) $\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$ sey, (326. §.)

und die Zahlen ζ, η, werden als gegeben angenommen. Hier ist alsdenn $\alpha = p$, und $b = \frac{p}{P}$, also $\frac{b}{\alpha} = \frac{1}{P}$, mithin $\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \cdot \frac{1}{P^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$. Das mit der Gleichung n. 2. verbunden giebt $\zeta \cdot \frac{1}{p} + \frac{\eta}{P^2\beta} - \frac{\eta}{Pp} = 0$, oder $\zeta P^2\beta + \eta p - \eta P\beta = 0$, und das giebt ferner $p = \frac{(\eta - \zeta P)}{\eta} \cdot P\beta$. Aus

der

der Gleichung $\frac{\zeta}{p} + \frac{\eta}{P^2 q} = 0$, hat man überdem $\frac{1}{p} = -\frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{1}{P^2 q}$, also $p = -\frac{\zeta}{\eta} \cdot P^2 q$. Diese beyden Werthe von p einander gleich gesetzt geben $-\frac{\zeta}{\eta} \cdot P^2 q = \frac{(\eta - \zeta P) \cdot P\beta}{\eta}$, also $q = -\frac{(\eta - \zeta P)\beta}{P\zeta}$. Auſſer ω oder P kann also noch β als die Brennweite des zusammengesetzten Objectivs willkührlich angenommen werden, oder gegeben seyn.

Um endlich noch die Abweichung der Strahlen wegen der sphärischen Gestalt der Gläser zu heben, müssen die Halbmesser ihrer Flächen so genommen werden, daß der Halbmesser der Undeutlichkeit Null werde: mithin erhält man aus dem 302. §. $\mu\lambda + \frac{\mu' b^2}{pq}\left(\lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2} + \nu' \cdot \frac{b}{\beta}\right) = 0$. Weil aber der Voraussetzung gemäß b die entgegen gesetzte Lage hat, so ist

$$4.)\ \mu\lambda + \frac{\mu' b^2}{pq}\left(\lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2} - \nu' \cdot \frac{b}{\beta}\right) = 0.$$

Daraus findet man

$$\frac{\mu\lambda}{\mu'} \cdot \frac{pq}{b^2} = \nu' \cdot \frac{b}{\beta} - \lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2},$$

und $\lambda' = \left(\nu' \cdot \frac{b}{\beta} - \frac{\mu\lambda}{\mu'} \cdot \frac{pq}{b^2}\right) \cdot \frac{q^2}{b^2}$,

oder $\lambda' = \frac{\nu' \cdot q^2}{b\beta} - \frac{\mu\lambda}{\mu'} \cdot \frac{pq^3}{b^4}$.

Wird alsdenn noch $\frac{p}{P}$ statt b und der Brennweite q das entgegen gesetzte Zeichen voran gesetzt, so erhält man

$$\lambda' = \frac{\nu' \cdot Pq^2}{p\beta} + \frac{\mu\lambda}{\mu'} \cdot \frac{P^4 \cdot q^3}{p^3}.$$

Man lasse f und g die Halbmesser der Convexlinse, F und G die Halbmesser der Concavlinse bezeichnen, so ist in dem hier vorausgesetzten Fall $a = \infty$ vermöge des 290. §. n. 1.

$$f = \frac{p}{\sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}, \text{ und } g = \frac{p}{\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}};$$

aus dem 288. §. aber hat man

$$\frac{1}{F} = \frac{\varrho'}{b} + \frac{\sigma'}{\beta} \pm \frac{\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}}{q},$$

$$\frac{1}{G} = \frac{\varrho'}{\beta} + \frac{\sigma'}{b} \mp \frac{\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}}{q},$$

Die Zahlen ϱ, σ, τ, sind für die Convexlinse aus dem 288 § bestimmt, weil für selbige die Zahl n gegeben seyn soll. Ist nun p durch die vorigen Gleichungen schon bestimmt, so hängen für die Convexlinse noch die Grössen f, g, und λ so von einander ab, daß alle drey bestimmt werden, wenn eine davon, oder auch statt dessen das Verhältniß beyder Halbmesser f und g gegen einander willkührlich angenommen wird. Man vergleiche den 291. §. num. 5.

Die

Die zuletzt zwischen λ und λ' gefundene Gleichung giebt ferner

$$\lambda' = \frac{\nu' \cdot Pq^2}{p\beta} + \frac{\mu\lambda}{\mu'} \cdot \frac{P^4 q^3}{p^3},$$

da dann nicht allein μ für die Converlinse, sondern auch μ', ν', eben so, wie ϱ', σ', τ', für die Concavlinse aus dem 288. §. bekannt sind: mithin sind alsdenn auch F und G bestimmt.

339. §.

Um diese allgemeine Auflösung durch die Anwendung auf ein Exempel noch mehr zu erläutern, sey für die Converlinse Kronglas, für die Hohllinse Flintglas gewählt: mithin für jene $n = 1{,}53$, für diese $n' = 1{,}58$, und $dn : dn' = 2 : 3$, also $\zeta : \eta = 116 : 159$. (330. §.) Dies Verhältniß ist ziemlich nahe $= 116 : 155 = 3 : 4$, und dasselbe kann der leichtern Rechnung halber um so mehr gebraucht werden, weil H. Dollond das Verhältniß $dn : dn' = 2 : 3$ nur für beynahe, und eben nicht sehr genau richtig erklärt. Noch besser kommt das Verhältniß $\zeta : \eta = 8 : 11$ mit Dollonds und Boscowichs Versuchen überein. Vermöge der Gleichung n. 1. im vor. §. ist $\omega = \left(1 - \frac{1}{P}\right)p$: wenn also hier willkührlich $\omega = \frac{1}{12}p$, also $1 - \frac{1}{P} = \frac{1}{12}$ gesetzt wird; so ist $\frac{1}{P} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$, und $P = \frac{12}{11}$. Behält man alsdenn das Verhältniß $\zeta : \eta = 3 : 4$ bey, so hat man

$$p = \frac{\eta - \zeta P}{\eta} \cdot P\beta = \frac{4 - \frac{36}{11}}{4} \cdot \frac{12}{11} \cdot \beta, \text{ also}$$

$p = \frac{8}{11} \cdot \frac{12}{44} \cdot \beta = \frac{24}{121}\beta$, und $q = -\frac{(4 - \frac{36}{11})\beta}{\frac{36}{11}}$

$= -(\frac{44}{36} - 1)\beta$, oder $q = -\frac{2}{9}\beta$. Ferner wird

$b = \frac{p}{P} = \frac{11}{12} p = \frac{2}{11}\beta$, und $\omega = \frac{2}{121}\beta$.

340. §.

Damit dem Objectiv der Helligkeit wegen eine hinlänglich grosse Oefnung gegeben werden könne, muß man die Halbmesser der Flächen beyder Linsen so groß nehmen, als sich thun lässet. Die Brennweite der convexen Linse wird ohnehin kleiner als die Brennweite der Hohllinse, also muß man darauf vornemlich Bedacht nehmen, daß ihre Halbmesser möglichst groß ausfallen. Zu dem Ende nimmt man beyde gleich groß, und sucht die Anordnung übrigens so zu machen, daß der kleinste Halbmesser von den beyden Flächen der Hohllinse noch grösser ausfalle. Wenn also diesen Gründen gemäß die Halbmesser f und g im 338. §. gleich groß gesetzt werden, so giebt das

$$\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = \sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)},$$

also $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$, wie es auch dem 291. §. num. 3. gemäß ist. Im 303. §. sind die Werthe von ϱ, σ, τ, u. s. f. für die vornehmsten Glasarten mitgetheilt, und im 291. §. num. 3. sind die Zahlen $\sqrt{(\lambda - 1)}$, λ, $\mu\lambda$, für die gleichseitige Linse in den dreyen besondern Fällen schon berechnet, wenn $n = 1{,}53$, $n = 1{,}55$, oder $n = 1{,}58$ gesetzt werden muß.

341. §.

Im Exempel des 339 §. soll die Converlinse aus Kronglase bestehen, womit der Werth $n = 1{,}53$ zusammen gehört. Also ist $\lambda = 1{,}60006$. In den Werthen für f und g setzt man nun $\tau\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{1}{2}\sigma - \frac{1}{2}\varrho$, so wird $\varrho + \tau\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{1}{2}\varrho + \frac{1}{2}\sigma$, und $f = \frac{2p}{\varrho+\sigma} = g$. Aber aus dem 288 §. hat man $\varrho + \sigma = \frac{2n+4}{2(n-1)(n+2)} = \frac{1}{n-1}$, mithin wird $f = g = 2(n-1)p$ gefunden. Eben das stimmt mit der Gleichung $f = \frac{(n-1)(1+k)}{k}p$ (291. §. num. 5.) überein. Wenn nemlich $f = g$, also $k = 1$ gesetzt wird, so giebt das $f = 2(n-1)p = g$. Hier ist $n = 1{,}53$, also $f = g = 1{,}06 \cdot p$, oder $f = g = \frac{1{,}06 \cdot 24}{121.}\beta = 0{,}2103 \cdot \beta$.

Um ferner $\lambda' = \frac{\nu' \cdot Pq^2}{p\beta} + \frac{\mu\lambda}{\mu'} \cdot \frac{P^4q^3}{p^3}$ zu finden, setze man um abzukürzen den ersten Theil $= L$, den zweyten $= M$, also $\lambda = L + M$, und suche zuerst folgende Logarithmen:

$l12 = 1{,}0791812$	$l121 = 2{,}0827854$
$l11 = 1{,}0413927$	$l108 = 2{,}0334238$
$lP = 0{,}0377885$	$l(q:p) = 0{,}0493616$
$lP^4 = 0{,}1511540$	$l(q^3:p^3) = 0{,}1480848$

$$l2 = 0{,}3010300$$
$$l9 = 0{,}9542425$$
$$lq:\beta = 9{,}3467875 - 10$$

Wenn man hiernächst die im 303. §. schon mitgetheilten Logarithmen zu Hülfe nimmt, und dabey bemerkt, daß die Werthe der mit dem Strichelchen bezeichneten Buchstaben mit der Vorausſetzung $n' = 1{,}58$ zusammen gehören, so findet man weiter

$l\mu = 9{,}9945449 - 10$
$l\frac{1}{\mu'} = 0{,}0592603$
$l\lambda = 0{,}2041363$
$lP^4 = 0{,}1511540$
$l(q^3 : p^3 = 0{,}1480848$
$lM = 0{,}5571803$
also $M = 3{,}60728$

$lv' = 9{,}4030044 - 10$
$lP = 0{,}0377885$
$l(q:p) = 0{,}0493616$
$l(q:\beta = 9{,}3467875 - 10$
$log.\,L = 8{,}8369420 - 10$
und $L = 0{,}06870$
$+ M = 3{,}60728$
mithin $\lambda' = 3{,}67598$

Die fernere Rechnung giebt

$\lambda' - 1 = 2{,}67598$
$l(\lambda' - 1) = 0{,}4274829$
$l\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}2137414$

$l\tau' = 9{,}9432719 - 10$
$l\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}2137414$
$0{,}1570133$
also $\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}43553$

Setzt man nun $\beta = 1$, so wird

$$\frac{1}{F} = -0{,}7777 + 1{,}5827 \mp 6{,}4599$$

$$\frac{1}{G} = +0{,}1414 - 8{,}7048 \pm 6{,}4599.$$

Damit diese Quotienten so klein, also F und G so groß werden, als die übrigen Umstände zulassen, muß man die obern Zeichen wählen, und man erhält $\frac{1}{F} = -5{,}6549$, $\frac{1}{G} = -2{,}1035$, also $F = -0{,}1768$, $G = -0{,}4754$.

342. §.

Die Oefnung eines solchen zusammengesetzten Objectivs kann beträchtlich grösser seyn, als sie beym einfachen Objectiv seyn dürfte, weil beyde Arten der Abweichung wenigstens beynahe gehoben sind. Ihre Grösse richtet sich nach der Grösse des kleinsten Halbmessers von denjenigen, die zu den vier Flächen beyder Glaslinsen gehören. Damit von den mit der Axe parallel einfallenden Strahlen der Einfallswinkel nicht über 15° groß ausfalle, so nimmt man das Gesetz an, **daß keine Oefnung über 30 Grade im Bogen halten solle.** Die Sehne eines Bogens von 30 Graden übertrift sehr wenig die Hälfte des Halbmessers, also kann die Hälfte des kleinsten Halbmessers für die Gränze angenommen werden, welche die Breite der Oefnung einer Glaslinse nicht übertreffen müsse: oder **der vierte Theil des kleinsten Halbmessers ist die Gränze, welche der Oefnungshalbmesser nicht übertreffen muß,** es sey vom Objectiv oder vom Ocular eines Fernrohrs die Rede.

Wenn die Linse gleichseitig ist, so ist ihre Brennweite ziemlich nahe dem Halbmesser ihrer Flächen gleich, also kann ihr Oefnungshalbmesser höchstens dem vierten Theil ihrer Brennweite gleich seyn.

Wird die Brennweite des doppelten Objectivs = 1000 gesetzt, so erhält man vermöge der bisherigen Rechnung folgende Resultate

I.) Die Brennweite der Converlinse =	198
Der Halbmesser jeder Fläche = =	210
II.) Die Brennweite der Hohllinse =	— 222
Der Halbmesser der Vorderfläche	— 177
Der Halbmesser der Hinterfläche	— 475
III.) Die Entfernung der Mitte der Linsen	17
IV.) Die Breite der Oefnung = = =	88

343. §.

Der eine Halbmesser der Hohllinse fällt dieser Rechnung gemäß kleiner aus, als jeder von den beyden gleichen Halbmessern der Converlinse: man kann also noch versuchen, ob bey einer andern Voraussetzung, wenn die Halbmesser der Converlinse ungleich sind, der kleinste Halbmesser noch grösser werde, als ihn die vorige Berechnung giebt. Bey der Voraussetzung $f = g$, ward $\lambda = 1{,}60006$, und es ist überhaupt $f = \frac{p}{\sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$, $g = \frac{p}{\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda-1)}}$. Weil die obern Zeichen nicht gebraucht werden können, damit nicht g negativ werde; so wird g grösser und f kleiner als vorher, wenn λ kleiner angenommen wird. Mit λ wird alsdenn zugleich λ' kleiner, und in dem Ausdruck $\frac{1}{F} = \frac{\varrho'}{b} + \frac{\sigma'}{\beta} - \frac{\tau'\sqrt{(\lambda'-1)}}{q}$ wird der negative Theil kleiner, welcher hier den positiven Theil übertrift: also wird der negative Werth von $\frac{1}{F}$ kleiner, und F wird grösser. Setzt man $\lambda = 1{,}49$, so wird $\sqrt{(\lambda-1)} = 0{,}7$, und man findet folgendes

$\tau = 0{,}9252$
$\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 0{,}6476$
$\sigma = 1{,}6601$
$\sigma - \tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1{,}0125$
$p = \frac{24}{1121}$,
$l24 = 1{,}3802112$
$l121 = 2{,}0827854$
$lp = 9{,}2974258$
$l1{,}0125 = 0{,}0053950$
$lf = 9{,}2920308 - 10$
$f = 0{,}1959$

$\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 0{,}6476$
$\varrho = 0{,}2267$
$\varrho + \tau\sqrt{(\lambda-1)} = 0{,}8743$
$lp = 9{,}2974258$
$l0{,}8743 = 9{,}9416605$
$lg = 9{,}3557653$
$g = 0{,}2269$.

Der

Der im 341. §. schon berechnete Werth λ' war $= \frac{\nu'.Pq^2}{p\beta} + \frac{\mu\lambda}{\mu'}.\frac{P^4q^3}{p^3}$, und der erste Theil ändert sich nicht, wenn λ einen andern Werth erhält. Statt des dortigen Werths $\lambda = 1{,}60$, wird hier der Werth $\lambda = 1{,}49$ gebraucht: also darf nur der dortige Werth $\frac{\mu\lambda}{\mu'}.\frac{P^4q^3}{p^3} = 3{,}60728$ mit 1,49 multiplicirt, und darauf mit 160 dividirt werden; so findet man für die jetzige Voraussetzung $\lambda' = 0{,}06870 + 3{,}35917 = 3{,}42787$; also ferner

$\lambda' - 1 = 2{,}42787$	$\tau\sqrt{(\lambda'-1)} = 1{,}36722$
$l(\lambda'-1) = 0{,}3850698$	$q = -\frac{2}{9}$
$l\sqrt{(\lambda'-1)} = 0{,}1925349$	also $\frac{\tau\sqrt{(\lambda'-1)}}{q} = -6{,}15204.$
$l\tau = 9{,}9432719$	
$0{,}1358068$	

Diesemnach ist nunmehr

$$\frac{1}{F} = -0{,}7777 + 1{,}5827 - 6{,}1520 = -5{,}3470,$$

$$\frac{1}{G} = +0{,}1414 - 8{,}7048 + 6{,}1520 = -2{,}4114,$$

also $F = -0{,}1872$, $G = -0{,}4147$.

Vermöge dieser Rechnung fällt F noch etwas kleiner als f aus. Um es dahin zu bringen, daß dieser kleinste Halbmesser so groß, als möglich ausfalle, könnte man $f = -F$ setzen; alsdenn würden beyde Vorderflächen gleiche Halbmesser erhalten. Die Voraussetzung $f = -F$, oder $\frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$ würde nun folgende neue Gleichung zwischen λ und λ'

geben $\frac{\sigma - \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}{p} = \frac{\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}}{q} - \frac{\varrho'}{b} - \frac{\sigma'}{\beta'}$, die mit der vorigen verbunden λ und λ' bestimmen würde. Aber die Irrationalität dieser letzten Gleichung macht die Rechnung etwas schwer und weitläuftig, auch kann man ohne sehr zu fehlen, die Rechnung so führen.

Die Voraussetzung $\lambda = 1{,}60$ gab $f = g = 210$ in Tausendtheilen von β, und $F = 177$: bey der Voraussetzung $\lambda = 1{,}49$ aber ward $f = 196$, und $F = -187$. Demnach ward f um 14 kleiner und F um 10 grösser; mithin beträgt das Stück, um welches F gewachsen ist; $\frac{5}{7}$ dessen, um welches f kleiner ward. Man setze nun $f = 210 - u$, $-F = 177 + \frac{5}{7}u$, und beyde Werthe gleich: so findet man $\frac{12}{7}u = 33$, und $u = 19$. Diesemnach sey $f = 210 - 19 = 191$, und $-F = 177 + 14$, oder $F = -191$; so werden die beyden andern Halbmesser auf folgende Art gefunden.

Es ist $(n-1)p = \frac{fg}{f+g}$ (119 §.) also $(n-1)pf + (n-1)pg = fg$, und man findet $g = \frac{(n-1)pf}{f-(n-1)p}$. Nun bleibe $p = 198$, und der Voraussetzung gemäß $n = 1{,}53$, $f = 191$, so findet man $g = 233$. Uebrigens ist eben so $G = \frac{(n'-1)qF}{F-(n'-1)q}$, und man hat $n' = 1{,}58$, $q = -222$, $F = -191$; also wird $G = -397$. Daraus ergiebt sich folgende Einrichtung des doppelten Objectivs

Brenn-

r	vordere Linse	hintere Linse
Brennweite	198	— 222
Halbmesser der Vorderfläche	191	— 191
Halbmesser der Hinterfläche	233	— 397

Die Breite der Oefnung ist 95, und die Entfernung der Mitte einer Linse von der Mitte der andern = 17.

344. §.

Bey einem dreyfachen Objectivglase kann eine ziemliche Mannigfaltigkeit eintreten, sowohl in Ansehung der Glasarten, als auch in Ansehung der Figur der einzelnen Linsen. Die Glasarten können für alle drey verschieden seyn, auch kann man eine Hohllinse mit zweyen Converlinsen in der Ordnung, wie sie hinter einander gestellt sind, auf mehr als eine Art abwechseln lassen. Bisher hat man es noch am vortheilhaftesten befunden, wenn das erste Glas conver, das zweyte concav, und das dritte wieder conver ist, wie es die 134 Figur vorstellet. Für die Hohllinse wird wiederum eine solche Glaslinse gewählt, welche das Licht stärker als diejenige zerstreuet, woraus die Converlinsen verfertiget werden. Setzt man $\frac{dn}{n-1} = \zeta$, $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$, $\frac{dn''}{n''-1} = \vartheta$, so wird erfodert, daß

$$\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \vartheta \cdot \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} = 0$$

sey, um die Farbenzerstreuung in der Axe zu heben. Weil es nun vortheilhaft ist, daß q möglichst groß ausfalle; so muß man die Glasarten so wählen, daß

ζ und

ζ und ϑ möglichst klein werden: deßwegen wählt man für beyde Converlinsen einerley Glasart, damit ζ und ϑ gleich groß werden. Kann man englisches Glas haben, so werden beyde Converlinsen aus Kronglase, und die zwischen beyden zu stellende Hohllinse aus Flintglase gemacht.

345. §.

Die Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse für die Glasarten sind gegeben, woraus die Linsen eines dreyfachen Objectivs verfertiget werden sollen: man sucht eine vortheilhafte Anordnung für dasselbe.

Aufl. I.) Weil es willkührlich bleibt, wie weit man jede Linse von der nächstfolgenden entfernen will, so nehme man wegen der Bequemlichkeit sowohl der Rechnung als auch der Ausübung die Entfernungen der Mittel der ersten und zweyten Linse so groß an, als die Entfernung zwischen der Mitte der zweyten und dritten Linse. Zu dem Ende sey wie vorhin AB = BC = ω; so ist nach den allgemeinen Formuln des 216 u. f. §. $\alpha + b = \omega$, und $\beta + c = \omega$. Hier aber ist b negativ, und $\alpha = p$, also hat man $p - b = \omega$. Weil überdem nicht zum voraus bekannt seyn kann, welcher von den beyden Fällen eintreten werde, die in der 134sten und 139sten Fignr vorgestellet sind, so setze man den Fall der 134 Figur zum Grunde: alsdenn ist auch $\beta - c = \omega$. Man setze ferner $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, so erhält man

134 Fig.

1.) p

1.) $p - \frac{p}{P} = \omega$, 2.) $\beta - \frac{\beta}{Q} = \omega$,

und ω muß nicht kleiner seyn, als die halbe Summe der Dicke eines jeden Glases und des zunächst folgenden. Für die Brennweiten q und r hat man

$$\frac{1}{\beta} - \frac{1}{b} = \frac{1}{q}, \text{ und } \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c} = \frac{1}{r}.$$

oder 3.) $\frac{1}{\beta} - \frac{P}{p} = \frac{1}{q}$, 4.) $\frac{1}{\gamma} - \frac{Q}{\beta} = \frac{1}{r}$.

Hieraus findet man zuförderst die Brennweiten. Die Gleichung n. 1. giebt $p = \frac{P \cdot \omega}{P - 1}$. Man multiplicire n. 3. mit Q, so wird $\frac{Q}{\beta} - \frac{P \cdot Q}{p} = \frac{Q}{q}$, und hiezu n. 4. addirt giebt

$$\frac{1}{\gamma} - \frac{P \cdot Q}{p} = \frac{1}{r} + \frac{Q}{q},$$

oder $\frac{1}{\gamma} = \frac{P \cdot Q}{p} + \frac{Q}{q} + \frac{1}{r}$.

Ferner giebt die Gleichung n. 1.

$p \cdot \frac{P - 1}{P} = \omega$, also $P - 1 = \frac{\omega \cdot P}{p} = \frac{\omega}{b}$, und

eben so n. 2.) $Q - 1 = \frac{\omega}{c}$, mithin $P - Q = \omega \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$. Wird überdem n. 3. von n. 4. subtrahirt, so erhält man $\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c} + \frac{1}{b} - \frac{1}{\beta} =$

$\frac{1}{r} - \frac{1}{q}$, folglich $\frac{P-Q}{\omega} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{q} + \frac{1}{\beta}$. Weil nun $\frac{1}{q} - \frac{1}{\beta} = -\frac{1}{b}$ war, so ist auch $\frac{P-Q}{\omega} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} + \frac{1}{b}$, oder $\frac{P-Q}{\omega} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} + \frac{P}{p}$, mithin $\frac{1}{r} = \frac{P-Q}{\omega} - \frac{P}{p} + \frac{1}{\gamma}$. Statt p setze man nun $\frac{P\omega}{P-1}$, so wird $\frac{1}{r} = \frac{P-Q}{\omega} - \frac{P-1}{\omega} + \frac{1}{\gamma}$, oder $\frac{1}{r} = \frac{1-Q}{\omega} + \frac{1}{\gamma} = \frac{(1-Q)\gamma+\omega}{\gamma\omega}$, mithin $r = \frac{\gamma\omega}{(1-Q)\gamma+\omega}$.

In der Gleichung $\frac{1}{\gamma} = \frac{P.Q}{p} + \frac{Q}{q} + \frac{1}{r}$ setze man den eben gefundenen Werth von $\frac{1}{r}$, so wird

$$0 = \frac{P.Q}{p} + \frac{Q}{q} + \frac{1-Q}{\omega}, \text{ also}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{Q-1}{\omega Q} - \frac{P}{p}, \text{ oder auch}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{Q-1}{\omega Q} - \frac{P_1-1}{\omega} = \frac{2Q-1-P.Q}{Q\omega}$$

$$= \frac{(2-P)\,Q-1}{Q\omega}, \text{ und das giebt}$$

$q =$

$$q = -\frac{Q\omega}{1-(2-P)Q}.$$

II.) Zu diesen Gleichungen welche die Brennweiten zu bestimmen dienen, kommt ferner wegen Aufhebung der Farbenzerstreuung in der Axe die folgende

$$\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \frac{b^2}{p^2} \cdot \frac{1}{q} + \zeta \cdot \frac{b^2c^2}{p^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r} = 0$$

343 §, woselbst $\alpha = p$, und $\vartheta = \zeta$ gesetzt ist. Ueberdem setze man $\eta : \zeta = N$, $\frac{b}{p} = \frac{1}{P}$, $\frac{c}{\beta} = \frac{1}{Q}$,

so ist $\frac{1}{p} + \frac{N}{P^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{1}{P^2 \cdot Q^2} \cdot \frac{1}{r} = 0$,

oder $P^2Q^2 \cdot \frac{1}{p} + N \cdot Q^2 \cdot \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 0$.

Hieselbst brauche man weiter die gefundenen Werthe $\frac{1}{p} = \frac{P-1}{P \cdot \omega}$, $\frac{1}{q} = -\frac{1-(2-P)Q}{Q\omega}$, $\frac{1}{r} = \frac{(1-Q)\gamma+\omega}{\omega\gamma}$; so findet man

$$\frac{P \cdot Q^2 \cdot (P-1)}{\omega} - \frac{N \cdot Q(1-(2-P)Q)}{\omega} + \frac{(1-Q)\gamma+\omega}{\omega\gamma} = 0,$$

oder

$$P \cdot Q^2 (P-1)\gamma - N \cdot Q(1-(2-P)Q)\gamma + (1-Q)\gamma + \omega = 0.$$

III.) Um den farbichten Rand, oder die Farbenzerstreuung ausser der Axe zu heben, wird erfodert, daß im 282. §. die Winkelabweichung der ungleich-

artigen

artigen Hauptſtrahlen $d\pi' - d\pi = 0$ ſey. Daſelbſt war $d\pi' - d\pi = \frac{\pi' dn''}{n'' - 1} + \left(\frac{\beta}{r} + \frac{c}{\gamma}\right)\frac{\pi dn'}{n' - 1}$, hier aber iſt $n'' = n$, und c iſt negativ, alſo

$$d\pi' - d\pi = \frac{\pi' dn}{n-1} + \left(\frac{\beta}{r} - \frac{c}{\gamma}\right)\frac{\pi dn'}{n' - 1}.$$

Weiter iſt $\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c} = \frac{1}{r}$, alſo $\frac{c}{\gamma} - 1 = \frac{c}{r}$ und $\frac{c}{\gamma} = \frac{c}{r} + 1$, mithin $\frac{\beta}{r} - \frac{c}{\gamma} = \frac{\beta - c}{r}$ $- 1 = \frac{\omega}{r} - 1 = \frac{\omega - r}{r}$, und man erhält

$$d\pi' - d\pi = \frac{\pi' dn}{n-1} - \frac{r - \omega}{r} \cdot \frac{\pi dn'}{n' - 1}.$$

Demnach muß $\frac{\pi' r}{\pi} \cdot \frac{dn}{n-1} - (r - \omega)\frac{dn'}{n' - 1} = 0$ ſeyn, oder $\frac{\pi' r}{\pi}\zeta = (r - \omega)\eta$, oder der jetzigen Bezeichnung $\eta : \zeta = N$ gemäß $N(r - \omega) = \frac{\pi' r}{\pi}$.

Aus dem 222. §. hat man $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, und $\pi' r = \left(\frac{\alpha\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$; hier aber iſt $\alpha = p$, auch ſind b und c negativ, alſo wird $\pi q = (p - b)\varphi$ und $\pi' r = \left(c - \frac{p\beta}{b}\right)\varphi - \pi c$.

Dar-

Daraus folgt $\frac{\pi' r}{\pi q} = \frac{c}{p-b} - \frac{p\beta}{b(p-b)} - \frac{c}{q}$,

und es ist $\frac{r}{q} = \frac{1}{\beta} - \frac{1}{b}$, also auch

$\frac{\pi' r}{\pi q} = \frac{c}{p-b} - \frac{p\beta}{b(p-b)} - \frac{c}{\beta} + \frac{c}{b}$, oder

$\frac{\pi' r}{\pi q} = \frac{p(c-\beta)}{b(p-b)} - \frac{c}{\beta} = -\frac{p(\beta-c)}{b(p-b)} - \frac{c}{\beta}$.

Hier ist $\beta - c = \omega = p - b$, also wird

$\frac{\pi' r}{\pi q} = -\frac{p}{b} - \frac{c}{\beta}$, oder

$\frac{\pi' r}{\pi q} = -P - \frac{1}{Q} = -\frac{P.Q+1}{Q}$.

Dieser Werth in die Gleichung $N(r-\omega) = \frac{\pi' r}{\pi}$ zur Hebung des farbichten Randes gesetzt giebt $N(r-\omega) = -\frac{P.Q+1}{Q}.q$. Weiter war $r = \frac{\gamma\omega}{(1-Q)\gamma+\omega}$, also ist $r - \omega = \frac{(Q\gamma-\omega)\omega}{(1-Q)\gamma+\omega}$; auch hat man $q = -\frac{Q\omega}{1-Q(2-P)}$: mithin wird $\frac{N(Q\gamma-\omega)}{(1-Q)\gamma+\omega} = \frac{P.Q+1}{1-Q(2-P)}$, also ferner

$N(Q\gamma-\omega)(1-Q(2-P)) = (P.Q+1)((1-Q)\gamma+\omega)$.

Aus dieſer Gleichung mit derjenigen verbunden, welche am Ende des num. II. gefunden ward, kann man ω wegſchaffen; ſo erhält man eine Gleichung zwiſchen P und Q. In der Gleichung $q = -\frac{Q\omega}{1-(2-P)Q}$ beſtimme man ω willkührlich, ſo hat man noch eine Gleichung zwiſchen P und Q, woraus alſo mit der vorigen verbunden beyde Zähler P und Q gefunden werden können.

Es ſey alſo $\omega = -\frac{1}{k}q$, weil ω und q die entgegen geſetzte Lage haben, ſo iſt $n(1-(2-P)Q) = Q$. Ferner addire man die zwiſchen P, Q und ω gefundenen Gleichungen

$$P^2Q^2\gamma - PQ^2\gamma - NQ(1-Q(2-P))\gamma + (1-Q)\gamma + \omega = 0,$$
$$NQ(1-Q(2-P))\gamma - N(1-Q(2-P))\omega - PQ((1-Q)\gamma+\omega) - (1-Q)\gamma - \omega = 0;$$

ſo findet man

$$PQ(PQ-1)\gamma - PQ\omega - N(1-Q(2-P))\omega = 0;$$

und weil $1-(2-P)Q = \frac{1}{n}Q$, ſo wird

$$PQ(PQ-1)\gamma - PQ\omega - \tfrac{1}{n}NQ\omega = 0.$$

IV.) Damit endlich noch die Abweichung wegen der Geſtalt gehoben werde, wird erfodert, daß

$$\lambda + \frac{\mu' b^2}{\mu pq}\left(\lambda'.\frac{b^2}{q^2} + \nu'.\frac{b}{\beta}\right) + \frac{cc}{pr}\left(\lambda''.\frac{c^2}{r^2} + \nu'.\frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} = 0$$

ſey. (302. §.) Man nehme b, c, q, negativ an, ſo wird

$$\lambda - \frac{\mu' bb}{\mu pq}\left(\lambda'.\frac{b^2}{q^2} - \nu'.\frac{b}{\beta}\right) + \frac{cc}{pr}\left(\lambda''.\frac{c^2}{r^2} - \nu.\frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} = 0,$$

alſo

also

$$\lambda - \frac{\mu' b^4}{\mu p q^3} \cdot \lambda' + \frac{c^4 b^4}{p r^3 \beta^4} \lambda'' + \frac{\mu' \nu' b^3}{\mu p q \beta} - \frac{\nu c^3 b^4}{p r \beta^4 \gamma} = 0.$$

Hiernächst hat man noch folgende Gleichung für die Halbmesser der sphärischen Flächen.

Für die erste Linse

$$f = \frac{p}{\sigma - \tau \sqrt{(\lambda - 1)}} \text{ und } g = \frac{p}{\varrho + \tau \sqrt{(\lambda - 1)}}. \text{ (291. §.)}$$

Wird alsdenn $\frac{q}{b} = \mathfrak{B}$, $\frac{r}{c} = \mathfrak{C}$ gesetzt, so ist

für die mittlere Linse

$$F = \frac{q}{\sigma' - \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') \pm \tau' \sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

$$G = \frac{q}{\varrho' + \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') \mp \tau' \sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

für die dritte Linse

$$F' = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \pm \tau \sqrt{(\lambda'' - 1)}}$$

$$G' = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \mp \tau \sqrt{(\lambda'' - 1)}}$$

Nun hängen f, g und λ, eben so F, G und λ', so wie F', G', λ'', jedesmahl so von einander ab, daß alle drey bestimmt werden, wenn eine davon, oder statt dessen das Verhältniß zweyer zusammen gehöriger Halbmesser willkührlich angenommen wird. Wenn solcher Bestimmungen zwey gemacht sind, so hat man von den dreyen Zahlen λ, λ', λ'', zwey bestimmt, alsdenn bestimmt die zwischen eben den

dreyen Zahlen gefundene Gleichung die dritte, und mit derselben zugleich die noch übrigen beyden Halbmesser.

346. §.

Zu mehrerer Erläuterung dieser allgemeinen Auflösung soll davon ebenfalls eine Anwendung auf ein Exempel folgen. Wenn beyde Converlinsen aus Kronglase verfertiget werden, die Hohllinse aber aus Flintglase; so ist $n = 1{,}53$, $n' = 1{,}58$, $\eta : \zeta = 4 : 3 = N$. Ferner sey $\omega = -\frac{1}{12}q$, also $k = 12$, so hat man vermöge der n. III. des vorigen §. die erste Gleichung $1 - 2Q + P \cdot Q = \frac{1}{12}Q$, also ferner $12 \cdot PQ + 12 = 25Q$, und $P = \frac{25Q - 12}{12Q}$, so wie $P - 1 = \frac{13Q - 12}{12Q}$. Weil $P > 1$ ist, so wird erfodert, daß $Q > \frac{12}{13}$ sey, und man findet $P(P-1) = \frac{(25Q-12)(13Q-12)}{144Q^2}$, oder $PQ^2(P-1) = \frac{1}{144}(25Q-12)(13Q-12)$. Die wirkliche Multiplication giebt $PQ^2(P-1) = \frac{325}{144}Q^2 - \frac{38}{12}Q + 1$.

Weil γ als die Brennweite des dreyfachen Objectivs angesehen wird, so setze man $\gamma = 1$, alsdenn verwandelt sich die am Ende des num. II. §. 344 gefundene Gleichung in folgende

$$\frac{325}{144}Q^2 - \frac{38}{12}Q + 1 - \frac{1}{12}NQ^2 + 1 - Q + \omega = 0,$$

oder

$$\frac{325}{144}Q^2 - \frac{1}{12}NQ^2 - \frac{50}{12}Q + 2 + \omega = 0.$$

Ferner ist hier $N = \frac{4}{3}$, also

$\frac{1}{4}\frac{0}{8}\frac{3}{3}Q^2 - \frac{5}{1}\frac{0}{2}Q + 2 + \omega = 0$, oder

$103Q^2 - 200Q + 96 + 48\omega = 0$.

Die Gleichung am Ende des num. III. in vorigen §. $\gamma = 1$, und $k = 12$ gesetzt, war folgende:

$PQ(PQ-1) - PQ\omega - \frac{1}{1}\frac{}{2}NQ\omega = 0$,

und hier ist $P.Q = \frac{25Q-12}{12}$, also $P.Q - 1 = \frac{25Q-24}{12}$, und das Product $PQ(PQ-1) = \frac{1}{1}\frac{}{4}\frac{}{4}(25Q-12)(25Q-24)$. Die wirkliche Multiplication giebt $PQ(PQ-1) = \frac{6}{1}\frac{2}{4}\frac{5}{4}Q^2 - \frac{2}{4}\frac{5}{4}Q + 2$.

Weiter ist $P + \frac{1}{1}\frac{}{2}N = \frac{25Q-12}{12Q} + \frac{1}{9}$, also

$(P + \frac{1}{1}\frac{}{2}N)Q = (\frac{2}{1}\frac{5}{2} + \frac{1}{9})Q - 1 = \frac{7}{3}\frac{9}{6}Q - 1$,

und man erhält nach geschehener Substitution

$\frac{6}{1}\frac{2}{4}\frac{5}{4}Q^2 - \frac{2}{4}\frac{5}{4}Q + 2 - (\frac{7}{3}\frac{9}{6}Q - 1)\omega = 0$.

Hiemit verbinde man die vorige Gleichung

$\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{9}{4}Q^2 - \frac{5}{1}\frac{0}{2}Q + 2 + \omega = 0$,

und ziehe diese von jener ab, so wird

$\frac{3}{1}\frac{1}{4}\frac{6}{4}Q^2 - \frac{2}{1}\frac{5}{2}Q - \frac{7}{3}\frac{9}{6}Q\omega = 0$,

oder $\frac{7}{3}\frac{9}{6}Q - \frac{2}{1}\frac{5}{2} - \frac{7}{3}\frac{9}{6}\omega = 0$,

mithin $79Q - 75 - 79\omega = 0$,

woraus $\omega = Q - \frac{7}{7}\frac{5}{9}$ gefunden wird.

Vorhin war $103Q^2 - 200Q + 96 + 48\omega = 0$, und der Werth $\omega = Q - \frac{7}{9}\frac{5}{7}$ giebt $103Q^2 - 152Q + \frac{3984}{79} = 0$, woraus $Q = \frac{76}{103} +$

$$\sqrt{\left(\frac{76.76}{103.103}-\frac{3984}{79.103}\right)}=\frac{76+\sqrt{(45952:79)}}{103}$$

gefunden wird. Weil $Q > \frac{12}{13}$ seyn muß, so kann vor der Wurzelgröſſe kein Vereinigungszeichen gebraucht werden. Die fernere Rechnung giebt $\sqrt{(45952:79)} = 24{,}11730$, und $Q = 0{,}9720126$, also $\omega = 0{,}0226455$, und $P = \frac{25}{12} - \frac{1}{Q} = 1{,}054543$: auch findet man

$log.\, P = 0{,}0230643$, $log.\, Q = 9{,}9876719 - 10$,
$log.\, \omega = 8{,}3549819 - 10$.

Nun kann man die Brennweiten finden vermittelſt der Gleichungen $p = \frac{P.\omega}{P-1}$, $q = -\frac{Q\omega}{1-(2-P)\,Q}$, und $r = \frac{\gamma\omega}{(1-Q)\gamma+\omega}$, oder ſtatt der zweyten ſchon kürzer $q = -12\omega$. Es wird nemlich

$q = -0{,}27175$, $\log. q = 9{,}4341631$
$r = 0{,}44725$, $\log. r = 9{,}6505503$.

Weil übrigens $\frac{P}{P-1} = \frac{25Q-12}{13Q-12}$ iſt, ſo findet man $p = \frac{12{,}3003.\omega}{0{,}636164}$, alſo $p = 0{,}43784$, $lp = 9{,}6413286$.

Dieſe hier berechneten Logarithmen kann man brauchen, um eine Probe von der Richtigkeit der Rechnung zu machen. Wenn $g = 1$ iſt, ſo muß ver-

vermöge num. I. im vor. §. $\frac{P.Q}{p} + \frac{Q}{q} + \frac{1}{r} = 1$,

und vermöge des num. II. auch

$$P^2Q^2 . \frac{1}{p} + NQ^2 . \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 0$$

gefunden werden.

Nun hat man noch $b = p - \omega = 0,41520$, $\beta = Q . c$, und die Gleichung $\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c} = \frac{1}{r}$, $\gamma = 1$ gesetzt, giebt $\frac{1}{c} = 1 - \frac{1}{r} = \frac{r-1}{r}$, also

$$c = \frac{r}{r-1} = -\frac{r}{1-r}, \quad \text{und} \quad \beta = -\frac{Qr}{1-r}.$$

Weil $r < 1$ gefunden ist, so zeigt das Zeichen (—) vor den Werthen von c und β an, daß diese Linien eine Lage haben, die derjenigen entgegen gesetzt ist, welche die Rechnung voraussetzt, und daß der Fall eintrete, welchen die 139 Figur vorstellet. Weil nemlich b grösser ist, als die Brennweite q der Hohllinse, so fahren die Strahlen nach dem Durchgange durch die Hohllinse auseinander, und haben auf der Seite, wo das Object liegt, ihren geometrischen Vereinigungspunct G. Deßwegen liegt $BG = \beta$ auf der Seite, wo das Object befindlich ist, und eben darum auch $CG = c$. Man findet also, wenn für jetzt nur die Grösse dieser Linien verlangt wird,

$b = p - \omega = 0{,}41520$ | $\log. b = 9{,}6182643 - 10$

$c = \frac{r}{1-r} = 0{,}80914$ | $\log. c = 9{,}9080216 - 10$

$\beta = \frac{Qr}{1-r} = 0{,}78649$ | $\log. \beta = 9{,}8956935 - 10$

$\gamma = 1{,}00000$

347. §.

Nunmehro können auch die Halbmesser der sphärischen Flächen für die drey Glaslinsen gefunden werden. Damit diese Halbmesser für die Hohllinse so groß als möglich werden, nehme man beyde gleich groß an: also im 344. §. n. IV. $F = G$, das ist

$$\varrho' + \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') \mp \tau' \sqrt{(\lambda' - 1)} = \sigma' - \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') \pm \tau' \sqrt{(\lambda' - 1)},$$

also $\sigma' - \varrho' - 2\mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') = 2\tau' \sqrt{(\lambda' - 1)}$,

und $\frac{\sigma' - \varrho'}{\tau'} (\frac{1}{2} - \mathfrak{B}) = \pm \sqrt{(\lambda' - 1)}$, und es ist $\mathfrak{B} = \frac{q}{b}$. Demnach giebt die Rechnung

$lq = 9{,}4341631 - 10$
$lb = 9{,}6182643 - 10$
$l\mathfrak{B} = 9{,}8158988 - 10$
$\mathfrak{B} = 0{,}654484$
$\mathfrak{B} - \frac{1}{2} = 0{,}154484$

$l(\mathfrak{B} - \frac{1}{2}) = 9{,}1888835 - 10$
$l(\sigma' - \varrho') = 0{,}1587667$
$9{,}3476502 - 10$
$l\tau' = 9{,}9432719 - 10$
$l\sqrt{(\lambda - 1)} = 9{,}4043783 - 10$
$l(\lambda - 1) = 8{,}8087566 - 10$
also $\lambda' = 1{,}064381$.

Will

Will man die Halbmesser der dritten Linse auch beyde gleich groß machen, so ist für selbige ebenfalls

$$\frac{\sigma-\varrho}{\tau}\left(\tfrac{1}{2}-\mathfrak{C}\right)=\pm\sqrt{(\lambda''-1)} \text{ und } \mathfrak{C}=\frac{r}{c};$$

also findet man

$lr=9{,}6505503-10$	$l(\mathfrak{C}-\frac{1}{2})=8{,}7222225-10$
$lc=9{,}9080216-10$	$l(\sigma-\varrho)=0{,}1563758$
$l\mathfrak{C}=9{,}7425287-10$	$8{,}8785983-10$
$\mathfrak{C}=0{,}552750$	$l\tau=9{,}9662458-10$
$\mathfrak{C}-\frac{1}{2}=0{,}052750$	$l\sqrt{(\lambda''-1)}=8{,}9123525-10$
	$l(\lambda''-1)=7{,}8247050-10$
	und $\lambda''=1{,}006679.$

Im 344. §. n. IV. ist eine Gleichung zwischen λ, λ', und λ'' gefunden, und daselbst ist die Lage von c und β wie in der 139 Figur angenommen. Hier müssen also c und β das entgegen gesetzte Zeichen erhalten, wenn man hiernächst die schon gefundenen absoluten Zahlen in die Gleichung bringen will, um ihre Grösse auszudrücken. Diesemnach wird

$$\lambda-\frac{\mu' b^4}{\mu pq^3}\cdot\lambda'+\frac{c^4b^4}{pr^3\beta^4}\lambda''+\frac{\nu c^3b^4}{pr\beta^4}-\frac{\mu'\nu' b^3}{\mu pq\beta}=0,$$

weil auch $\gamma=1$ ist. Zuerst sucht man

$l\frac{b}{p}=9{,}9769357-10$	$l\frac{c}{p}=0{,}2666930$
$l\frac{b}{q}=0{,}1841012$	$l\frac{c}{r}=0{,}2574713$
$l\frac{b}{\beta}=9{,}7225708-10$	$l\frac{\mu'}{\mu}=9{,}9461948-10$

Ferner giebt die Rechnung

$l\frac{\mu'}{\mu} = 9{,}9461948-10$

$l\frac{b}{p} = 9{,}9769357-10$

$l\frac{b}{q} = 0{,}1841012$

$l\frac{\mu' b^2}{\mu p q} = 0{,}1072317$

$l\frac{b^2}{q^2} = 0{,}3682024$

$0{,}4754341$

Die zugeh. Zahl = 2,98837 ist der Coefficient von λ'.

$l\frac{c}{p} = 0{,}2666930$

$l\frac{c}{r} = 0{,}2574713$

$l\frac{b^4}{\beta^4} = 8{,}9028832-10$

$l\frac{c^2 b^4}{p r \beta^4} = 9{,}4144475-10$

$l\frac{c^2}{r^2} = 0{,}5149426$

$9{,}9293901-10$

Die zugeh. Zahl = 0,84994 ist der Coeffic. von λ''.

$l\frac{\mu' b^2}{\mu p q} = 0{,}1072317$

$l\frac{b}{\beta} = 9{,}7225708-10$

$l\nu' = 9{,}4030044-10$

$9{,}2328069-10$

Die zugeh. Zahl = 0,17093 wird von der zur Seite stehenden abgezogen.

$l\frac{c^2 b^4}{p r \beta^4} = 9{,}4144475-10$

$lc = 9{,}9080216-10$

$l\nu = 9{,}3413418-10$

$8{,}6638909-10$

zugeh. Zahl $+\ 0{,}04611$

$-\ 0{,}17093$

$-\ 0{,}12482$

Diesem

Diesemnach verwandelt sich obenstehende Gleichung in folgende

$$\lambda - 2{,}98837 \cdot \lambda' + 0{,}84994 \cdot \lambda'' - 0{,}12482 = 0,$$

und wenn die schon gefundenen Werthe

$$\lambda' = 1{,}064381, \quad \lambda'' = 1{,}006679$$

gebraucht werden, so giebt das

$$\lambda - 3{,}18076 + 0{,}85562 - 0{,}12482,$$

also $\lambda = 2{,}44996$, und $\lambda - 1 = 1{,}44996$.

Nach diesen vorläufigen Rechnungen kann man allererst die Halbmesser der ersten Linse

$$f = \frac{p}{\sigma - \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}, \text{ und } g = \frac{p}{\varrho + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$$

finden. Es wird nemlich

$l\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}0806780$

$l\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}0469238$, also $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}11410$.

$\sigma = 1{,}66011$	$lp = 9{,}6413286 - 10$
$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}11410$	$lo{,}54601 = 9{,}7372006 - 10$
$\sigma - \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}54601$	$lf = 9{,}9041280 - 10$
	$f = 0{,}80191.$

$\varrho = 0{,}22668$	$lp = 9{,}6413286 - 10$
$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}11410$	$l1{,}34078 = 0{,}1273574$
$\varrho + \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}34078$	$lg = 9{,}5139712$
	$g = 0{,}32657.$

Weil die Halbmesser der beyden Flächen für die mittlere Linse gleich groß sind, so ist $F = G = 2(n' - 1)q$ (121. §. n. 5.), und $n' = 1{,}58$ also $F = G = 1{,}16.\ q = -0{,}31523$. Für die dritte Linse wird $F'' = G'' = 2(n'' - 1)r$, und $n = 1{,}53$, also $F'' = G'' = 1{,}06.\ r = 0{,}47408$.

348. §.

Bey dieser Anordnung fällt die Zahl λ beträchtlich grösser als 1 aus, also ist für die erste Linse allein die Abweichung wegen der Gestalt sehr beträchtlich. Wofern man λ″ grösser machen kann, so muß λ kleiner werden, weil

$$\lambda = 0{,}12482 + 2{,}98837 \cdot \lambda' - 0{,}84994 \cdot \lambda''$$

seyn muß. Macht man einen von den Halbmessern der dritten Linse so groß, als jeder von den Halbmessern der zweyten Linse ist; so wird diese Absicht erreicht, wie die folgende Rechnung zeiget. Es ist für die dritte Linse aus dem 290. §, wenn $\gamma = 1$ bleibt,

$$\frac{1}{F'} = \frac{\varrho}{c} + \sigma \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r}, \text{ und}$$

$$\frac{1}{G'} = \varrho + \frac{\sigma}{c} \mp \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r};$$

also findet man

$l\varrho = 9{,}3554177 - 10$
$lc = 9{,}9080216 - 10$
$l\frac{\varrho}{c} = 9{,}4473961 - 10$

$\frac{\varrho}{c} = 0{,}28015$
$\sigma = 1{,}66011$
$\frac{\varrho}{c} + \sigma = 1{,}94026$

$l\sigma = 0{,}2201369$
$lc = 9{,}9080216 - 10$
$l\frac{\sigma}{c} = 0{,}3121153$

$\frac{\sigma}{c} = 2{,}05170$
$\varrho = 0{,}22668$
$\frac{\sigma}{c} + \varrho = 2{,}27838$

Dem-

Demnach ist $\frac{1}{F'} = 1{,}94026 \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r}$

und $\frac{1}{G'} = 2{,}27838 \mp \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r}$.

Je kleiner nun F′ seyn kann, desto grösser wird λ″; diesemnach setze man $F' = F = 0{,}31523$, so ist $\frac{1}{F'} = 3{,}17233$, und es wird $\frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r} = 1{,}23207$, mithin ferner $\lambda'' = 1{,}77174$. Wenn dieser Werth statt λ″ gebraucht, und der vorige Werth $\lambda' = 1{,}064381$ beybehalten wird, so findet man $\lambda = 3{,}18076 + 0{,}12482 - 1{,}50588$, also $\lambda = 1{,}79970$, und $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}82739$. Das giebt für die erste Linse

$$f = \frac{p}{0{,}83272} = 0{,}52582, \text{ und}$$

$$g = \frac{p}{1{,}05407} = 0{,}41514;$$

für die dritte Linse aber ist $\frac{1}{G'} = 2{,}27838 - 1{,}23207 = 1{,}04631$, also $G' = 0{,}95574$.

349. §.

Wird demnach die Brennweite des dreyfachen Objectivs = 1000 angenommen; so giebt die bisherige Rechnung folgende Resultate für die Anordnung desselben.

I.) Wenn

I.) Wenn nicht allein die Halbmesser der mittlern Linse, sondern auch beyde Halbmesser der dritten Linse gleich groß seyn sollen.

	1. Linse	2. Linse	3. Linse
Brennweite = = =	438	−272	447
Halbmesser der Vorderfl.	802	−315	474
Halbmesser der Hinterfl.	327	−315	474

Die Entfernung der Linsen von einander ist = 23, und der Durchmesser der Oefnung des Objectivs kann bis 157 hinan gehen, also der Oefnungshalbmesser bis 78.

II.) Wenn dagegen die Halbmesser der dritten Linse ungleich groß seyn sollen, so ist die Einrichtung, wie folget.

	1. Linse	2. Linse	3. Linse
Die Brennweite	438	−272	447
Halbmesser der Vorderfl.	526	−315	315
Halbmesser der Hinterfl.	415	−315	956

Weil bey der ersten Einrichtung sich aus dem Werth der Zahl λ ergiebt, daß das Licht wenn es durch die erste Linse allein fiele, einer beträchtlichen Abweichung wegen der Gestalt unterworfen seyn würde; so erfodert die Ausarbeitung der Linse eine vorzügliche Sorgfalt des Künstlers, damit die vorgeschriebene Maasse möglichst richtig getroffen werden. Bey der zweyten Anordnung würde eine solche Abweichung von den vorgeschriebenen Maassen bey der Ausarbeitung der Linse weniger schädlich seyn, und um deßwillen ist die zweyte Anordnung der ersten vorzuziehen, wenn man zugleich mit auf die Sicherheit der Ausarbeitung siehet.

Der

Der XVIII. Abschnitt.

Vollständigere Theorie vollkommener und besonders der achromatischen Fernröhre.

350. §.

Wenn es möglich wäre aus einer durchsichtigen Masse eine einfache Linse zu verfertigen, worin das hindurchfallende Licht so gebrochen würde, daß die Lichtstrahlen nach dem Durchgange durch diese Linse ein eben so grosses Bild, mit eben derselben Helligkeit und Deutlichkeit, bey eben dem Grade der Farbenzerstreuung und Abweichung, zuwege brächten, wie es das Licht beym Durchgange durch ein zusammengesetztes Objectiv zuwege bringt; so würde eine solche einfache Linse als Objectiv beym Fernrohr mit dem zusammen gesetzten Objectiv einerley Dienste leisten. Ob nun gleich keine einfache aus einer gleichartigen Durchsichtigen Materie verfertigte Linse dieses leisten kann; so läßt sich doch angeben, wie groß ihre Brennweite und Oefnung seyn müsse, wenn sie es leisten sollte. Ihre Brennweite sey Π, ihr Oefnungshalbmesser $= x'$; so ist die Grösse des Bildes von einem unendlich weit entfernten Gegenstande $= \Pi\phi$, und der Winkel, unter welchem die äussersten um den Rand der Linse auffallenden Strahlen nach beyden Brechungen die Axe schneiden, $= x' : \Pi$. (217. §.)

Für

Für das doppelte Objectiv ist die Grösse vom Halbmesser des Bildes $= \frac{\alpha\beta}{b}\varphi$, und der Winkel, unter welchem die äusserſten am Rande auffallenden Strahlen nach allen Brechungen die Axe schneiden $= \frac{bx}{\alpha\beta}$: (217. §.) Soll nun beydes eben so groß, wie für die einfache Linse seyn; so hat man $\Pi = \frac{\alpha}{b}\beta$, und $\frac{x'}{\Pi} = \frac{bx}{\alpha\beta}$, mithin $x' = x$. Die einfache mit dem doppelten Objectiv gleichgültige Linse müste also mit demselben einerley Oefnung haben, und weil hier $\alpha = p$ ist, so wäre ihre Brennweite $\Pi = \frac{p}{b}\beta$. Im 338. §. ist $\frac{p}{b} = P$ gesetzt, also hier $\Pi = P \cdot \beta$. Ferner ward im 339. §. bey der Berechnung des doppelten Objectivs $P = \frac{1}{1}\frac{2}{1}$, mithin erhält man unter eben den Voraussetzungen, wie im 339, §, $\Pi = \frac{1}{1}\frac{2}{1}\beta$. Weiter war $\beta = \frac{1}{4}\frac{2}{2}\frac{1}{}p$, also wird auch $\Pi = \frac{1}{2}\frac{2}{2}\frac{1}{}p = \frac{1}{2}\frac{1}{}p$, oder $\Pi = 5{,}5p$.

Für das dreyfache Objectiv ist des Bildes Halbmesser $= \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}\varphi$, und derjenige Winkel $= \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$, unter welchem die am Rande auffallenden Strahlen nach allen Brechungen die Axe schneiden. Sollte nun eine einfache Linse ein eben so grosses auch eben so helles Bild zuwege bringen, so müste $\Pi = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}$ seyn, und $\frac{x'}{\Pi} = \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$, also wiederum $x' = x$.

Die

Die Oefnung des einfachen mit dem dreyfachen gleichgültigen Objectivs müste also ebenfalls der Oefnung des letztern gleich seyn, und ihre Brennweite $\Pi = \frac{p\beta\gamma f}{bc}$, weil $\alpha = p$ ist, oder der Bezeichnung im 344 §. gemäß $\Pi = P \,.\, Q \,.\, \gamma$. Wird alsdenn aus dem 345 §, $P = 1{,}054$, $Q = 0{,}972$ gesetzt, also $P \,.\, Q = 1{,}025$; so erhält man $\Pi = 1{,}025 \,.\, \gamma$. Weil überdem $p = 0{,}4378 \,.\, \gamma$ gefunden ward, so giebt das $\Pi = 2{,}341 \,.\, p$.

351. §.

Die Anordnung eines zusammen gesetzten Objectivs für ein Fernrohr zu finden, wenn die Vergrösserung gegeben ist.

Aufl. I. Fall. Die halbe Oefnung des doppelten Objectivs ist $= \frac{4}{100}\beta$ (342. §.), und eben dieser Oefnung Halbmesser ist $x = my$, (237. §.) und man kann, wie beym Mayerschen Fernrohr 277 § $y = \frac{1}{50}$ Zoll, oder auch noch grösser annehmen, wenn die Helligkeit grösser seyn soll. Beydes gleich gesetzt giebt $\frac{4}{100}\beta = \frac{m}{50}$, oder $\frac{1}{25}\beta = \frac{m}{50}$, und $\beta = \frac{5}{11}m$ Zoll. Ferner war die Brennweite des mit dem zusammen gesetzten gleichgültigen einfachen Objectivs $= \Pi = \frac{12}{11}\beta$ (350 §.), also hier $\Pi = \frac{60}{121}m$ Zoll, oder sehr nahe $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll. Die letztere Bestimmung kann ohne Bedenken beybehalten werden, weil man hier an keine unveränderliche Bestimmung gebunden ist. Alsdenn hat man $\frac{12}{11}\beta = \frac{1}{2}m$ Zoll, also $\beta = \frac{11}{24}m$ Zoll, mithin ferner $p = \frac{24}{121}\beta = \frac{1}{11}m$ Zoll, $q = -\frac{2}{9}\beta = -\frac{11}{108}m$ Zoll (339. §.) und die ganze Einrichtung wird folgende.

	erste Linse	zweyte Linse
Brennweite in Zollen	0,0909 . *m*	— 0,1018 . *m*
Halbmesser d. Vorderfl.	0,0964 . *m*	— 0,0810 . *m*
Halbmesser d. Hinterfl.	0,0964 . *m*	— 0,2179 . *m*

Die Entfernung der Linsen von einander ist 0,0076 . *m* Zoll, und der Oefnungshalbmesser = 0,02 . *m* Zoll.

Nimmt man für das doppelte Objectiv die Abmessungen aus dem 334 §, so hat man folgende Einrichtung

	erste Linse	zweyte Linse
Brennweite in Zollen	0,0909 . *m*	— 0,1018 . *m*
Halbmesser d. Vorderfl.	0,0875 . *m*	— 0,0875 . *m*
Halbmesser d. Hinterfl.	0,1073 . *m*	— 0,1820 . *m*

Die Entfernung der Linsen bleibt 0,0076 . *m* Zoll, und der Oefnungshalbmesser ist 0,022 . *m* Zoll.

II. Fall. Soll das Objectiv dreyfach seyn, so ist der Oefnungshalbmesser = 0,078 . γ (349. §.). Man setze denselben = my, und wie vorhin $y = \frac{5}{50}$ Zoll; so findet man $\gamma = \frac{1000}{7800} \cdot \frac{m}{50} = \frac{20}{78} m$ Zoll, oder $\gamma = \frac{m}{3,9}$ Zoll. Die Brennweiten des mit demselben gleichgültigen einfachen Objectivs ist $\Pi =$ 1,025 . γ (350. §.), also auch $\Pi = 1{,}025 \cdot \frac{m}{3,9}$ Zoll, oder $\Pi = 0{,}263 \cdot m$ Zoll. Statt dessen kann man $\Pi = \frac{1}{4} m$ Zoll setzen, so wird $1{,}025 \cdot \gamma = \frac{1}{4} m$, und $\gamma = \frac{m}{4,1}$ Zoll, oder $\gamma = \frac{10}{41} m$ Zoll, mithin erhält man dem 348 und 349 §. gemäß folgende Einrichtungen.

Brenn-

Brennweite in	erste Linse	zweyte Linse	dritte Linse
Zollen = =	0,1068 . *m*	— 0,0663 . *m*	0,1091 . *m*
Halbmess. der Vorderfläche	0,1956 . *m*	— 0,0769 . *m*	0,1156 . *m*
Halbmess. der Hinterfläche	0,0796 . *m*	— 0,0769 . *m*	0,1156 . *m*

oder statt dessen

Brennweite in	1. Linse	2. Linse	3. Linse
Zollen = = =	0,1068 *m*	— 0,0663 *m*	0,1091 *m*
Halbmesser der Vorderfläche	0,1282 *m*	— 0,0769 *m*	0,0769 *m*
Halbmesser der Hinterfläche	0,1012 *m*	— 0,0769 *m*	0,2331 *m*

Bey beyden Anordnungen ist die Entfernung der Linsen = 0,0055*m* Zoll, und der Oefnungshalbmesser = 0,0192*m* oder beynahe $\frac{1}{50}$ *m* Zoll.

352. §.

In Absicht auf das wesentliche eines Fernrohrs ist es gleichgültig, ob das Objectiv einfach oder zusammengesetzt ist: auch ändert es in der Hauptsache bey der Anordnung eines Fernrohrs nichts, das von dem Objectiv zuwege gebrachte Bild mag durch ein einziges Augenglas, oder durch mehrere betrachtet werden. Will man die dioptrischen Fernröhre in Classen theilen, so wird dieser Grund dieser Eintheilung am besten von der Anzahl der wirklichen Bilder hergenommen, welche die Gläser zuwege bringen, die das Fernrohr ausmachen sollen. An sich gehört mit jedem Glase ein Bild zusammen: allein das ist bey dem einen oder dem andern Glase vielleicht nur ein

geometrisches Bild oder wenn es auch ein physisches Bild ist, so werden doch vielleicht die nach diesem Bilde hin zusammen laufenden Strahlen vor ihrer Vereinigung von dem nächstfolgenden Glase schon aufgefangen. Es sollen also Fernröhre der ersten Gattung diejenigen heissen, worin gar kein Bild zur Wirklichkeit kommt, Fernröhre der zweyten Gattung diejenigen, worin nur ein Bild zur Wirklichkeit kommt, und Fernröhre der dritten Gattung, welche zwey wirkliche Bilder machen. Zur ersten Gattung gehört das Galiläische Fernrohr, zur zweyten Gattung das keplersche Sternrohr, zur dritten Gattung das Erdrohr, mit drey converen Augengläsern. Ob man gleich eben so noch mehr Classen machen könnte, so leisten doch diese schon erwehnten drey Gattungen allen Absicht ein Genüg.

353. §.

Die Vergrösserungszahl ist gegeben, man soll für das galiläische Fernrohr mit Beybehaltung des einfachen Objectivs eine vortheilhafte Anordnung finden.

Aufl. Man muß es dahin zu bringen suchen, daß der Halbmesser der Undeutlichkeit wegen der Gestalt $\frac{\frac{1}{4}mx^3}{p^3}\left(\mu\lambda+\frac{\mu' b^2}{pq}\left(\lambda'.\frac{b^2}{q^2}+\nu'.\frac{b}{\beta}\right)\right)$, (302. §.) ferner der Abweichungswinkel der ungleichartigen Strahlen wegen ihrer Zerstreuung in der Axe $d\psi=\frac{dn}{n-1}\left(\frac{1}{p}+\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha x}{b}$ (271. §. $n'=n$ gesetzt, weil beyde Gläser aus einerley Glas-

art

art sind) auch eben so die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptstrahlen ausser der Axe $d\pi = \frac{\pi dn}{n-1}$, (281. §.) so klein ausfallen, das selbige der Deutlichkeit der Vorstellung so wenig als möglich nachtheilig bleiben.

Bey der fernern Rechnung nimmt man an, das Fernrohr habe die Einrichtung für weitsichtige, so ist β unendlich groß, und $b = q$, auch ist hier q negativ. Wenn also der Halbmesser der Undeutlichkeit wegen der Gestalt $= u$ gesetzt wird, so ist überdem hier $\mu' = \mu$, und man erhält $u = \frac{m\mu x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{q}{p}\lambda'\right)$ oder $u = \frac{\mu x^3}{4p^3}(m\lambda - \lambda')$, weil $m = \frac{p}{q}$ ist. (247. §.) Werden alsdenn beyde Gläser gleichseitig gemacht aus einer Glasart, für welche $n = 1{,}55$ ist; so ist $\lambda = \lambda' = 1{,}62991$. (340. §.) Man setze $x = my$, (238. §.), so wird $u = \frac{\mu\lambda y^3 m^3(m-1)}{4p^3}$ und es ist $\mu\lambda = 1{,}52916$ (340. §.), mithin $u = \frac{0{,}38229\, y^3 m^3(m-1)}{p^3}$, und das giebt umgekehrt

$$p = my\sqrt[3]{\frac{0{,}38229\,(m-1)}{u}}.$$

In der Formul für $d\psi$ setze man $\alpha = p$, $b = q$, so erhält man $d\psi = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right)x$. Fer-

ner ist $\frac{1}{q} = -\frac{m}{p}$, also $d\psi = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{(1-m)x}{p}$, oder $d\psi = -\frac{(m-1)x}{p} \cdot \frac{dn}{n-1}$. Man setze wie im 263. §, $\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{55}$, und $x = my$: alsdenn wird $d\psi = -\frac{1}{55} \cdot \frac{m(m-1)y}{p}$.

Wenn die Helligkeit ohngefehr so groß ausfallen soll, wie beym Mayerschen Fernrohr; (277. §.) so kann man $y = \frac{1}{50}$ Zoll annehmen. Alsdenn wird $p = \sqrt[3]{m} \frac{0{,}38229\,(m-1)}{125000u}$ oder $p = \sqrt[3]{m} \frac{m-1}{326975u}$, und $d\psi = -\frac{1}{55} \cdot \frac{m(m-1)}{50p}$ oder $d\psi = -\frac{m(m-1)}{2750p}$.

Noch sey die halbe Oefnung des Oculars $\pi q = x'$, so ist $\pi = \frac{x'}{q}$, oder $\pi = -\frac{mx'}{p}$, und man findet $d\pi = -\frac{1}{55} \cdot \frac{mx'}{p}$. Setzt man alsdenn dem 247. §. gemäß $x' = \frac{1}{20}$ Zoll, so hat man $d\pi = -\frac{1}{55} \cdot \frac{m}{20 \cdot p}$, oder $d\pi = -\frac{m}{1100p}$.

Man nehme nun für u einen sehr kleinen Werth an, so ist p bestimmt, weil m als gegeben angenommen wird. Aus p und m findet man alsdenn auch $d\psi$ und $d\pi$, da dann die Erfahrung lehren muß, ob die

die auf solche Art gefundenen Abweichungen dem deutlichen Sehen nicht nachtheilig sind.

Wegen der Oefnung des Oculars ist zu bemerken, daß sie zwar nicht kleiner seyn muß, aber wohl etwas grösser seyn kann, als die Augenöfnung. (247. 248. §.) Weil nun die Oefnung eines jeden Glases nicht über die Hälfte des kleinsten Halbmessers seiner Flächen betragen muß; (342. §.) so muß der kleinste Halbmesser der Flächen des Oculars nicht kleiner als 4ω seyn, wenn der Augenöfnung Durchmesser $= 2\omega$ ist, also nicht kleiner als $\frac{1}{5}$ Zoll, wenn $\omega = \frac{1}{10}$ Zoll ist.

354. §.

Es sey u ein Winkel von einer Secunde, so ist für den Halbmesser $= 1$ die Länge des damit zusammen gehörigen Bogens $= 0{,}000004848\ldots$, und log. $u = 4{,}6855749 - 10$. Wird für u dieser Werth in der Gleichung $p = m\sqrt[3]{\frac{m-1}{326975\,u}}$ gebraucht, so hat man

$$p = \frac{1}{\sqrt[3]{326975 \cdot 0{,}000004848}} \cdot m\sqrt[3]{(m-1)}$$

$$l\frac{1}{u} = 5{,}3144251$$

$$l\,326975 = \underline{5{,}5145145}$$

$$l\frac{1}{326975\,u} = 29{,}7999106 - 10$$

$$l\frac{1}{\sqrt[3]{326975\,u}} = 9{,}9333035 - 10.$$

Die zugehörige Zahl ist 0,85764, also wird $p = 0{,}85764 \cdot m\sqrt[3]{(m-1)}$. Macht man p kleiner, so wird u im umgekehrten Verhältniß des Würfels der Brennweite p grösser. Nimmt man $m = 9$, so wird $p = 15{,}44$ Zoll. Das giebt $d\psi = -\frac{72}{2750 \cdot 15{,}44}$, und $d\pi = -\frac{9}{1100 \cdot 15{,}44}$ also ferner

$l\,2750 = 3{,}4393327$	$l\,1100 = 3{,}0413927$
$l\,15{,}44 = 1{,}1886473$	$l\,15{,}44 = 1{,}1886473$
$4{,}6279800$	$4{,}2300400$
$l\,72 = 1{,}8573325$	$l\,9 = 0{,}9542425$
$-\,4{,}6279800$	$-\,4{,}2300400$
$\log. d\psi = 7{,}2293525 - 10$	$\log. d\pi = 6{,}7242025 - 10$
$= 0{,}2293525 - 3$	$= 0{,}7242025 - 4$

also $d\psi = 0{,}0016957$, und $d\pi = 0{,}00052991$.

Zum Bogen $d\psi$ gehört ein Winkel von 5′ 50″, und zu $d\pi$ ein Winkel von 1′ 49″. Nimmt man bey einerley Vergrösserung p kleiner, so wachsen $d\psi$ und $d\pi$ im umgekehrten Verhältniß von p.

Weil $d\psi$ beynahe dreymahl kleiner ausfällt, als beym Mayerschen Fernrohr, (277. §.) so ist nicht zu zweifeln, daß nicht das Fernrohr sehr gute Dienste leisten sollte. Das Ocular muß 1,715 Zoll Brennweite haben, damit es neunmahl vergrössere. Alsdenn ist des Gesichtsfeldes Halbmesser $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\Omega}{p}$ (247. §.) $= \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{15{,}44} = \frac{1}{8 \cdot 20 \cdot 1{,}715}$

=

$= \frac{10}{2744} = \frac{5}{1372}$, der also $\frac{57{,}3 \cdot 5}{1372}$ Grade oder $\frac{57{,}3 \cdot 60 \cdot 5}{1372} = 12' 32''$ beträgt. Die Halbmesser der Flächen werden aus der Brennweite und der Zahl $n = 1{,}55$ dem 119. §. gemäß bestimmt, und die Helligkeit beträgt $\frac{4}{25}$ der natürlichen.

355. §.

Das ziemlich klein ausfallende Gesichtsfeld liesse sich zwar durch Vergrösserung der Oefnung des Oculars etwas vergrössern: allein man kann ein mehr denn doppelt so grosses Gesichtsfeld bey eben der Vergrösserung zuwege bringen, wenn man die Brennweiten beyder Gläser, und damit zugleich die ganze Länge des Rohrs noch verkürzt. Der Winkel $d\psi$ betrug beym Mayerschen Fernrohr (277. §.) $14' 17''$ also mehr denn doppelt soviel, als bey dem hier berechneten Fernrohr, wenn die Brennweite $p = 15{,}44$ Zoll angenommen wird. Demnach kann p noch kleiner seyn, als die Hälfte von 15,44 Zoll, ohne daß die Undeutlichkeit wegen der Farbenzerstreuung schädlicher wird, als beym Mayerschen Fernrohr. Man versuche also die Voraussetzung $p = 6$ Zoll; so wird $q = -\frac{2}{3}$ Zoll, $\frac{15{,}44}{6} = 2{,}573$, also $u = \frac{15{,}44^3}{6^3}$. 1 Sec. = 18 Secunden, $d\psi = \frac{15{,}44}{6}$. 350 Sec. = 15 Minuten, und $d\pi = \frac{15{,}44}{6}$. 109 Sec. = 4 Min. 40 Sec. Wofern also diese Abweichungen un-

unschädlich sind, so hat man folgende Abmessungen für das Fernrohr.

	Objectiv	Ocular.
Die Brennweite = = =	6 Zoll	$-\frac{2}{3}$ Zoll
Die Halbmesser der Flächen	6,6 =	− 0,7 Zoll
Durchmesser der Oefnung =	0,36 =	0,1 Zoll.

Es ist nemlich jeder Halbmesser der Flächen des Objectivs $= 2(n-1)p$, und für das Ocular $= 2(n-1)q$. Ferner ist für das Objectiv $x = my = \frac{9}{50}$ Zoll, also $2x = \frac{9}{25}$ Zoll, und die Oefnung des Oculars ist der Oefnung des Auges gleich angenommen. Die Helligkeit bleibt $\frac{4}{25}$ der natürlichen, weil $y = \frac{1}{m}x = \frac{1}{50}$ Zoll bleibt, und des Gesichtsfeldes Halbmesser wird $\varphi = \frac{15,44}{6} \cdot 752'' = 32' 1\frac{1}{2}'$. Weil die Oefnung des Oculars etwas grösser, als die Augenöfnung seyn kann; so könnte das Gesichtsfeld wohl etwas grösser ausfallen: allein dem Objectiv kann man nicht mehr Oefnung geben, um die Helligkeit zu vergrössern, weil man zugleich die Abweichungen wegen der Gestalt und wegen der Farben vergrössern würde.

356. §.

Die Anordnung eines Fernrohrs der ersten Art zu finden, wenn das Objectiv aus zweyen oder dreyen Linsen von verschiedenen Glasarten zusammen gesetzt ist.

Aufl. Aus der gegebenen Vergrösserungszahl suche man dem 351. §. gemäß die Abmessungen des zusammengesetzten Objectivs.

1. Fall. Wählt man alsdenn das doppelte Objectiv, so verbinde man damit ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brenn-

Brennweite in der Entfernung $(\frac{1}{2}\frac{1}{4}m - \frac{1}{2})$ Zoll. Denn das doppelte Objectiv hat eben die Wirkung, welche eine einfache Linse haben würde, deren Brennweite $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll betrüge, (351. §. 1 Fall) wozu also ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite gehört. Ueberdem ist des zusammengesetzten Objectivs Brennweite $\beta = \frac{1}{2}\frac{1}{4}m$ Zoll, mithin wird die Entfernung desselben vom Ocular $= (\frac{1}{2}\frac{1}{4}m - \frac{1}{2})$ Zoll. Der Oefnungshalbmesser des Oculars sey $= \Omega$, so ist des Gesichtsfeldes Halbmesser $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\Omega}{\Pi}$, (247 §.) also hier $\varphi = \frac{2\Omega}{m-1}$. Soll das Gesichtsfeld so, wie es mit unverrücktem Auge erscheint, angegeben werden, so wird Ω dem Halbmesser der Augenöfnung gleich genommen, die etwa $\frac{1}{20}$ Zoll beträgt. Uebrigens wird der Oefnungshalbmesser für das Objectiv $x = 0{,}02 \cdot m$ Zoll, und $y = \frac{1}{m}x$, also $y = 0{,}02$ Zoll $= \frac{1}{50}$ Zoll, welches die Helligkeit bestimmt.

2. Fall. Wählt man dagegen das dreyfache Objectiv, so gehört dazu ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite in der Entfernung von $(\frac{1}{4}\frac{0}{1}m - \frac{1}{4})$ Zoll. Denn das dreyfache Objectiv ist einer einfachen Linse gleichgültig, welche die Brennweite $\Pi = \frac{1}{4}m$ Zoll hätte, und ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite für die Vergrösserungszahl m erfodert. Des zusammengesetzten Objectivs Brennweite ist $\gamma = \frac{1}{4}\frac{0}{1}m$ Zoll, also muß das Ocular davon $(\frac{1}{4}\frac{0}{1}m - \frac{1}{4})$ Zoll entfernt seyn. Des Gesichtsfeldes Halbmesser ist $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\Omega}{\Pi}$, also hier $\varphi = \frac{4\Omega}{m-1}$. Weiter ist $x = 0{,}0192 \cdot m$ oder

oder $\frac{1}{50}m$ Zoll, mithin wiederum $y = \frac{1}{m}x = \frac{1}{50}$ Zoll.

Bey einerley Vergrösserungszahl wird die ganze Länge des Rohrs beynahe nur halb so groß, wenn das dreyfache Objectiv gebraucht wird, als in dem Fall, wenn man das doppelte wählt. Die Brennweite der dem dreyfachen Objectiv gleichgültigen Linse ist nur halb so groß, als die Brennweite der dem doppelten Objectiv gleichgültigen. Bey gleicher Vergrösserung und einerley Oefnung des Oculars wird das Gesichtsfeld beym Gebrauch des dreyfachen Objectivs doppelt so groß, als beym Gebrauch des doppelten.

357. §.

Soll die Vergrösserungszahl $m = 9$ bleiben, wie im 354. §. und das doppelte Objectiv gebraucht werden; so ist $\Pi = 4\frac{1}{2}$ Zoll, $\beta = \frac{1}{2}\frac{1}{4}m = 4\frac{1}{8}$ Zoll, die Entfernung zwischen dem Objectiv und Ocular $(\frac{1}{2}\frac{1}{4}m - \frac{1}{2})$ Zoll $= 3\frac{5}{8}$ Zoll, $\varphi = \frac{1}{80}$, und in Theilen der Peripherie $\varphi = 44'$. Die Helligkeit ist $\frac{4}{25}$ der natürlichen. Uebrigens hat man folgende Abmessungen für das Objectiv, (343 und 351 §.) die in Zollen zu verstehen sind.

	1. Linse	2. Linse
Die Brennweite	0,8181	− 0,9162
Halbmesser der Vorderfläche	0,7875	− 0,7875
Halbmesser der Hinterfläche	0,9657	− 1,6380

Die Entfernung zwischen der Mitte beyder Linsen 0,0684 Zoll und der Oefnungshalbmesser $\frac{1}{5}$ Zoll.

Wollte man das dreyfache Objectiv wählen bey eben der Vergrösserung $m = 9$; so hätte man $\Pi =$

$\frac{1}{4}m$

$\frac{1}{4}m = 2\frac{1}{4}$ Zoll, $\gamma = \frac{10}{11}m = 2{,}195$ Zoll, die Entfernung zwischen dem Objectiv und Ocular $\frac{10}{11}m - \frac{1}{4} = 1{,}945$ Zoll, $\varphi = \frac{1}{40}$, oder 1°28′. Die Helligkeit bleibt die vorige und man hat folgende Abmessungen für das Objectiv in Zollen. (349. 351. §.)

	1. Linse	2. Linse	3. Linse
Die Brennweite	0,9612	− 0,5967	0,9819
Halbmess. d. Vorderfl.	1,1538	− 0,6921	0,6921
Halbmess. d. Hinterfl.	0,9108	− 0,6921	2,0979

Die Entfernung zwischen der Mitte beyder Linsen ist 0,0495 Zoll, und der Oefnungshalbmesser 0,173 Zoll.

358. §.

Das mit dem zusammengesetzten Objectiv versehene Fernrohr hat die Vorzüge vor dem mit dem einfachen Objectiv versehenen, daß bey gleicher Vergrösserung die Deutlichkeit grösser, das Rohr viel kürzer, und das Gesichtsfeld sehr ansehnlich grösser ausfällt. In der Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit u (353. §.) wird nun Π statt p gesetzt, so ist $u = \frac{\mu x^3}{4\Pi^3}(m\lambda - \lambda')$, und λ wird $= 0$, wenn für das zusammengesetzte Objectiv die Undeutlichkeit wegen der Gestalt gehoben ist: also bleibt $u = \frac{\mu x^3}{4\Pi^3}\lambda'$ sehr klein, weil $\frac{x}{\Pi}$ ein kleiner Bruch ist. Denn für das doppelte Objectiv hat man $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll, und $x = \frac{1}{50}m$ Zoll, also $\frac{x}{\Pi} = \frac{1}{25}$: für das dreyfache Objectiv aber $\Pi = \frac{1}{4}m$ Zoll, und $x = \frac{1}{50}m$ Zoll, also $\frac{x}{\Pi} = \frac{2}{25}$.

Für

Für die Winkelabweichung der ungleichartigen Strahlen ist die allgemeine Formul $d\psi = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{1}{\Pi} + \frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha x}{b}$, oder $d\psi = \frac{\alpha}{b}\cdot\frac{dn}{n-n}\cdot\frac{x}{\Pi} + \frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{q}\cdot\frac{bx}{\alpha}$, (271. §.) wenn man auch hier Π statt p schreibt. Weil das Objectiv zusammengesetzt, und für dasselbe allein die Abweichung gehoben ist, so fällt der erste Theil weg, und es bleibt nur $d\psi = \frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{q}\cdot\frac{bx}{\alpha} = \frac{dn}{n-1}\cdot\frac{x}{\Pi}$ weil hier $b = q$, und $\alpha = \Pi$ ist. Dies ist der Antheil den das Ocular an der Abweichung hat, und der nur sehr klein ausfällt.

Die Abweichung der ungleichartigen Hauptstrahlen, welche den farbichten Rand verursachet, wird durch das Objectiv, wenn es gleich alle erwünschte Vollkommenheit hat, nicht gehoben. Diese Abweichung rührt, wenn das Objectiv dreyfach ist, allein vom Ocular her, und die zweyte Linse des doppelten Objectivs hat auch einigen Antheil daran. Inzwischen ist diese Abweichung beym zusammengesetzten Objectiv lange nicht so schädlich, als wenn das Objectiv einfach ist, und dieser farbichte Rand läßt sich ganz, oder wenigstens gröstentheils heben, wenn vor dem concaven Ocular noch ein convexes Glas gestellet wird. H. Euler (Dioptr. T. II. §. 122.) drückt sich noch so aus, als wenn der farbichte Rand in

Fern=

Fernröhren der ersten Art gar nicht gehoben werden könnte: allein H. Klügel (Analytische Dioptrik 2. Th. 4. Abschnitt, 421. u. f. §. §. 171 u. f. S.) hat die Untersuchung über die Hebung des farbichten Randes für alle Fälle angestellet, das Objectiv sey einfach, oder zusammen gesetzt.

359. §.

Die Anordnung eines Fernrohrs der ersten Art zu finden, wenn das Objectiv einfach ist, und zur Vermeidung des farbichten Randes vor dem hohlen Augenglase noch ein convexes Glas gestellet wird.

Aufl. Es sey das Objectiv in A, welches von einem weit entlegenen Gegenstande das Bild in F machte. Das zweyte Glas in B fange die nach F zusammen laufenden Strahlen auf, so daß nun das Bild in G zum Vorschein kommen würde, wenn nicht das Hohlglas in C die Strahlen wieder auffinge, und selbige durch die Brechung in diesem Glase C wieder in die mit der Axe parallele Lage kämen. Nun wäre der Abweichungswinkel der ungleichartigen Hauptstrahlen $d\pi' - d\pi = \frac{\pi\beta}{c} \cdot \frac{dn'}{n'-1} + \pi' \cdot \frac{dn''}{n''-1}$ (282. §.) und hier werden beyde Augengläser von einerley Glasart angenommen. Soll also dieser Abweichungswinkel verschwinden, so wird erfodert, daß $\frac{\pi\beta}{c} + \pi' = 0$ sey, oder $\pi + \frac{c}{\beta}\pi' = 0$. Die Hauptstrahlen von der mittlern Brech- 140 Fig.

bar-

barkeit fallen auf das erste Ocular B so, als kämen sie aus A her, und werden in diesem convexen Ocular nach O gebrochen. Aber die nach O zielenden Hauptstrahlen fängt das hohle Augenglas C auf, und macht sie divergent, so daß sie nach dem Durchgange durchs Hohlglas so liegen, als kämen sie aus O′ her.

Das Objectivglas PP würde mit dem convexen Augenglase QQ allein verbunden folgende Bestimmungen geben. Es ist $AB = \alpha - b$ oder hier $AB = p - b = AF - FB$, also in den allgemeinen Formuln b negativ. Die hieselbst mit $-\beta$ zusammengehörige Vereinigungsweite BG ist $\beta = \frac{-b \cdot q}{-b-q} = \frac{bq}{b+q}$, welche positiv bleibt, und es ist $BC = BG - GC = \beta - c$, mithin c negativ. Weil überdem RR ein Hohlglas ist, so wird r negativ, und es wäre $CH = \gamma = \frac{c \cdot r}{c-r}$, also hier $\gamma = \frac{c \cdot r}{r-c}$. Für weitsichtige Augen aber muß γ unendlich groß, also $c = r$ seyn.

Aus einem Punct am Rande des Objects komme der Hanptstrahl eA her, der das erhabene Augenglas in Q trift, von demselben nach O so gebrochen wird, daß er das hohle Augenglas in R trift, hieselbst aber in die Lage RO′ kommt. Alsdenn ist $BO = \frac{\pi q}{m\varphi} = q + \frac{1}{m} q$, und für die ersten beyden Gläser wäre die Vergrösserungszahl $m = \frac{p}{q}$. Weiter

ist

ist $CO = BO - BC = q + \frac{1}{m}q - \beta + c$, und weil r negativ ist, $CO' = -\frac{CO \cdot r}{CO + r}$. Für alle drey Gläser ist die Vergrösserungszahl $m' = \frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c-r}{r} \cdot m$ (225. §.) und hier ist $\alpha = p$, $c = r$, also wird $m' = \frac{p\beta}{br}$. Diese Zahl ist positiv, weil b und r beyde negativ sind, und man kann statt m' im folgenden m schreiben.

Aus dem Halbmesser φ des Gesichtsfeldes geben sich die Oefnungshalbmesser für Oculare. (222. §.) Es ist $x' = AB \cdot \varphi = (p - b)\,\varphi = \pi q$, und $x'' = \pi' r = \frac{p\beta}{b}\varphi + c\,(\pi - \varphi)$, also hier $\pi' = \frac{p\beta}{br}\varphi + \pi - \varphi$, oder $\pi' - \pi = \left(\frac{p\beta}{br} - 1\right)\varphi$.

Man setze $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = \frac{\beta}{r} = Q$, so ist $m = P \cdot Q$, und $AB = p - b = p\left(1 - \frac{b}{p}\right) = p\left(1 - \frac{1}{P}\right)$, oder $p - b = \frac{P-1}{P} \cdot p$. Damit der farbichte Rand gehoben werde, muß nun $\pi - \frac{c}{\beta}\pi' = 0$ seyn, weil c negativ ist, und das giebt 1.) $\frac{\beta}{c} = \frac{\pi'}{\pi} = Q$. Mit dieser Gleichung verbinde man 2.) $\pi q = \frac{P-1}{P} \cdot p\varphi$,

und 3.) $\pi' - \pi = (m-1)\varphi$. Wenn nemlich die leßte mit der zweyten dividirt wird, so iſt $\frac{\pi' - \pi}{\pi q} = \frac{(m-1)P}{(P-1)p}$, oder $\frac{Q-1}{q} = \frac{(m-1)P}{(P-1)p}$, mithin wird $q = \frac{(Q-1)(P-1)p}{(m-1)P}$. Ueberdem iſt $Q = \frac{m}{P}$, alſo $Q-1 = \frac{m-P}{P}$, und man erhält $q = \frac{(P-1)(m-P)p}{(m-1)P^2}$. Noch verbinde man damit 4.) $\beta = \frac{bq}{b+q}$, und $b = \frac{p}{P}$, oder $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{b} = \frac{1}{q} + \frac{P}{p}$, ſo findet man $\frac{1}{\beta} = \frac{(m-1)P^2}{(P-1)(m-P)p} + \frac{P}{p} = \frac{(m-1)P^2 + (P-1)(m-P)P}{(P-1)(m-P)p}$, und das giebt $\beta = \frac{(P-1)(m-P)p}{mP(2P-1) - P^3}$. Ferner iſt $m = \frac{P\beta}{r}$, und $\frac{\pi'}{\pi} = Q$, alſo hat man auch $r = \frac{P\beta}{m}$, und $\pi = \frac{\pi'}{Q} = \frac{x''}{Qr}$ oder $\pi = \frac{x''}{\beta}$, und $\varphi = \frac{\pi q}{p-b} = \frac{x''}{\beta} \cdot \frac{Pq}{(P-1)p}$.

Für

Für den Abweichungswinkel wegen der Farbenzerstreuung in der Axe ist aus dem 271. §.

$$d\psi = \frac{dn}{n-1} \cdot \left(\frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} \right) \frac{\alpha\beta x}{bc};$$

Der dritte Theil hievon wird negativ, der zweyte bleibt positiv, und vermehrt die Zerstreuung. Damit dies so wenig als möglich geschehe, müssen die Zahlen $\frac{b}{\alpha}$, $\frac{1}{q}$, oder hier $\frac{b}{p} = \frac{1}{P}$, und $\frac{1}{q}$ so genommen werden, daß $\frac{1}{P^2 q}$ so klein, mithin $P^2 q$ so groß als möglich werde. Es ist aber vermöge der für q gefundenen Gleichung $P^2 q = \frac{(P-1)(m-P)p}{m-1}$, und diese Formul wird zweymahl $= 0$, wenn $P = 1$, und $P = m$ ist, die Zahl m als gegeben angenommen. Den größten Werth aber hat das Product $(P-1)(m-P)$, wenn $P = \frac{1}{2}(m+1)$ ist. Hiedurch bestimmt sich nun alles, wenn der Werth $P = \frac{1}{2}(m+1)$ in den schon gefundenen Formuln gebraucht wird.

Man erhält nemlich $P - 1 = \frac{1}{2}(m-1)$, $2P - 1 = m$, $m - P = \frac{1}{2}(m-1)$, und $(P-1)(m-P) = \frac{1}{4}(m-1)^2$; also $b = \frac{p}{P} = \frac{2p}{m+1}$, und $q = \frac{(m-1)p}{(m+1)^2}$. Weiter ist $m(2P-1) - P^2 = m^2 - \frac{1}{4}(m+1)^2 = \frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - \frac{1}{4} = \frac{3m^2 - 2m - 1}{4}$,

also $\beta = \frac{2}{m+1} \cdot \frac{(m-1)^2 p}{3m^2-2m-1}$, oder $\beta = \frac{2(m-1)p}{(m+1)(3m+1)}$. Mithin ferner $c = r = \frac{P}{m} \cdot \beta = \frac{(m-1)p}{m(3m+1)}$, und $\frac{P}{P-1} = \frac{m+1}{m-1}$, $\frac{q}{\beta} = \frac{(3m+1)}{2(m+1)}$, also $\frac{P}{P-1} \cdot \frac{q}{\beta} = \frac{(3m+1)}{2(m-1)}$, und $\varphi = \frac{3m+1}{2(m-1)} \cdot \frac{x''}{p}$. Es ist aber $2mr = \frac{2(m-1)p}{(3m+1)}$, also wird $\varphi = \frac{x''}{2mr}$.

Endlich findet man $AB = p - b = p - \frac{2p}{m+1} = \frac{(m-1)p}{m+1}$, und $BC = \beta - c = \frac{(m-1)^2 p}{m(m+1)(3m+1)}$. Wenn m etwas groß ist, so giebt das beynahe $BC = \frac{p}{3m}$.

Damit auch noch die Abweichung wegen der Gestalt vernichtet werde, muß dem 302. §. gemäß

$$\lambda + \frac{b^4}{pq^3}\lambda' + \frac{b^3}{pq\beta}\nu + \frac{qb^4}{p\beta^4}\lambda'' = 0$$

gesetzt werden, und in dieser Gleichung sind die Coefficienten von λ', ν, λ'', und überdem ν bekannt; also hat man eine Gleichung zwischen λ, λ', und λ''. Nimmt man zwo von den Gläsern alsdenn gleichseitig,

tig, so bestimmt das zwo von den erwehnten Zahlen, und jene Gleichung giebt die dritte. Es sey $n = 1{,}55$, so ist $\nu = 0{,}2326$. (303. §.) Das Objectiv sey gleichseitig, so ist $\lambda = 1{,}62991$; (340. §.) und wenn auch das concave Ocular gleichseitig ist, so hat man noch $\lambda'' = 1{,}62991$, und kann hiernächst λ' für das convexe Ocular finden. Läßt man f' und g' die Halbmesser der Flächen dieses convexen Oculars bezeichnen, und setzt $\frac{q}{b} = \mathfrak{B}$; so ist

$$f' = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

$$g' = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}}.$$

Von den Halbmessern des Objectivs ist jeder $= 1{,}1 \cdot p$, und eben so von den Halbmessern des concaven Oculars jeder $= 1{,}1 \cdot r$. Eben dies zweyte Ocular muß beweglich bleiben, damit es nach Beschaffenheit des Auges gestellet werden könne.

360. §.

Es sey die Vergrösserungszahl $m = 9$ vorgeschrie- 140
ben, so findet man $b = \frac{1}{5}p$, $q = \frac{2}{2\,5}p$, $\beta = \frac{2}{3\,5}p$, Fig.
$c = r = \frac{2}{6\,3}p$, $\varphi = \frac{x''}{18 \cdot r} = \frac{1}{1\,8} \cdot \frac{6\,3}{2} \cdot \frac{x''}{p} = \frac{7}{4} \cdot \frac{x''}{p}$.

Man nehme $c = r = \frac{1}{2}$ Zoll, so wird $p = \frac{6\,3}{4}$ Zoll, $b = \frac{6\,3}{2\,0}$ Zoll, $\beta = \frac{6\,3}{7\,0}$ Zoll, $q = \frac{6\,3}{5\,0}$ Zoll. Das giebt weiter $AB = p - b = \frac{6\,3}{4} - \frac{5}{2\,0} = \frac{6\,3}{2\,0} = \frac{2\,5\,2}{2\,0\,0} = \frac{6\,3}{5}$ Zoll, und $BC = \beta - c = (\frac{6\,3}{7\,0} - \frac{1}{2}) = \frac{2}{5}$ Zoll: also die Länge des Rohrs $AB + BC = \frac{6\,5}{5} = 13$ Zoll. Jeder Halbmesser des Objectivs ist 17,325 Zoll, und

jeder Halbmesser des concaven Oculars = 0,55 Zoll.

Weiter ist $\mathfrak{B} = \frac{q}{-b} = -\frac{2}{5} = -0{,}4$, und die Gleichung zur Vernichtung der Abweichung wegen der Gestalt giebt $\lambda + \frac{25}{8}\lambda' - \frac{7}{4}\nu - \frac{343}{72}\lambda'' = 0$, also ferner $\lambda' = 2{,}0934$, $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}0456$, $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}94646$,

$$f' = \frac{q}{\sigma + 0{,}4\,(\sigma - \varrho) - 0{,}9465} = \frac{q}{1{,}2555},$$

$$g' = \frac{q}{\varrho - 0{,}4\,(\sigma - \varrho) + 0{,}9465} = \frac{q}{0{,}5627},$$

also $f' = 1{,}003$ Zoll, $g' = 2{,}239$.

Es würde wegen des auf einmahl zu übersehenden Gesichtsfeldes genügen, wenn x'' dem Halbmesser der Augenöfnung $\frac{1}{20}$ Zoll gleich wäre: man kann aber das nach und nach zu übersehende Gesichtsfeld vergrössern, wenn man x'' etwas grösser macht. Auch kann man dabey zugleich auf die Helligkeit Rücksicht nehmen. Will man diese der natürlichen gleich machen, so muß $y = \frac{1}{20}$ Zoll seyn: (241. §.) alsdenn wird $x = my = \frac{9}{20}$ Zoll beynahe $= \frac{1}{2}$ Zoll, und diese Oefnung kann das Objectiv sicher vertragen, weil die Abweichung wegen der Gestalt gehoben ist. Wegen der Helligkeit wird ferner für das convexe Augenglas ein Oefnungshalbmesser $= \frac{bx}{p} = \frac{1}{5}x =$ $\frac{1}{70}$ Zoll, und für das hohle Augenglas ein Oefnungshalbmesser $= \frac{c}{\beta} \cdot \frac{bx}{p} = \frac{1}{9}x = \frac{1}{180}$ Zoll erfodert.

Des Gesichtsfeldes wegen setze man $x'' = \frac{1}{8}$ Zoll; so ist $\pi' r = \frac{1}{8}$ Zoll, $\pi' = \frac{1}{4}$, $\pi = \frac{\pi'}{Q} = \frac{x''}{\beta} = \frac{1}{8} : \frac{63}{70} = \frac{5}{36}$, $x' = \pi q = \frac{5}{36} \cdot \frac{63}{50} = \frac{63}{360}$ Zoll $= \frac{7}{40}$ Zoll, und $\varphi = \frac{x''}{2mr} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{72}$, oder in Theilen der Peripherie $\varphi = \frac{360}{72} \frac{38}{2} = 47' 45''$. Die Hälfte desjenigen Gesichtsfeldes, was man auf einmahl übersiehet, beträgt $\frac{2}{5} \cdot (47' 45'')$ oder 19 Min.

361. §.

Statt des einfachen Objectivs könnte man dies Fernrohr mit dem doppelten versehen: da dann die Anordnung auf folgende Art gesucht wird. Die Brennweite des doppelten Objectivs sey p', so ist die Brennweite des demselben gleichgültigen einfachen $\Pi = \frac{12}{11} p'$. (351. §.) Diese setze man gleich der für die gegebene Vergrösserung nach den Regeln des 359 und 360sten §. schon bestimmten Brennweite p. Für die Vergrösserungszahl $m = 9$ wird also $\frac{12}{11} p' = \frac{63}{4}$ Zoll, (360. §.) und $p' = \frac{11}{12} \cdot \frac{63}{4}$ Zoll $=$ 14,44 Zoll: also aus den im 342. §. gefundenen Zahlen

Die Brennweite der converen Linse $= 0{,}198 \cdot p' = 2{,}86$ Zoll,

Der Halbmesser einer jeden Fläche $= 0{,}21 \cdot p' = 3{,}03$ Zoll,

Die Brennweite der Hohllinse $= 0{,}222 \cdot p' = 3{,}205$ Zoll,

Der Halbmesser der Vorderfläche $= 0{,}177 \cdot p' = 2{,}59$ Zoll,

Der Halbmesser der hintern
Fläche $= 0{,}475 \cdot p' = 6{,}86$ Zoll,
Die Entfernung der Mitte der
Linsen $= 0{,}017 \cdot p' = 0{,}24$ Zoll,
und der Oefnungsdurch-
messer $= 0{,}088 \cdot p' = 1{,}29$ Zoll.

Das convexe Ocular erhält andre Halbmesser für seine Flächen, weil in der Gleichung für die Abweichung wegen der Gestalt $\lambda = 0$ wird. Man erhält

$$\frac{b^4}{\Pi q^3}\lambda' + \frac{b^3}{\Pi q \beta}\nu + \frac{r}{\Pi} \cdot \frac{b^4}{\beta^4}\lambda'' = 0,$$

und die vorhin schon gefundenen Werthe der Vereinigungsweiten und Brennweiten bleiben. Werden alsdenn die Oculare mit der convexen Linse des Objectivs aus einerley Glasart gemacht, wofür $n = 1{,}53$ war; so findet man $\lambda' = 2{,}56206$, $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}1564$, $f' = \frac{q}{1{,}077} = 1{,}17$ Zoll, $g' = \frac{q}{0{,}8098} = 1{,}43$ Zoll. Ueberdem ist $AB = p' - b = 11{,}29$ Zoll, und es bleibt $BC = 0{,}4$ Zoll, mithin wird die Länge des Rohrs $AB + BC = 11{,}69$ Zoll.

362. §.

Die Vergrösserungszahl ist gegeben, man soll die Anordnung eines Sternrohrs finden, wenn das einfache Objectiv beybehalten wird.

Aufl. Man kann die allgemeinen Formuln aus dem 353. §. insgesammt brauchen, nur muß man bemerken, daß die Brennweite q, also auch die Zahl $m = \frac{p}{q}$ das entgegen gesetzte Zeichen erhalte. Wenn

also

also u den Halbmesser der Undeutlichkeit wegen der Gestalt bezeichnet; so ist $u = \frac{0{,}38229\, m^3 (m+1) y^3}{p^3}$ und $p = my \sqrt[3]{\frac{0{,}38229 (m+1)}{u}}$. Für die Farbenzerstreuung in der Axe ist $d\psi = \frac{(m+1)x}{p} \cdot \frac{dn}{n-1}$, oder $d\psi = \frac{1}{55} \cdot \frac{m(m+1)y}{p}$; und wegen des farbichten Randes hat man $d\pi = \frac{1}{55} \cdot \frac{mx'}{p}$ oder $d\pi = \frac{1}{55} \cdot \frac{x'}{q} = \frac{1}{55}\pi$.

Will man eben so, wie im 353. §., und wie beym Mayerschen Fernrohr, (277. §.) $y = \frac{1}{50}$ Zoll setzen, so hat man $p = m \sqrt[3]{\frac{m+1}{326975\, u}}$, $u = \frac{m^3 (m+1)}{326975\, p^3}$, $d\psi = \frac{m(m+1)}{2750 p}$. Bey der Voraussetzung, daß u nicht mehr als 1 Secunde betragen soll, wird alsdenn $p = 0{,}85764\, m \sqrt[3]{(m+1)}$. Die übrigen allgemeinen Formuln sind schon aus dem 245. und 246. §. bekannt.

Zur Probe sey $m = 9$, wie im 353. §., so ist $\sqrt[3]{(m+1)} = \sqrt[3]{10} = 2{,}1544347$, also $m \sqrt[3]{(m+1)} = 19{,}3899123$, und man findet $p = 16{,}63$ Zoll. Ferner wird $d\psi = \frac{9}{275 \cdot 16{,}63}$, oder in Minuten

ausgedrückt $d\psi = \frac{9 \cdot 3438}{275 \cdot 16{,}63} = 6' 46''$, und es ist $q = \frac{1}{9}p = 1{,}85$ Zoll. Damit $d\pi$ nicht zu groß ausfalle, muß die Zahl $\pi = \frac{x'}{q}$ nur klein seyn, wodurch jedoch des Gesichtsfeldes Halbmesser $\varphi = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{x'}{p} = \frac{\pi}{m+1}$ zugleich mit vermindert wird. Setzt man $x' = \frac{1}{100}$ Zoll, so ist das nochmahl soviel, als der Halbmesser der Augenöfnung beträgt: alsdenn wird $\pi = \frac{1}{10q} = \frac{1}{18{,}5}$, $\varphi = \frac{1}{185}$, oder $\varphi = \frac{3438}{185}$ Min. $= 18' 35''$, und $d\pi = \frac{1}{55 \cdot 18{,}5} = \frac{1}{1017{,}5}$, oder $d\pi = \frac{34380}{10175}$ Min. $= 3' 22''$. Die Helligkeit ist $\frac{4}{25}$ der natürlichen, und für die Stelle des Auges ist BO (114. Fig.) $= q + \frac{1}{m}q = 2{,}05$ Zoll.

363. §.

Wenn die beyden Gläser im Sternrohr grade um die Summe ihrer Brennweiten für die Strahlen der mittlern Brechbarkeit von einander entfernt sind, und alsdenn diese Brennweiten p und q heissen: so ist die erwehnte Entfernung $= p + q$. Ist nun das mittlere Brechungsverhältniß $n : 1$, und für eine andre Gattung von Strahlen $n' : 1$, wobey sich p in p' und q in q' verwandelt: so hat man

$$p : p' = \frac{1}{n-1} : \frac{1}{n'-1} = n'-1 : n-1,$$

und

und eben so $q : q' = n' - 1 : n - 1$. Wird also $p' = kp$ gesetzt, so ist auch $q' = kq$. Man setze $p + q - kp = b$, so ist b die Entfernung des von den mehr oder weniger als die mittlern brechbaren Strahlen verursachten Bildes vom Ocular, und die von demselben sich über das Ocular verbreitenden Strahlen machen hinter demselben ein neues Bild in der Entfernung $\beta = \frac{b \cdot kq}{b - kq}$, oder wenn man $(1 - k)$ $p + q$ statt b setzt, $\beta = \frac{((1-k)p + q)kq}{(1-k)p + (1-k)q}$, oder $\beta = \frac{((1-k)m + 1)k}{(1-k)(m+1)m} p$. Es ist aber $k = \frac{n-1}{n'-1}$, und für die mehr brechbaren Strahlen ist $k < 1$, für die weniger brechbaren $k > 1$.

Es sey für die mittlern Strahlen $n = 1{,}55$, für die violetten $n' = 1{,}56$, und für die rothen $n' = 1{,}54$; so ist für die violetten Strahlen $k = \frac{55}{56}$, für die rothen $k = \frac{55}{54}$. Das giebt für die violetten Strahlen $\beta = \frac{((1 - \frac{55}{56})m + 1)\frac{55}{56}}{(1 - \frac{55}{56})(m+1)m} p = \frac{5(m+56)}{56(m+1)m} p$, für die rothen aber $\beta = \frac{((1 - \frac{55}{54})m + 1)\frac{55}{54}}{(1 - \frac{55}{54})(m+1)m} p = \frac{55(m-54)}{54m(m+1)} p$. Für die violetten Strahlen ist allemahl β positiv, für die rothen nur so lange $m > 54$ ist. Alsdenn kommen

die

die Strahlen von beyden Arten convergent ins Auge, und das Sehen muß sehr undeutlich werden.

Aus diesen Bemerkungen ergiebt sich, daß die Stellung des Oculars, welche zum deutlichen Sehen erfodert wird nicht ganz allein von der Entfernung des Objects sondern zugleich von der Beschaffenheit seines Lichts abhänge. Enthält das aufs Objectiv fallende Licht mehr von den lebhaftern, als von den schwächern Strahlen, so muß das Ocular eine solche Stellung haben, daß die lebhaftern Strahlen parallel oder divergent ins Auge kommen, wie es dem deutlichen Sehen gemäß ist.

364. §.

Die Anordnung eines Sternrohrs zu finden, wenn das Objectiv aus zweyen oder dreyen Linsen von verschiedenen Glasarten zusammen gesetzt seyn soll.

Aufl. Aus der gegebenen Vergrösserungszahl sucht man dem 351. §. gemäß die Abmessungen des zusammengesetzten Objectivs.

1.) Mit dem doppelten Objectiv verbinde man ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite in der Entfernung von $(\frac{1}{2}\frac{1}{4}\,m + \frac{1}{2})$ Zoll: denn dies Objectiv ist mit einem einfachen gleichgültig, dessen Brennweite $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll betrüge (351. §. 1. Fall.) und dazu gehört ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite. Des doppelten Objectivs Brennweite ist $p' = \frac{1}{2}\frac{1}{4}\,m$ Zoll, des Gesichtsfeldes Halbmesser $\varphi = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{x'}{\Pi} = \frac{2x'}{m+1}$, $x = 0{,}02\,m$ Zoll, $y = \frac{1}{m}x = 0{,}02 = \frac{1}{5\,6}$ Zoll.

2.) Des

2.) Des dreyfachen Objectivs Brennweite ist $p' = \frac{10}{41} m$, und des gleichgültigen einfachen Objectivs Brennweite $\Pi = \frac{1}{4} m$. Dazu gehört ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite in der Entfernung $(\frac{10}{41} m + \frac{1}{4})$ Zoll; auch ist ferner $\varphi = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{x'}{\Pi} = \frac{4x'}{m+1}$, und y bleibt $\frac{1}{50}$ Zoll.

Für $m = 100$ ist beym doppelten Objectiv $p' = 46\frac{2}{3}$ Zoll, und beym dreyfachen Objectiv nur $p' = 24{,}4$ Zoll, also thut das dreyfache Objectiv ohngefehr dieselben Dienste, wie ein Objectivspiegel. Denn nach der Tabelle, die aus dem Smithschen Lehrbegriffe im 323 §. ist mitgetheilt worden, vergrössert ein Telescop 102mahl, wenn der Objectivspiegel 2 Fuß Brennweite hat.

365. §.

Dem Astronomischen Fernrohr durch die Verbindung zweyer Oculare die Einrichtung zu geben, daß der farbichte Rand gehoben, auch das Gesichtsfeld möglichst grösser werde.

Aufl. Das Objectiv sey einfach, oder wenn es zusammengesetzt ist, so werde es wie eine einfache demselben gleichgültige Linse betrachtet. Ferner muß, wie im 359. §. $c = r$ seyn, also erhält man aus dem 282. §. zur Hebung des farbichten Randes $\pi\beta + \pi' r = 0$. Für das Gesichtsfeld ist $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$, 288. §. und damit dasselbe möglichst groß ausfalle, muß $\pi' = -\pi$ seyn. Dieser Werth in die vorige Glei-

Gleichung gesetzt, giebt $\beta = r$. Das Ocular zunächst am Auge muß conver seyn, damit nicht wie bey Fernröhren der ersten Art das Auge hart daran gehalten werden müsse; alsdenn ist r positiv, mithin auch $\beta = \frac{bq}{b-q}$, und um deßwillen b negativ. Solchergestalt wird das erste Bild ein bloß geometrisches, das zweyte kommt zwischen beyden Ocularen zum Vorschein, und das Fernrohr gehört zur zweyten Art.

Weiter wird die Vergrösserungszahl $m = \frac{\alpha\beta}{br}$

$= -\frac{p}{b}$, und der Gegenstand erscheint umgekehrt, weil die Gläser folgende Stellung gegen einander haben. Die auf das Objectiv PP mit der Axe parallel fallenden Strahlen würden nach der Brechung ihren Vereinigungspunct in F haben: sie werden aber vom ersten Ocular QQ aufgehangen, und nun so gebrochen, daß sie in G wirklich zusammen, hinter G aber wieder aus einander laufen, da sie dann das zweyte Ocular RR wieder auffängt, und in die mit der Axe parallele Lage bricht. Der vom Rande des Objects kommende Hauptstrahl eA trift das erste Ocular in Q, und würde nach der Brechung die Axe in O schneiden. Er wird aber vorher vom zweyten Ocular bey R aufgefangen und in die Lage RO′ gebrochen. In O′ also muß das Auge stehen, und der Winkel CO′R kommt hier als negativ in Rechnung, weil seine Lage derjenigen entgegen gesetzt ist, welche die 114 Figur annimmt, worauf sich die allgemeinen Formuln gründen.

141 Fig.

Auſſer-

Ausserdem verwandelt sich die allgemeine Gleichung $\pi q = (\alpha + b)\,\varphi$ (222. §.) in folgende $\pi q = x' = (p - b)\varphi = \left(1 - \frac{b}{p}\right) p\varphi$, oder $\pi q = \frac{m-1}{m} p\varphi$. Hier setze man $\varphi = -\frac{2\pi}{m-1}$, und nehme m negativ, also $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$, so erhält man $q = \frac{2(m-1)}{m(m+1)} p$. Weiter ist $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b}$, und $\frac{1}{b} = -\frac{m}{p}$, also $\frac{1}{\beta} = \frac{m(m+1)}{2(m-1)p} + \frac{m}{p} = \frac{m(m+1) + 2m(m-1)}{2(m-1)p}$, und $\beta = \frac{2(m-1)p}{m(3m-1)} = r = c$. Für den Ort des Auges ist $CO' = -\frac{\pi' r}{m\varphi}$ (228. §. wenn in der dortigen allgemeinen Formul m negativ genommen wird), und hier $\varphi = \frac{2\pi}{m+1} = -\frac{2\pi'}{m+1}$, also $CO' = \frac{\pi' r}{m} : \frac{2\pi'}{m+1} = \frac{(m+1)r}{2m}$. Das Gesichtsfeld wird doppelt so groß, als beym einfachen Ocular.

Huygens (Dioptr. Prop. 51.) giebt schon ein Sternrohr mit zweyen convexen Augengläsern an: allein

allein seine Einrichtung ist nicht so vollkommen, als die hier beschriebene. Man sehe davon H. Klügels Analytische Dioptrik 2 Th. 5. Absch. 437. §. 184. S.

In der allgemeinen Gleichung $d\varphi = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}\right)\frac{\alpha\beta x}{bc}$ setze man $\alpha = p$, $\beta = c = r$, so wird $d\psi = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{1}{b} + \frac{b}{p}\cdot\frac{1}{q} + \frac{b}{p}\cdot\frac{1}{r}\right)x$. Weil nun $\frac{b}{p} = -\frac{1}{m}$ ist, also $\frac{1}{b} = -\frac{m}{p}$, so wird $d\psi = -\frac{dn}{n-1}\left(\frac{m}{p} + \frac{1}{m}\cdot\frac{1}{q} + \frac{1}{m}\cdot\frac{1}{r}\right).x$. Wenn die Zahl m etwas groß ist, so hat man nahe genug $q = \frac{2p}{m}$, $\beta = c = r = \frac{2p}{3m}$, also in dem Fall $d\psi = -\frac{dn}{n-1}\left(\frac{m}{p} + \frac{1}{2p} + \frac{2}{2p}\right)x$ oder

$$d\psi = -\frac{dn}{n-1}(m+2)\frac{x}{p}.$$

Wenn nur ein Ocular gebraucht wird, so ist $d\psi = \frac{dn}{n-1}\cdot(m+1)\frac{x}{p}$ (362. §.) also wird die

Farben=

Farbenzerstreuung in der Axe beym Gebrauch zweyer Oculare sehr wenig grösser, als beym Gebrauch eines einzigen. Darum kann für eine gegebene Vergrösserung das Objectiv von gleicher oder höchstens von einer um etwas weniges grössern Brennweite genommen werden, wie in dem Fall geschehen würde, wenn man es zum einfachen Ocular wählte.

Aus dem 302. §. hat man den Halbmesser der Undeulichkeit wegen der Gestalt

$$u = \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{b^4}{pq^3}\lambda' + \frac{b^3}{pq\beta^3}\nu + \frac{c^4b^4}{pr^3\beta^4}\lambda''\right),$$

und es ist $\beta = c = r$, auch ist b negativ, nemlich $b = -\frac{p}{m}$, also

$$u = \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{b^4}{pq^3}\lambda' - \frac{b^3}{pqr^3}\nu + \frac{b^4}{pr^3}\lambda''\right).$$

Wenn alsdenn die Zahl m einigermassen beträchtlich ist, und $q = \frac{2p}{m}$, $r = \frac{2p}{3m}$ angenommen werden kann; so ist $\frac{b}{p} = \frac{1}{m}$, $\frac{b}{q} = \frac{1}{2}$, $\frac{b}{r} = \frac{3}{2}$, $\frac{r}{p} = \frac{2}{3m}$. Das giebt

$$u = \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{1}{2m}\left(\frac{1}{4}\lambda' - \frac{3}{2}\nu\right) + \frac{1}{m}\cdot\frac{27}{8}\lambda''\right).$$

Für die am wenigsten brechbaren Strahlen, wenn $n = 1{,}53$ gesetzt wird, und die Gläser gleichseitig sind, ist $\lambda = 1{,}60006$. (291. §. num. 3.) Eben

so groß ist λ'', weil $\gamma = \infty$. (Man vergleiche den 290. §. num. 4.)

Um für das erste Ocular λ' zu finden, setzt man beyde Halbmesser dieses Oculars gleich, also vermöge des 291. §. num. 2. $\frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \cdot \frac{b - \beta}{b + \beta} = \sqrt{(\lambda' - 1)}$, da dann $15{,}01 = \lambda' - 1$, und $\lambda' = 16$ gefunden wird, welches ein ziemlich beträchtlicher Werth ist. Man findet indessen das zweyte Glied des zusammengesetzten Factors $\frac{1}{2m}\left(\frac{1}{4}\lambda' - \frac{3}{2}\nu\right) = \frac{1{,}838}{m}$, und das dritte Glied $\frac{1}{m} \cdot \frac{27}{8}\lambda'' = \frac{5{,}4}{m}$, beyder Summe $= \frac{7{,}24}{m}$. Demnach ist doch die Abweichung, so weit sie die Oculare verursachen, nur geringe in Vergleichung mit derjenigen, die vom Objectiv herrührt.

366. §.

Wenn die Vergrösserungszahl $m = 50$ seyn soll, so würde man für ein Ocular die Brennweite des Objectivs aus dem 362. §. finden. Die Voraussetzung $y = \frac{1}{50}$ Zoll, und $u = 1$ Sec. würde $p = 0{,}85764\, m \sqrt[3]{(m + 1)}$ geben, also $p = 159$ Zoll oder $13\frac{1}{4}$ Fuß. Nimmt man statt dessen $p = 6$ Fuß, wie es nach Huygens Tafel (278. §. angehet, so wird der Halbmesser der Undeutlichkeit $u = \frac{13{,}25^3}{6^3}$. 1 Sec.

= 1 Sec. = 10,68 Sec. Man ſetze auch in der Gleichung $d\psi = \frac{m(m+1)}{2750p}$ den Werth $p = 72$ Zoll, ſo findet man $d\psi = \frac{50 \cdot 51}{2750 \cdot 72} = \frac{51}{55 \cdot 72}$, oder $d\psi = \frac{3438 \cdot 51}{55 \cdot 72} = \frac{382 \cdot 51}{55 \cdot 8} = \frac{191 \cdot 51}{55 \cdot 36}$ beynahe 5 Minuten, welches ſehr wenig zu ſagen hat. Der farbichte Rand iſt wenigſtens gröſtentheils gehoben: alſo muß ſich ein ſehr gutes Fernrohr auf folgende Art anordnen laſſen.

Es wird $p = 72$ Zoll, $q = \frac{2(m-1)}{m(m+1)}p =$ 2,77 Zoll, $r = \frac{2(m-1)p}{m(3m-1)} = \frac{(m+1)}{(3m-1)}q$ = 0,95 Zoll, $b = \frac{1}{50}p = 1{,}44$ Zoll. Die Gläſer werden alle gleichſeitig, und der Oefnungshalbmeſſer des Objectivs $x = my = 1$ Zoll, weil $y = \frac{1}{50}$ Zoll. Die Entfernung des Auges vom nächſten Ocular $CO' = \frac{(m+1)r}{2m} = \frac{51 \cdot 0{,}95}{100} = 0{,}4845$ Zoll. Die Oefnungshalbmeſſer der Oculare und des Geſichtsfeldes hängen übrigens ſo von einander ab, daß $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$ iſt. Wenn alſo $\pi = \frac{1}{4}$ geſetzt wird, ſo hat man $\varphi = \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1}{102}$, oder $\varphi = \frac{3438}{102} = 33' 42''$. Alsdenn wird der Oefnungs-

durchmesser eines jeden Oculars der halben Brennweite desselben gleich. Noch ist $p - b = 70{,}56$ Zoll, $\beta + c = 2r = 1{,}9$, also die Länge des ganzen Rohrs vom Objectiv bis zum zweyten Ocular $p - b + 2r = 72{,}46$ Zoll. Das zweyte Ocular läßt man beweglich, damit es nach der Beschaffenheit des Auges gestellet werden könne.

367. §.

Das astronomische Fernrohr mit zweyen erhabenen Augengläsern statt des einfachen Objectivs mit einem zusammen gesetzten zu versehen.

Aufl. 1. Fall. Das Objectiv sey doppelt mit der Brennweite p', so ist $p' = \frac{1}{2}\frac{1}{4}m$ Zoll, die Brennweite des demselben gleichgültigen einfachen Objectivs $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll. In den Formuln des 365. §. brauche man diesen Werth $\Pi = \frac{1}{2}m$ statt p, so findet man

$$q = \frac{m-1}{m+1} \text{ Zoll, und } r = \frac{m-1}{3m-1} \text{ Zoll, } b = \tfrac{1}{2} \text{ Zoll,}$$

$$\beta = r = \frac{m-1}{3m-1} \text{ Zoll: mithin wird die Entfernung}$$

des ersten Oculars vom Objectiv $= (\frac{1}{2}\frac{1}{4}m - \frac{1}{2})$ Zoll, die Entfernung der Oculare von einander $= 2r = \frac{2(m-1)}{3m-1}$ Zoll, die ganze Länge des Rohrs vom Objectiv bis zum zweyten Ocular $= \left(\frac{11}{24}m - \frac{1}{2} + \frac{2(m-1)}{3m-1}\right)$ Zoll. Das Auge steht hinter dem letzten Ocular in der Entfernung

CO'

$CO' = \frac{m+1}{2m} \cdot \frac{m-1}{3m-1}$ Zoll, oder beynahe CO' $= (\frac{1}{6} + \frac{1}{18m})$ Zoll, wenn m etwas groß ist.

Die Farbenzerstreuung in der Axe, die von den Ocularen entsteht, wird hiebey nicht gehoben, wenn gleich das Objectiv die erwünschte Vollkommenheit hat. Unstreitig wäre es am besten, wenn das wirkliche Bild, welches nach dem ersten Ocular entsteht, so rein als möglich geliefert würde, damit es völlig wie ein wirklicher Gegenstand durch das zweyte Ocular könnte betrachtet werden. Zu dem Ende müste man die Zerstreuung, die beym Durchgang des Lichts durchs Objectiv und das erste Ocular geschicht, in eine Formul bringen, und $= 0$ setzen. Dies wäre noch besser, als wenn man die gesammte Zerstreuung durch alle Gläser aufhöbe, weil dadurch die Undeutlichkeit nur für eine gewisse Stellung der Gläser gehoben wird, auf jene Art aber für jede Stellung des letzten Oculars das betrachtete Bild rein ist, und nur die wenig bedeutende Zerstreuung durch das letzte Ocular übrig bleibt.

Wenn $m = 50$ ist, so wird $p' = 22\frac{1}{12}$ Zoll, und wenn das im 343. §. berechnete Objectiv gebraucht wird, so hat man aus dem 351. §. folgende Einrichtung

	1. Linse.	2. Linse.
Die Brennweite = = =	4,54 Zoll	− 5,09 Zoll
Halbmesser der Vorderfläche	4,37 =	− 4,37 =
Halbmesser der Hinterfläche	5,36 =	− 9,10 =

Der Oefnungshalbmesser $x = 1,1$ Zoll,
Die Entfernung der Linsen 0,38 Zoll.

Weiter ist $b = \frac{1}{2}$ Zoll, $p' - b = 22\frac{5}{12}$ Zoll $= 22{,}42$ Zoll, des ersten Oculars Brennweite $q = \frac{49}{51} = 0{,}96$ Zoll, und jeder Halbmesser $= 1{,}02$ Zoll, des zweyten Brennweite $r = \frac{49}{149} = 0{,}33$ Zoll, jeder Halbmesser $= 0{,}35$ Zoll. Das Auge steht $\frac{1}{6}$ Zoll hinter dem letzten Ocular, des Gesichtsfeldes Halbmesser $\varphi = 33' 42''$, und der Oefnungsdurchmesser eines jeden Oculars ist seiner halben Brennweite gleich. Die Länge des Rohrs vom Objectiv bis zum letzten Ocular $= 23{,}8$ Zoll.

2. Fall. Für das dreyfache Objectiv ist die Brennweite $p' = \frac{10}{41} m$ Zoll, des gleichgültigen einfachen Objectivs Brennweite $\Pi = \frac{1}{4} m$ Zoll, ferner

$$q = \frac{m-1}{2(m+1)} \text{ Zoll}, \quad r = \frac{m-1}{2(3m-1)} \text{ Zoll}, \quad b = \frac{1}{4}$$

Zoll, $\beta = c = r$. Die Entfernung des Objectivs vom ersten Ocular $= (\frac{10}{41} m - \frac{1}{4})$ Zoll, des ersten Oculars vom zweyten $= \frac{m-1}{3m-1}$ Zoll, die Entfernung des Auges $CO' = \frac{m+1}{2m} \cdot \frac{m-1}{2(3m-1)}$ Zoll $= \frac{1}{12}$ Zoll. Das Gesichtsfeld und die Oefnungsmasse der Oculare bleiben, wie vorhin.

Bleibt $m = 50$, so ist $p' = 12{,}195$ Zoll, $q = 0{,}48$ Zoll, $r = 0{,}165$ Zoll, $p' - b = 11{,}945$ Zoll, $2r = 0{,}33$ Zoll, also die Länge des Rohrs $= 12{,}275$ Zoll. Wählt man die Einrichtung des dreyfachen Objectivs aus dem 349. §., so ist vermöge des 351. §.

Brenn-

	1. Linse.	2. Linse.	3. Linse.
Brennweite in Zollen	5,34	— 3,32	5,45
Halbmess. d. Vorderfläche	6,41	— 3,84	3,84
Halbmess. der Hinterfläche	5,06	— 3,84	11,66

Der Oefnungshalbmesser = 0,96 Zoll,
Die Entfernung der Linsen = 0,275 Zoll.

368. §.

Bey der zuletzt beschriebenen Anordnung mit dem dreyfachen Objectiv ist zu erinnern, daß die Brennweite des zweyten Oculars zu klein ausfällt, weil sie nur $\frac{1}{6}$ Zoll ohngefehr ausmacht. Auch fällt das Bild zu nahe an das erste Ocular, und deßwegen ist zu besorgen, daß die Flecken in diesem Glase die Vorstellung undeutlich machen dürften. Daher scheint in diesem besondern Fall ein doppeltes Objectiv brauchbarer als ein dreyfaches zu seyn. Man kann indessen der Unbequemlichkeit, daß das zweyte Ocular eine zu kleine Brennweite erhalten würde, dadurch abhelfen, daß man anstatt des einen Glases, welches das Bild zu betrachten diente, zwey nimmt, wovon jedes eine längere Brennweite erhält.

Das Objectiv in A breche die mit der Axe parallel darauf einfallenden Strahlen nach F, und das erste Ocular, welches sie in B auffängt, breche sie aufs neue nach G so, daß in G ein wirkliches Bild zu Stande kommt, wovon sich die Strahlen aufs neue wieder über das zweyte Ocular in C verbreiten, und von demselben in die auseinanderfahrende Lage gebrochen werden, als kämen sie aus dem Zerstreuungspunct H her. Das dritte Ocular in D muß sie hiernächst so brechen, daß selbige wieder in die mit 142 Fig.

der Axe parallele Lage kommen. Diesemnach wird $AB = p - b$, und b negativ, $BC = \beta + c$, $CD = -\gamma + d$, und γ negativ. Damit ferner, wie hier erfodert wird, δ unendlich groß werde, muß $d = s$ seyn.

369. §.

Das astronomische Fernrohr mit dreyen Ocularen und dem einfachen Objectiv so anzuordnen, daß der farbichte Rand gehoben, und das Gesichtsfeld möglichst groß werde.

142 Fig. Aufl. Zur Hebung des farbichten Randes erhält man aus dem 283. §. die Gleichung

$$\pi + \pi' \cdot \frac{c}{\beta} + \pi'' \cdot \frac{cs}{\beta\gamma} = 0,$$

und des Gesichtsfeldes Halbmesser ist $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m + 1}$

(228. §.) Damit dasselbe möglichst groß werde, sey $\pi = \pi''$, und $\pi' = -\pi$: alsdenn muß der Hauptstrahl AQR das Glas RR unterhalb der Axe schneiden, und weil π'' und π einerley Zeichen behalten, so schneidet der Hauptstrahl auch das dritte Ocular SS, so wie das erste unterhalb der Axe. Diese Voraussetzungen, wenn auch γ negativ genommen wird, geben

$$1.)\ 1 - \frac{c}{\beta} - \frac{cs}{\beta\gamma} = 0, \quad 2.)\ \varphi = \frac{3\pi}{m + 1}.$$

Ferner ist 3.) $m = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$, und aus dem 222. §. hat

man

man $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, $\pi' r = \frac{\alpha\beta}{b} \cdot \varphi + c(\pi - \varphi)$, also hier

$$\pi q = (p - b)\varphi, \quad -\pi r = c(\pi - \varphi) - \frac{p\beta}{b}\varphi,$$

oder $\pi r = \frac{p\beta}{b}\varphi - c(\pi - \varphi)$. Wird hier der Werth $\varphi = \frac{3\pi}{m+1}$ gebraucht, so giebt das

4.) $q = \frac{3(p-b)}{m+1}$, 5.) $r = \frac{3p\beta}{b(m+1)} - \frac{(m-2)c}{m+1}$.

Hiezu kommen noch die Gleichungen $\beta = \frac{bq}{b-q}$, oder $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b}$, und $\gamma = \frac{c \cdot r}{c - r}$, oder $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{c}$: diese verwandeln sich, weil b und γ negativ sind, in folgende 6.) $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{b}$, und 7.) $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{c} - \frac{1}{r}$. Unter den hier vorkommenden Grössen wird m als gegeben angesehen, und für π ein Werth willkührlich angenommen, der sich auch durch das Gesichtsfeld bestimmet. Von den sechs Grössen b, β, c, γ, $s = d$, und φ werden fünf durch die angezeigten Gleichungen bestimmt. Eine davon wird willkührlich so genommen, daß die Brennweiten der letzten beyden Oculare nicht zu klein ausfallen.

Die Gleichung n. 1. giebt $\frac{cs}{\beta\gamma} = 1 - \frac{c}{\beta}$, also $\frac{s}{\gamma} = \frac{\beta}{c} - 1$, und $\frac{s-\gamma}{\gamma} = \frac{\beta}{c} - 2$. Damit dieſe Zahl, wie erfodert wird, poſitiv bleibe, weil CD $= s - \gamma$ poſitiv iſt, muß $\frac{\beta}{c} > 2$ ſeyn. Es ſey alſo $\frac{\beta}{c} = k$, und $k > 2$, ſo iſt $\frac{s}{\gamma} = k - 1$. Ferner war $m = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$, alſo $-\frac{p}{b} = \frac{-mcs}{\beta\gamma} = \frac{m(k-1)}{k}$, und $\frac{p}{b} - 1 = \frac{mk - m - k}{k}$. Aus der Gleichung n. 4. wird $\frac{q}{b} = \frac{3}{m+1} \cdot \left(\frac{p}{b} - 1\right)$, oder $\frac{q}{b} = \frac{3(mk - m - k)}{(m+1)k}$. Weiter hat man auch

6.) $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{b}$, alſo $\frac{q}{\beta} = 1 + \frac{q}{b}$, mithin $\frac{q}{\beta} = \frac{(m+1)k + 3(mk - m - k)}{(m+1)k} = \frac{4mk - 2k - 3m}{(m+1)k}$.

Ueberdem iſt $\frac{\beta}{b} = 1 - \frac{\beta}{q}$, alſo $\frac{\beta}{b} = 1 - \frac{(m+1)k}{4mk - 2k - 3m}$, oder $\frac{\beta}{b} = \frac{3(mk - k - m)}{4mk - 2k - 3m}$.

In der Gleichung n. 5. ſetze man $\frac{p}{b} = \frac{m(k-1)}{k}$,

und

und $\frac{\beta}{c} = k$, so wird $\frac{r}{c} = \frac{3m(k-1)}{m+1} - \frac{m-2}{m+1}$
$= \frac{3mk - 4m + 2}{m+1}$. Das in die Gleichung n. 7.)
$\frac{r}{\gamma} = \frac{r}{c} - 1$ gesetzt giebt $\frac{r}{\gamma} = \frac{3mk + 1 - 5m}{m+1}$ und
$\frac{\gamma}{c} = \frac{\gamma}{r} + 1 = \frac{3mk - 4m + 2}{-5m + 3mk + 1}$. Endlich ist
noch $s = \frac{p\beta\gamma}{bcm}$, und $\frac{p}{b} \cdot \frac{\beta}{c} = m(k-1)$, mithin $s = (k-1)\gamma$. Aus diesen Gleichungen hat man

$$b = \frac{kp}{m(k-1)}, \quad q = \frac{3(mk - m - k)p}{m(m+1)(k-1)},$$

$$\beta = \frac{3(mk - k - m)kp}{m(k-1)(4mk - 2k - 3m)}, \quad r = \frac{-5m + 3mk + 1}{m+1}\gamma,$$

$$c = \frac{\beta}{k} = \frac{3(mk - k - m)p}{m(k-1)(4mk - 2k - 3m)}, \quad s = (k-1)\gamma = d,$$

$$\gamma = \frac{3mk - 4m + 2}{-5m + 3mk + 1}.$$

In diesen Gleichungen muß $k > 2$ und so angenommen werden, daß die Brennweiten r und s nicht zu klein ausfallen. Diesen Bedingungen leistet die Voraussetzung $k = \frac{5}{2}$ ein Genüge, und man erhält

$$b = \frac{5p}{3m}, \qquad q = \frac{(3m-5)p}{m(m+1)}$$

$$\beta = \frac{5(3m-5)p}{m(14m-10)}, \quad r = \frac{(7m+4)(3m-5)p}{2m(m+1)(7m-5)}$$

$c =$

$$c = \frac{(3m-5)p}{m(7m-5)} \qquad s = \frac{3(7m+4)(3m-5)p}{2m(7m-5)(5m+2)}.$$

$$\gamma = \frac{(7m+4)(3m-5)p}{m(7m-5)(5m+2)}$$

Die Entfernung des Auges vom letzten Ocular ist $DO'' = \frac{\pi'' s}{m\Phi}$ (228. §.) also hier $DO'' = \frac{(m+1)s}{3m}$. Um des Gesichtsfeldes willen macht man alle Oculare gleichseitig. Wenn die Vergrösserungszahl etwas groß ist, so ist nahe genug $q = \left(3 - \frac{8}{m}\right)\frac{p}{m}$, $r = \left(\frac{3}{2} - \frac{29}{14m}\right)\frac{p}{m}$, $s = \left(\frac{9}{10} - \frac{123}{175m}\right)\frac{p}{m}$. Auch hat man alsdenn $b = \frac{5p}{3^m}$, $\beta = \left(\frac{3}{14} - \frac{10}{49m}\right)\frac{5p}{m}$, $c = \frac{2}{5}\beta = \left(\frac{3}{14} - \frac{10}{49m}\right)\frac{2p}{m}$, $\gamma = \left(\frac{3}{5} - \frac{82}{175m}\right)\frac{p}{m}$, $d = s$, also ferner $AB = p - b = \left(1 - \frac{5}{3m}\right)p$, $BC = \beta + c = \frac{7}{5}\beta = \left(\frac{3}{2} - \frac{10}{7m}\right)\frac{p}{m}$, $CD = d - \gamma = \left(\frac{3}{10} - \frac{41}{175m}\right)\frac{p}{m}$.

Für eine gegegebe Vergrösserungszahl m kann die Brennweite des Objectivs eben so gesucht werden, als

als wenn man nur ein oder zwey Oculare brauchen wollte. (362. 365. 366. §.) Denn die Formuln für die Farbenzerstreuung ergeben, daß bey einerley Brennweite des Objectivs der Antheil, welchen die Oculare daran haben, in Vergleichung mit demjenigen, welcher vom Objectiv herrührt, nur geringe sey.

Wenn $m = 50$ ist, so kann des Objectivs Brennweite $p = 72$ Zoll seyn: (366. §.) alsdenn sind die Brennweiten dreyer dazu gehöriger Oculare folgende, des ersten 4,09 Zoll, des zweyten 2,07 Zoll, des dritten 1,26 Zoll. Die halbe Oefnung des Objectivs ist 1 Zoll, und die halbe Oefnung eines jeden Oculars der vierte Theil seiner Brennweite. Alsdenn beträgt des Gesichtsfeldes Halbmesser $\frac{3\pi \cdot 3438}{m+1}$ Min. $= 50'33''$. Noch wird AB = 69,6 Zoll, BC = 2,12 Zoll, CD = 0,43 Zoll, die Entfernung des Auges DO″ = 0,43 Zoll.

370. §.

Das astronomische Fernrohr, wenn drey Oculare gewählt sind, mit dem zusammengesetzten Objectiv zu versehen.

1. Fall. Des doppelten Objectivs Brennweite p' ist $= \frac{1}{2}\frac{1}{4}m$ Zoll, und des demselben gleichgültigen einfachen Objectivs Brennweite $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll, auch hat man aus dem 351. §. leicht die Abmessungen für beyde Linsen. Man setzt also nun $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll statt p in den gefundenen Formuln, so findet man leicht alle gesuchte Abmessungen.

Ist

Ist m etwas groß, so wird $q = \frac{3}{2} - \frac{4}{m}$,

$r = \frac{3}{4} - \frac{29}{28m}$, $s = \frac{9}{20} - \frac{123}{350m}$, alles in Zollen. Ferner $b = \frac{5}{6}$ Zoll, $AB = p' - b = \left(\frac{11}{24}m - \frac{5}{6}\right)$ Zoll, $BC = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{7m}\right)$ Zoll, $CD = \left(\frac{3}{20} - \frac{41}{350m}\right)$ Zoll, die Entfernung des Auges $DO'' = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3m}\right)s = \frac{3}{20} + \frac{23}{700m}$.

2. Fall. Für das dreyfache Objectiv ist die Brennweite $p' = \frac{10}{41}m$ Zoll und die Brennweite des gleichgültigen einfachen $\Pi = \frac{1}{4}m$. Die Abmessungen für die drey Linsen hat man aus dem 351. §. Uebrigens setzt man nun $\Pi = \frac{1}{4}m$ Zoll statt p in den Formuln des 369. §., so werden alle gesuchte Abmessungen des Fernrohrs leicht gefunden. Die Entfernung des ersten Oculars vom Objectiv ist $(\frac{10}{41}m - 1\frac{5}{12})$ Zoll, die übrigen Entfernungen, und die Brennweiten der Oculare werden nur halb so groß als vorhin.

371. §.

Um alles unordentliche Licht abzuhalten, das durch die Zurükstrahlung von den Glasflächen oder vom innern Umfang der Röhre entsteht, auch wegen der Farben oder wegen der von der Kugelgestalt herrührenden Abweichung vielleicht zerstreuet ist, stellet man

man Ringe zwischen den Gläsern im Fernrohr, und zwar am besten an der Stelle des wirklichen Bildes. Man nennt sie **Blendungen**, und die Oefnung einer solchen Blendung muß dem Bilde gleich seyn; nicht kleiner, um das Gesichtsfeld nicht zu verkleinern, nicht grösser, um das unordentliche Licht möglichst abzuhalten.

In dem Sternrohr mit dem einfachen Ocular ist des Bildes Halbmesser $= \alpha\varphi$, (217. §.) $= \frac{\pi p}{m+1}$. (362. §.) So groß ist auch der Oefnungshalbmesser der Blendung, mithin sehr wenig kleiner als der Oefnungshalbmesser des Oculars $\pi q = \frac{\pi p}{m}$.

Im Sternrohr mit zweyen Ocularen ist des wirklichen Bildes Halbmesser $= \frac{\beta\varphi}{b} p$, und $\frac{\beta}{b} = \frac{2(m-1)}{3m-1}$ (365. §.) $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$, also eben der Halbmesser $= \frac{4(m-1)\pi}{(m+1)(3m-1)} p$. Für das Sternrohr mit dreyen Ocularen findet man eben so des Bildes, oder der Blendung Halbmesser $= \frac{\beta\varphi}{b} p$; aus dem 369. §. hat man $\frac{\beta}{b} = \frac{3(3m-5)}{14m-10}$, und $\varphi = \frac{3\pi}{m+1}$, also ist dieser Halbmesser $= \frac{9(3m-5)\pi}{(m+1)(14m-10)} p$.

372. §.

372. §.

Das Erdfernrohr mit dem einfachen Objectiv und dreyen Augengläsern so anzuordnen, daß der farbichte Rand gehoben, und das Gesichtsfeld möglichst groß werde.

121 Fig. Aufl. Man hat folgende allgemeine Gleichungen. Wegen Hebung des farbichten Randes

1.) $\pi + \frac{\pi' c}{\beta} + \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0$, und des Gesichtsfeldes Halbmesser ist 2.) $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m + 1}$. Dazu kommt 3.) $m = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$, 4.) $\pi q = (p + b)\varphi$, und 5.) $\pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$. Weiter ist 6.) $\beta = \frac{bq}{b - q}$, 7.) $\gamma = \frac{cr}{c - r}$, und es wird $AB = p + b$. Wenn ferner G nach der Seite hin fällt, wo das Auge befindlich ist, über das Glas RR hinaus, so ist $BC = \beta - c$. Ueberdem $CD = \gamma + d$, und δ wird unendlich groß, so wie $d = s$ seyn muß.

Demnach ist c negativ, und dieser Voraussetzung gemäß verwandeln sich die allgemeinen Gleichungen in folgende. Der Hauptstrahl AQRS muß das letzte Ocular oberhalb der Axe in S treffen, also muß $x''' = \pi'' r$ negativ, und eben darum Π'' negativ seyn, weil r positiv bleiben soll. Ferner wird

die

die Vergrösserungszahl m negativ, also $\varphi = \frac{-\pi'' - \pi' + \pi}{-m+1}$, oder 2.) $\varphi = \frac{\pi'' + \pi' - \pi}{m-1}$:

auch wird aus n. 1. $\pi - \frac{\pi' c}{\beta} + \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0$, und aus n. 5. wird $\frac{\pi' r}{e} = \left(\frac{p\beta}{bc} + 1\right)\varphi - \pi$. Man nehme noch weiter $b = q$ an, so wird β unendlich groß, eben darum auch e, mithin $\frac{\beta}{e} = 1$, und n. 1.) $\pi - \pi' + \frac{\pi'' d}{\gamma} = 0$ oder $\pi = \pi' - \frac{\pi'' d}{\gamma}$.

Weiter wird aus n. 5.) gefunden $0 = \left(\frac{p}{b} + 1\right)\varphi - \pi$, oder $\pi = \left(\frac{p}{b} + 1\right)\varphi$, und diese Gleichung ist nun mit n. 4.) einerley, weil der Voraussetzung gemäß $b = q$ ist: auch aus n. 7.) wird $\gamma = r$. Damit das Gesichtsfeld möglichst groß werde, nehme man $\pi' = \pi''$, so ist $\varphi = \frac{2\pi' - \pi}{m-1}$, und $\pi = \pi'\left(1 - \frac{d}{\gamma}\right)$. Ueberdem wird nun $m = \frac{p\gamma}{bs}$, und $d = s$; also $\frac{s}{\gamma} = \frac{d}{\gamma} = \frac{p}{mb}$, und $\pi = \pi'\left(1 - \frac{p}{mb}\right)$.

In der Gleichung $\pi = \left(\frac{p}{q} + 1\right)\varphi$ setze man $\varphi = \frac{2\pi' - \pi}{m-1}$, so erhält man $\pi = \frac{p+q}{q} \cdot \frac{2\pi' - \pi}{m-1}$, also $\pi q(m-1) = (p+q)(2\pi' - \pi)$, oder $\pi(qm+p) = 2\pi'(p+q)$. Das mit $\pi = \pi'\left(1 - \frac{p}{mq}\right)$ dividirt giebt $(mq-p)(mq+p) = 2mq(p+q)$, mithin ferner $m^2q^2 - p^2 = 2mpq + 2mq^2$, und daraus wird $p^2 + 2mqp = (m^2 - 2m)q^2$, ferner $p^2 + 2mq \cdot p + m^2q^2 = 2m(m-1)q^2$, also $p = -mq \pm q\sqrt{2m(m-1)}$. Weil p positiv seyn muß, so muß der positive Werth der Wurzelgröſſe gebraucht werden.

Man setze $\frac{p}{q} = \mathrm{P}$, $\frac{r}{q} = \vartheta$, so ist $\mathrm{P} = -m + \sqrt{2m(m-1)}$, $q = \frac{p}{\mathrm{P}}$, $r = \vartheta \cdot q = \frac{\vartheta \cdot p}{\mathrm{P}}$. Die Gleichung $m = \frac{p\gamma}{bs} = \frac{pr}{qs}$ giebt nun $m = \frac{\vartheta \cdot p}{s}$, also $s = \frac{\vartheta \cdot p}{m}$.

Noch ist nöthig, die Entfernung BC zwischen dem ersten und zweyten Ocular zu suchen, welche nun nicht durch $\beta - c$ ausgedrückt werden kann, wenn β und c unendlich groß sind. Man setze $\frac{\mathrm{BC}}{p} = \eta$,

so

so ist auch $BC = BO + CO = \frac{\pi q + \pi' r}{\pi - \varphi}$. (220. §.)

Hier aber ist $q = \frac{P}{p}$, $\pi = (P+1)\varphi$, und $\pi - \varphi = P\varphi$, also $\frac{\pi}{\pi - \varphi} = \frac{P+1}{P}$, und es wird $\frac{\pi q}{\pi - \varphi} = \frac{(P+1)p}{P^2}$. Ferner war $\pi = \pi'\left(1 - \frac{p}{mq}\right)$, oder $\pi = \frac{m-P}{m} \cdot \pi'$, also wird $\pi' = \frac{m}{m-P}\pi$, oder $\pi' = \frac{m}{m-P} \cdot (P+1)\varphi$.

Weiter ist $r = \frac{\vartheta \cdot p}{P}$, und $\pi - \varphi = P\varphi$, also $\frac{\pi' r}{\pi - \varphi} = \frac{m(P+1)}{(m-P)P^2} \cdot \vartheta \cdot p$. Statt $P+1$ setze man $1 - m + \sqrt{2m(m-1)}$, so ist auch $m - P = 2m - \sqrt{2m(m-1)}$, und $\frac{m(P+1)}{m-P} = \frac{m\sqrt{2m(m-1)} + m - m^2}{2m - \sqrt{2m(m-1)}}$. Die Division giebt alsdenn diesen Werth $\frac{m(P+1)}{m-P} = \frac{1}{2}\sqrt{2m(m-1)}$, also ist $\frac{\pi' r}{\pi - \varphi} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{2m(m-1)}}{P^2}\vartheta p$, und man erhält $BC = \frac{(P+1)p}{PP} + \frac{\vartheta p\sqrt{2m(m-1)}}{2PP}$. Wird

also $\frac{BC}{p} = \eta$ gesetzt, so hat man $\eta = \frac{P + 1 + \frac{1}{2}\vartheta\sqrt{2m(m-1)}}{PP}$. Endlich ist noch CD $= \gamma + d = r + s = \left(\frac{\vartheta}{P} + \frac{\vartheta}{m}\right)p$, oder $CD = \left(\frac{1}{P} + \frac{1}{m}\right)\vartheta \cdot p$.

Für die Stelle des Auges ist die allgemeine Formul $DO'' = \frac{\pi'' s}{m\varphi}$, (228. §.) und sie behält diese Form, wenn auch den obigen Voraussetzungen gemäß π'' und m negativ angenommen werden. Hier $\frac{\pi''}{\varphi} = \frac{\pi'}{\varphi} = \frac{m(P+1)}{m-P} = \frac{1}{2}\sqrt{2m(m-1)}$, also $DO'' = \frac{\sqrt{2m(m-1)}}{2m}s$, oder $DO'' = \frac{\vartheta p}{m}\sqrt{\frac{m-1}{2m}}$. Aus der Gleichung $\pi' = \frac{m(P+1)\varphi}{m-P}$ hat man auch $\varphi = \frac{(m-P)\pi'}{m(P+1)}$, und weil $\frac{m(P+1)}{m-P} = \frac{1}{2}\sqrt{2m(m-1)}$ gefunden ist, so wird $\varphi = \frac{2\pi'}{\sqrt{2m(m-1)}}$, oder auch $\varphi = \frac{2\pi'}{m+P}$.

Dieses Gesichtsfeld ist grösser, als beym Sternrohr mit einem Augenglase. Es ist nemlich hier bey einer etwas ansehnlichen Vergrösserung beynahe

$\varphi =$

$\varphi = \frac{\pi'}{m}\sqrt{2}$, und beym Sternrohr, wenn das Augenglas das Oefnungsmaaß π' hätte, wäre $\varphi = \frac{\pi'}{m+1}$ beynahe $\frac{\pi'}{m}$: also jenes Gesichtsfeld im Verhältniß $\sqrt{2} : 1$ grösser als dieses.

Die Oculare werden alle gleichseitig wegen des Gesichtsfeldes, und die Oefnungsmaasse $\pi' = \pi''$ bestimmt man so, daß $\varphi = \frac{2\pi'}{\sqrt{2m(m-1)}}$ möglichst groß ausfalle. Wenn von der Abweichung wegen der Gestalt nichts zu fürchten ist, so kann man $\pi' = \pi'' = \frac{1}{4}$ annehmen: (342. §.) alsdenn hat man $\pi = \frac{m-P}{m}\pi'$ für das erste Ocular. Weil nun $m - P = 2m - \sqrt{2m(m-1)}$ gefunden ist, so hat man $\pi = \pi'\left(2 - \sqrt{\frac{2m(m-1)}{m^2}}\right)$. Bey einer etwas ansehnlichen Vergrösserung ist also sehr nahe $\pi = \pi'(2-\sqrt{2})$. Wegen der nöthigen Helligkeit kann aber diese Oefnung des ersten Oculars noch etwas grösser genommen werden.

Zum bequemern Gebrauch dieser Formuln hat Hr. Euler die folgende Tafel berechnet, und im Tomo XVIII. der neuen Petersb. Commentarien 482. S. mitgetheilt, woraus sie Hr. Klügel in der Anal. Dioptrik 201. S. ebenfalls genommen hat.

m	$\sqrt{2m(m-1)}$	P	η
10	13,416	3,416	$0{,}3784 + 1{,}1497 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
20	27,568	7,568	$0{,}1495 + 0{,}4813 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
30	41,713	11,713	$0{,}0927 + 0{,}3040 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
40	55,857	15,857	$0{,}0670 + 0{,}2221 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
50	70,000	20,000	$0{,}0525 + 0{,}1750 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
75	105,357	30,357	$0{,}0340 + 0{,}1143 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
100	140,712	40,712	$0{,}0252 + 0{,}0849 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
150	211,424	61,424	$0{,}0165 + 0{,}0560 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
200	282,135	82,135	$0{,}0123 + 0{,}0418 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
300	423,556	123,556	$0{,}0081 + 0{,}0277 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
400	564,978	164,978	$0{,}0061 + 0{,}0207 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$

Die allgemeine Formul für die Farbenzerstreuung in der Axe $d\psi = \frac{dn}{n-1}$

$$\left(\frac{1}{p} + \frac{b^2}{p^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{b^2c^2}{p^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r} + \frac{b^2c^2d^2}{p^2\beta^2\gamma^2}\cdot\frac{1}{s}\right)\frac{p\beta\gamma x}{bcd},$$

wenn man $\frac{c^2}{\beta^2} = 1$, $b = q$, $\gamma = r$, $d = s$ setzt, verwandelt sich in folgende

$$d\psi = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{1}{p} + \frac{q}{p^2} + \frac{qq}{p^2r} + \frac{qqs}{p^2r^2}\right)\frac{prx}{qs}.$$

Weil nun $\frac{pr}{qs} = m$, $\frac{q}{p} = \frac{1}{\mathrm{P}}$, $\frac{q}{r} = \frac{1}{\vartheta}$,

so wird $d\psi = \frac{dn}{n-1}\left(1 + \frac{1}{\mathrm{P}} + \frac{1}{\mathrm{P}\vartheta} + \frac{1}{m\vartheta}\right)\frac{mx}{p}$.

Die Undeutlichkeit wegen der Farben, soweit sie von den Oculären herrührt, ist immer in Vergleichung mit

mit derjenigen, welche das Objectiv allein verursachet, nicht sehr beträchtlich, wenn nur P etwas groß und $\vartheta > 1$ ist.

Den Halbmesser der Undeutlichkeit wegen der Gestalt, wenn eben die Voraussetzungen angenommen werden, findet man

$$= \frac{m\mu x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{P} + \frac{\lambda''}{P\vartheta^3} + \frac{\lambda'''}{m\vartheta^3}\right). \text{ (302. §.)}$$

Wenn alle Gläser von einerley Art und gleichseitig sind, so wird $\lambda = \lambda' = \lambda'' = \lambda''' = 1{,}60006$ für $n = 1{,}53$, weil von jedem eine Vereinigungsweite unendlich ist. (290. §. n. 1. und 4.) Der Antheil, den das zweyte und dritte Ocular an dieser Undeutlichkeit haben, kann beträchtlich werden, wenn $\vartheta < 1$ ist. Ist aber nur ϑ nicht kleiner als 1, so haben die Oculare nicht viel Antheil an dieser Undeutlichkeit, und der gröste Theil rührt vom Objectiv her. Daher kann man für eine gegebene Vergrösserung die Brennweite des Objectivs, wenn es einfach ist, noch so bestimmen, als wenn nur ein Ocular, wie beym Sternrohr damit verbunden werden sollte.

In einem solchen Erdfernrohr wird die Blendung 121
am besten im Durchschnitt O der Hauptstrahlen mit Fig.
der Axe zwischen dem ersten und zweyten Ocular angebracht, in der Entfernung $BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$ vom ersten Ocular, oder $BO = \frac{(P+1)q}{P}$. Ihr Oefnungshalbmesser wird so groß gemacht, als der wegen der Helligkeit nöthige Oefnungshalbmesser des ersten

sten Oculars. Weil nemlich die von jedem Punct des Objects kommenden Strahlen durch die Brechung im ersten Ocular parallel werden, so ist der Durchmesser des Strahlencylinders so groß als der wegen der Helligkeit nöthige Durchmesser des ersten Oculars, also $= \frac{2bx}{p}$ (217. §.) $= \frac{2x}{P}$.

Für $m = 50$ ist $P = 20$, und $\eta = 0{,}14$, wenn $\vartheta = 1$ gesetzt wird. Erhält alsdenn das Objectiv 6 Fuß Brennweite, so sind die Brennweiten des ersten Oculars 3,6 Zoll, des zweyten eben so groß, und des dritten 1,44 Zoll. Die Gläser werden alle gleichseitig, und die Brennweite eines jeden mit 1,06 multiplicirt giebt den dazu nöthigen Halbmesser. Die Entfernung des Objectivs vom ersten Ocular ist 75,6 der Abstand des ersten Oculars vom zweyten 10,08 Zoll, der Abstand zwischen dem zweyten und dritten 5,04 Zoll, der Abstand des Auges vom letzten Ocular 1,01 Zoll, also die ganze Länge des Rohrs 91,73 Zoll. Das halbe Gesichtsfeld fasset 24′ 33″.

373. §.

Will man ein solches Fernrohr mit dem doppelten Objectiv versehen, so setzt man die Brennweite $p = \Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll, da dann des gedoppelten Objectivs Brennweite $\frac{1}{2}\frac{1}{4}m$ Zolle ausmacht. Die Abmessungen der Linsen hat man aus dem 351 §. Weiter findet man $q = \frac{m}{2P}$ Zoll, $r = \frac{\vartheta m}{2P}$ Zoll, $s = \frac{1}{2}\vartheta$ Zoll. Wird also $s = \frac{1}{2}$ Zoll genommen, so ist $\vartheta = 1$. Die Entfernung des Objectivs vom ersten Ocular

Ocular ist $\left(\frac{11}{24} + \frac{1}{2P}\right) m$ Zoll, des ersten Oculars Abstand vom zweyten $\frac{1}{2}\eta m$ Zoll, und des zweyten vom dritten $\frac{1}{2}\vartheta\left(\frac{m}{P} + 1\right)$ Zoll: der Abstand des Auges $= \frac{1}{2}\vartheta\sqrt{\frac{m-1}{2m}}$.

Wenn $m = 50$ ist, so wird des doppelten Objectivs Brennweite 22,92 Zoll, des ersten Oculars Brennweite $= 1{,}25$ Zoll. Wenn alsdenn des zweyten Brennweite auch $= 1{,}25$ Zoll angenommen wird, so ist des dritten Brennweite $= 0{,}5$ Zoll. Die Entfernung des Objectivs vom ersten Ocular $= 24{,}17$ Zoll, des ersten Oculars vom zweyten $= 3{,}5$ Zoll, des zweyten Oculars vom dritten $= 1{,}75$ Zoll, der Abstand des Auges $0{,}35$ Zoll. Die ganze Länge des Rohrs bis ans Objectiv 26,27 Zoll.

Will man das dreyfache Objectiv wählen, so setzt man $p = \Pi = \frac{1}{4} m$ Zoll, und des dreyfachen Objectivs Brennweite ist $\frac{10}{41} m$ Zoll. Die Brennweiten der Oculare sind halb so groß, als vorhin, also für das dritte $s = \frac{1}{4}\vartheta$. Wird diese $\frac{1}{2}$ Zoll groß genommen, so ist $\vartheta = 2$, und es wird $r = \frac{m}{2P}$. Der Abstand des ersten Oculars vom Objectiv $= \left(\frac{10}{41} + \frac{1}{4P}\right) m$ Zoll, des zweyten vom ersten $\frac{1}{4}\eta m$ Zoll, des dritten vom zweyten $\left(\frac{m}{2P} + \frac{1}{2}\right)$ Zoll,

die Entfernung des Auges $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m-1}{2m}}$ Zoll.

Wenn man $m = 50$ annimmt, so ist $p' =$ 12,195 Zoll, $q = 0{,}625$ Zoll, $r = 1{,}25$ Zoll, $s = 0{,}5$ Zoll, der Abstand des Objectivs vom ersten Ocular 12,82 Zoll, des zweyten Oculars vom ersten 2,84 Zoll, des dritten vom zweyten 1,75 Zoll, die Entfernung des Auges 0,35 Zoll, die Länge des Fernrohrs bis ans Objectiv 17,76 Zoll.

374. §.

Die Absicht, daß das Erdfernrohr die dadurch betrachteten Sachen aufrecht vorstelle, liesse sich schon erreichen, wenn man zwey convexe Oculargläser mit dem Objectiv verbinden wollte. Diese müsten völlig so gestellet seyn, wie die 113. und 114. Figur die Stellung der Augengläser QQ, RR vorstellen. Wenn nemlich das vom Objectiv verursachte Bild in F befindlich ist, und sich von demselben die Strahlen über das erste Ocular in QQ verbreiten, wenn durch die Brechung in diesem Glase QQ ein neues Bild in G zuwege gebracht wird, das seine Strahlen über dem zweyten Ocular RR verbreitet: so kann das Glas RR um seine Brennweite vom Bilde G entfernt seyn, damit die Strahlen nach der Brechung in RR wieder in die parallele Lage kommen. In O' muß alsdenn das Auge stehen, wo es den Hauptstrahl AQRO' in einer solchen Lage empfängt, als käme er von einer Stelle oberhalb der Axe her. Die allgemeinen Gleichungen, welche im 359. und im 365. §. bey der Verbindung zweyer Oculare mit dem Objectiv die gesuchte Anordnung zu finden dienten, müste man

bey

bey der beschriebenen Stellung der Gläser ebenfalls anwenden. Weil diese nun völlig so bliebe, wie sie bey Entwickelung der allgemeinen Formuln ist vorausgesetzt worden, und weil überdem die Brennweiten der Gläser alle positiv bleiben müsten; so würde gar keine von den Vereinigungsweiten eine solche Lage erhalten, die der bey Aufsuchung der allgemeinen Formuln zum Grunde gelegten entgegen gesetzt wäre. Auch die Halbmesser der Oculare BQ, CR, (114. Fig.) welche der vom Rande des Objects kommende Gesichtsstrahl bestimmt, würden die im 222. §. angenommene Lage behalten: eben darum könnte auch keine von den Zahlen π oder π' negativ werden.

Aber eben um deßwillen könnte bey einer solchen Anordnung des Fernrohrs der farbichte Rand nicht gehoben werden. Denn es müste dem 282. §. gemäß $\frac{\pi\beta}{c} + \pi' = 0$ werden, welches unmöglich wird, weil keine von den Linien β oder c, auch keine von den Zahlen π, π', negativ seyn soll. Für das Gesichtsfeld wäre $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$, und dasselbe würde nur klein ausfallen, wenn nicht die Zahl π gegen π' ziemlich klein ist. Selbst die Zahl π', auch wenn das Ocular gleichseitig ist, könnte nicht grösser, als $\frac{1}{4}$ seyn, also müste π beträchtlich kleiner als $\frac{1}{4}$ ausfallen. Weil nun $\pi q = x'$ auch wegen der nöthigen Helligkeit so gar klein nicht seyn kann, so müste q desto grösser werden, je mehr man am Gesichtsfelde gewinnen wollte. Hiemit würden zugleich die Vereinigungsweiten $BF = b$, und $BG = \beta$ desto grösser aus-

ausfallen, deren Summe FG nicht kleiner als $4q$ werden kann, welches der Fall ist, wenn $b = 2q$ angenommen wird: mithin würde auch die Länge des ganzen Fernrohrs um ein beträchtliches gröſſer werden, als die Brennweite des Objectivs. Wegen aller dieſer Mängel hat eine ſolche Anordnung für das Erdfernrohr keinen Beyfall gefunden, und Huygen (Dioptr. Prop. 52.) hat ihre Fehler ſchon eingeſehen. M. ſ. auch H. Klügels **Analytiſche Dioptrik** 2. Th. 6. Abſch. 464. §. 197. S.

375. §.

143 Fig. Anſtatt dieſer Anordnung iſt aber für das Erdfernrohr mit dreyen Augengläſern noch diejenige merkwürdig, wobey die im Objectiv PP gebrochenen Strahlen von ihrer Vereinigung vom erſten Ocular QQ aufgefangen, und ſo gebrochen werden, daß das erſte wirkliche Bild in G zwiſchen dem erſten und zweyten Ocular und hiernächſt das zweyte wirkliche Bild zwiſchen dem zweyten und dritten Ocular in H zu Stande kommt. Das erſte vom Objectiv verurſachte Bild würde in F fallen. Der Hauptſtrahl *e*AQRS muß beym Durchgang durch das zweyte Ocular nach der Brechung in die Lage kommen, daß er das dritte Ocular in S oberhalb der Axe treffe, damit der Winkel DO″S oberhalb der Axe liege. Dieſemnach wird die Vereinigungsweite BF $= b$ negativ, und weil nach der 114 Figur der Halbmeſſer DS ſo wie der Winkel DO″S unterhalb der Axe liegen ſollte, ſo werden die Zahlen m und π'' ebenfalls negativ. Dieſes ſo angeordnete Fernrohr ſoll hinführo **das Erdfernrohr der zweyten Art** heiſſen.

376. §.

376. §.

Für das Erdfernrohr der zweyten Art mit dreyen erhabenen Augengläsern eine vortheilhafte Anordnung zu finden, wobey auch der farbichte Rand gehoben wird.

Aufl. Eben dieselben allgemeinen Grundgleichungen, welche im 372 §. gebraucht sind, finden auch bey dieser Aufgabe ihre Anwendung. Wenn man die nöthige Veränderung vornimmt, welche die negativen Werthe von b, m, π'' erfodern, so sind es folgende:

1.) $\pi + \frac{\pi' c}{\beta} - \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0$, 2.) $\varphi = \frac{\pi'' + \pi' - \pi}{m - 1}$,

3.) $m = -\frac{p\beta\gamma}{bcs}$, 4.) $\pi q = (p - b)\varphi$,

5.) $\pi' v = -\left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi + \pi c$, 6.) $\beta = \frac{bq}{b+q}$,

7.) $\gamma = \frac{cr}{c - r}$, und es ist $AB = p - b$. Man

setze $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, so ist nun die absolute Zahl $m = P.Q.R$. Wenn der Hauptstrahl eAQ nach der Brechung im ersten Augenglase QQ das zweyte unterhalb der Axe schnitte, so wäre π' negativ, und das würde das Gesichtsfeld vermindern, welches ohnehin wegen der Zahl π schon eine Verminderung leidet. Liefe der Hauptstrahl mitten durch das zweyte Augenglas, wie es die 143 Figur vor-

vorſtellet, ſo wäre $\pi' = 0$, und dieſer Fall iſt um deßwillen merkwürdig, weil der Strahl alsdenn ſo gut als ungebrochen durch das Glas durchgehet, und eben darum keiner merklichen Abweichung unterworfen iſt. Das Glas bedarf in eben dem Fall keiner gröſſern Oefnung, als wegen der Helligkeit nöthig iſt, und die Bedekung deſſelben dient zugleich ſtatt einer Blendung, alles unordentliche Licht abzuhalten. Demnach ſey $\pi' = 0$, und $\pi = \zeta\pi''$, ſo iſt

1.) $\zeta = \frac{1}{Q.R} = \frac{P}{m}$, 2.) $\varphi = \frac{(1-\zeta)\pi''}{m-1}$, 3.) $m = P.Q.R$, 4.) $\zeta\pi''q = b(P-1)\varphi$, 5.) $(P.Q+1)\varphi = \zeta\pi''$. Aus den Gleichungen n. 4. und n. 5. folgt $(P.Q+1)q = b(P-1)$, alſo $(P.Q+1)q = (P-1).\frac{p}{P}$, und $q = \frac{(P-1)p}{P(P.Q+1)}$. Ferner dividire man die Gleichung n. 5. mit n. 2, ſo wird $P.Q+1 = \frac{(m-1)\zeta}{1-\zeta}$. Weil nun vermöge n. 1. die Zahl $\zeta = \frac{P}{m}$ ſeyn muß, ſo wird $P.Q+1 = \frac{(m-1)P}{m-P}$, und man findet $m(PQ-P+1) = P^2.Q$.

Das erſte wirkliche Bild G erhält ſeine Stelle am beſten grade in der Mitte zwiſchen den beyden erſten Oculargläſern, da dann $\beta = c$, alſo $Q = 1$ wird. Wenn es dem Glaſe C näher als dem Glaſe B liegen ſollte, ſo müſte entweder das zweyte Ocular

eine

eine ſehr kurze Brennweite haben, oder es müſte vom erſten Ocular ziemlich weit weggerückt werden, damit nicht CH zu groß ausfalle. Wollte man das Bild dem erſten Ocular näher bringen, als dem zweyten, ſo müſte man die Brennweite des erſten Oculars um deſto kürzer machen, alſo die Farbenzerſtreuung und Abweichung wegen der Geſtalt vermehren. Auch würde dabey die wegen der Helligkeit nöthige Oefnung des zweyten Oculars ziemlich groß ausfallen, da es doch die Abſicht iſt, demſelben eine möglichſt kleine Oefnung zu geben, damit es zugleich als Blendung diene.

Demnach ſey $Q = 1$, ſo giebt die zuletzt gefundene Gleichung $P^2 = m$, oder $P = \sqrt{m}$: mithin auch $R = \sqrt{m}$, und $\zeta = \frac{1}{\sqrt{m}}$. Ferner wird $\varphi = \frac{(\sqrt{m} - 1)\,\pi''}{(m-1)\sqrt{m}}$, und $m - 1 = (\sqrt{m} + 1)(\sqrt{m} - 1)$, alſo $\varphi = \frac{\pi''}{m + \sqrt{m}}$. Für das erſte Ocular iſt $b = \frac{p}{\sqrt{m}}$, $q = \frac{(P-1)\,p}{(P+1)\,P} = \frac{(\sqrt{m}-1)\,p}{(m+\sqrt{m})}$; überdem $b + q = \frac{2p\sqrt{m}}{(m+\sqrt{m})}$, und $\frac{b}{b+q} = \frac{m+\sqrt{m}}{2m}$, alſo vermöge n. 6 $\beta = \frac{(\sqrt{m}-1)\,p}{2m}$. Für das zweyte Ocular iſt $c = \beta =$

$(\sqrt{m} -$

$\frac{(\sqrt{m}-1)p}{2m}$, aber die Brennweite r ist noch unbestimmt. Aus den Vereinigungsweiten c und γ hat man $r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}$; (216. §.) es sey also $\gamma = \vartheta . c$, so ist $\gamma = \frac{(\sqrt{m}-1)\vartheta p}{2m}$, und $r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{\sqrt{m}-1}{2m} . p$. Für das dritte Ocular hat man $s = d = \frac{\gamma}{R}$, also $s = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}\vartheta p$, und die Entfernung des Auges $DO'' = \frac{\pi'' s}{m\varphi}$. Es war aber $\frac{\pi''}{\varphi} = \frac{(m-1)\sqrt{m}}{\sqrt{m}-1}$, und $\frac{s}{m} = \frac{\sqrt{m}-1}{2m^2\sqrt{m}}\vartheta p$, also wird $DO'' = \frac{m-1}{2m^2}\vartheta p$, und die ganze Länge des Rohrs ist $p - b + \beta + c + \gamma + s = \frac{m-1}{m}\left(1 + \frac{\vartheta}{2\sqrt{m}}\right)p$.

Für das erste Augenglas ist das Oefnungsmaaß $\pi = \zeta\pi'' = \frac{\pi''}{\sqrt{m}}$, und der Oefnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes $\pi q = \frac{\pi''(\sqrt{m}-1)p}{(m+\sqrt{m})\sqrt{m}}$, oder $\pi q = \frac{\pi''(\sqrt{m}-1)p}{m(\sqrt{m}+1)}$. Wegen der Helligkeit ist

der

der Oefnungshalbmesser $= \frac{bx}{p}$, und $x = my$, $\frac{b}{p}$ $= \frac{1}{P} = \frac{1}{\sqrt{m}}$, also eben der Halbmesser $= y\sqrt{m}$. Wegen der nöthigen Helligkeit wird des zweyten Oculars Oefnungshalbmesser ebenfalls $= y\sqrt{m}$. Für das dritte Ocular muß π'' nicht grösser als $\frac{1}{4}$ seyn.

377. §.

Des Gesichtsfeldes Halbmesser $\varphi = \frac{\pi''}{m + \sqrt{m}}$ fällt kleiner aus, als beym Sternrohr mit einem Ocular, wo $\varphi = \frac{\pi}{m + 1}$ war, auch π dem hiesigen π'' gleich genommen werden könnte. Man kann aber das Gesichtsfeld dadurch verdoppeln, daß man noch das vierte Ocular in E als das zweyte nach dem zweyten wirklichen Bilde in H mit den vorigen dreyen Ocularen verbindet. Nun müssen die von einerley Punct des Gegenstandes kommenden Strahlen durch die Brechung im dritten Ocular SS noch nicht parallel werden, sondern auseinander fahrend, so daß ausser der Entfernung $BF = b$ auch die Vereinigungsweite $DI = \delta$ negativ wird, $EK = \varepsilon$ aber unendlich groß. Von den Oefnungsmassen bleiben π positiv, $\pi' = 0$, π'' negativ, und π''' ist positiv. Uebrigens muß man den folgenden Grundgleichungen ein Genüge leisten, womit die Veränderungen schon vorgenommen sind, welche jene Voraussetzungen erfodern. 144 Fig.

1.) $m = \frac{p\beta\gamma\delta}{bcde}$, 2.) $\pi q = (p - b)\varphi$,

3.) $\pi c = \left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi$,

4.) $\pi'' s = -\left(d - \frac{p\beta\gamma}{bc}\right)\varphi + \pi d$,

5.) $\varphi = \frac{\pi''' + \pi'' - \pi}{m - 1}$,

6.) $\pi - \pi'' \cdot \frac{cd}{\beta\gamma} - \pi''' \cdot \frac{cde}{\beta\gamma\delta}$.

Es sey $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, $\frac{\delta}{e} = S$, der absolute Werth der Zahl $\pi'' = \pi'''$, und $\pi = \zeta\pi'''$, da dann ζ ein ächter Bruch ist. Hiemit verwandeln sich die Gleichungen in folgende:

1.) $m = PQRS$, 2.) $\zeta\pi'''q = \frac{(P-1)p}{P}\varphi$,

3.) $\zeta\pi''' = (P \cdot Q + 1)\varphi$,

4.) $\frac{\pi''' s}{d} = (P \cdot Q \cdot R - 1)\varphi + \zeta\pi'''$,

5.) $\varphi = \frac{(2-\zeta)\pi'''}{m-1}$, 6.) $\zeta - \frac{1}{Q \cdot R} - \frac{1}{Q \cdot R \cdot S} = 0$,

da dann auch $\frac{1}{Q \cdot R \cdot S} = \frac{P}{m}$ ist.

Bey dieser Anordnung, wenn das vierte Ocular, als das zweyte nach dem zweyten Bilde hinzu kommt, kann φ doppelt so groß werden, als wenn nur drey Oculare,

Oculare, ſo wie es dem 376. §. gemäß iſt, gebraucht werden, woſelbſt $\varphi = \frac{2\pi''}{m + \sqrt{m}}$ gefunden ward. Man würde hier π''' ſo groß nehmen, als dorten π'', alſo ſey $\frac{2 - \zeta}{m - 1} = \frac{2}{m + \sqrt{m}}$, ſo findet man $2\sqrt{m} - \zeta(m + \sqrt{m}) = -2$, und $\zeta(m + \sqrt{m}) = 2(1 + \sqrt{m})$; mithin $\zeta = \frac{2}{\sqrt{m}}$ ebenfalls doppelt ſo groß, als im 376. §., und $\varphi = \frac{2\pi'''}{m + \sqrt{m}}$.

Aus der Gleichung num. 3. wird $\frac{2}{\sqrt{m}} = (P \,.\, Q + 1) \,.\, \frac{2}{m + \sqrt{m}}$, alſo $P \,.\, Q + 1 = \frac{m + \sqrt{m}}{\sqrt{m}}$, oder $P \,.\, Q = \sqrt{m}$. Die Gleichung n. 6. aber giebt $\frac{2}{\sqrt{m}} = \frac{1}{Q \,.\, R} + \frac{P}{m}$, alſo $2Q \,.\, R = \sqrt{m} + \frac{P \,.\, Q \,.\, R}{\sqrt{m}}$, oder $2Q \,.\, R = \sqrt{m} + R$, und das giebt $(2Q - 1)R = \sqrt{m}$. Noch iſt $EI \rhd DI$, oder $e \rhd \delta$, alſo $S \lhd 1$. Ferner iſt $P \,.\, Q = \sqrt{m}$, alſo auch $R \,.\, S = \sqrt{m}$, mithin $R \rhd \sqrt{m}$, und $2Q - 1 \lhd 1$, oder $Q \lhd 1$. Weil übrigens $R = \frac{\sqrt{m}}{2Q - 1}$ poſitiv bleiben ſoll, ſo muß zugleich $2Q \rhd 1$ ſeyn, alſo fällt Q zwiſchen 1 und $\frac{1}{2}$, ſo wie P zwiſchen $\sqrt{m}$ und $2\sqrt{m}$.

I.) Man nehme für P den mittlern Werth $P = \frac{3}{2}\sqrt{m}$, so wird $Q = \frac{2}{3}$, $R = 3\sqrt{m}$, und $S = \frac{1}{3}$.

Hiemit sind nun folgende Grössen bestimmt. Es ist $b = \frac{1}{P}p = \frac{2}{3\sqrt{m}}p$, und wenn in der Gleichung n. 2. der Werth von φ substituirt, auch überdem $\frac{P-1}{P} = \frac{3\sqrt{m}-2}{3\sqrt{m}}$, $\zeta = \frac{2}{\sqrt{m}}$ gesetzt wird, so erhält man $\frac{2q}{\sqrt{m}} = \frac{2(3\sqrt{m}-2)}{3\sqrt{m}\,(m+\sqrt{m}}p$, also $q = \frac{3\sqrt{m}-2}{3(\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}p$. Weil überdem hier $\beta = \frac{bq}{b+q}$ ist, so findet man $\beta = \frac{2(3\sqrt{m}-2)}{15m}p$.

Weiter ist $c = \frac{\beta}{Q} = \frac{3\sqrt{m}-2}{5m}p$, und wenn $\gamma = \vartheta c$ gesetzt wird, auch $\gamma = \frac{\vartheta(3\sqrt{m}-2)}{5m}p$, $r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{3\sqrt{m}-2}{5m} \cdot p$. Für das dritte Ocular ist $d = \frac{\gamma}{R}$, also $d = \frac{\vartheta(3\sqrt{m}-2)}{15m\sqrt{m}}p$, und überdem vermöge n. 4. $\frac{s}{d} = (3m-1) \cdot \frac{2}{m+\sqrt{m}} + \frac{2}{\sqrt{m}}$, oder $\frac{s}{d} = \frac{2(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1}$, also findet man

$s =$

$s = \frac{2\vartheta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}p$, und daraus ferner $\delta = \frac{sd}{d-s}$ oder

$\delta = -\frac{2\vartheta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}p$. Für das vierte Ocular iſt $e = \frac{\delta}{S}$, woſelbſt der poſitive Werth von δ gebraucht wird: alſo iſt auch des vierten Oculars Brennweite $t = e =$

$\frac{2\vartheta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}p$. Endlich iſt noch die Entfernung des Auges $EO''' = \frac{\pi'''t}{m\varphi} = \frac{m+\sqrt{m}}{2m}t$. Die Brennweite t des letzten Oculargla-ſes kann willkührlich angenommen werden, ſo iſt dadurch zugleich ϑ beſtimmt, ſobald auch p bekannt iſt. Weiter iſt für das erſte Ocular das Oefnungsmaaß $\pi = \zeta\pi''' = \frac{2\pi'''}{\sqrt{m}}$, der wegen der Helligkeit nöthige Halbmeſſer $\frac{bx}{p} = \frac{2x}{3\sqrt{m}}$, oder eben der Halbmeſſer $= \frac{2}{3}y\sqrt{m}$, weil $x = my$ geſetzt wird. Damit die Helligkeit über dem ganzen Geſichtsfelde gleich groß ſey, macht man den Oefnungshalbmeſſer des Oculars ſo groß, als die Summe der Halbmeſſer wegen des Geſichtsfeldes, und der Helligkeit zuſam-

sammen, also hier $= \frac{2\pi''' q}{\sqrt{m}} + \frac{2}{3} y\sqrt{m}$. Für das zweyte Ocular ist wegen der Helligkeit der Halbmesser $\frac{bcx}{p\beta} = \frac{x}{P \cdot Q} = \frac{x}{\sqrt{m}} = y\sqrt{m}$. Die Oefnungsmaasse der übrigen beyden Oculare macht man so groß, als es ohne Nachtheil der Deutlichkeit geschehen kann.

II.) Diese Auflösung hängt von der Bestimmung der Zahlen P, Q, R, S, ab, so wie sie auch H. Euler bey dieser Aufgabe annimmt. (Dioptr. T. II. §. 357.) Wenn man für Q die Mitte der dafür gefundenen Gränzen annimmt, und $Q = \frac{3}{4}$ setzt, so ist $P = \frac{4}{3}\sqrt{m}$, $R = 2\sqrt{m}$, $S = \frac{1}{2}$, und das giebt eine andre Auflösung, welche Herr Klügel beyfügt. (Analyt. Dioptrik 484. §. 214. S.) Man findet alsdenn

für das erste Ocular $b = \frac{3p}{4\sqrt{m}}$,

$q = \frac{4\sqrt{m} - 3}{4(m + \sqrt{m})} p$, $\beta = \frac{3(4\sqrt{m} - 3)}{28m} p$;

die halbe Oefnung wegen des Gesichtsfeldes $\pi q = \frac{2\pi''' q}{\sqrt{m}}$, und wegen der Helligkeit $\frac{x}{P} = \frac{3x}{4\sqrt{m}}$, beyder Summe also $= \frac{8\pi''' q + 3x}{\sqrt{m}}$ giebt den nöthigen Oefnungshalbmesser.

Für das zweyte Ocular ist $c = \frac{4\sqrt{m} - 3}{7m} p$,

$\gamma =$

$\gamma = \vartheta c = \frac{\vartheta(4\sqrt{m}-3)}{7m} p$, $r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{4\sqrt{m}-3}{7m} p$,

und der Oefnungshalbmeſſer bleibt wie vorhin $\frac{x}{\sqrt{m}}$.

Für das dritte Ocular hat man $d = \frac{\vartheta(4\sqrt{m}-3)}{14m\sqrt{m}} p$, $s = \frac{\vartheta(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7m(\sqrt{m}+1)\sqrt{m}} p$,

$\delta = -\frac{\vartheta(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7m(3\sqrt{m}+1)\sqrt{m}} p$;

für das vierte Ocular wird

$e = t = \frac{2\vartheta(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7m(3\sqrt{m}+1)\sqrt{m}} p$, die Entfernung des Auges $= \frac{\pi''' t}{m\varphi}$.

In dem Fall, wenn m eine beträchtlich groſſe Zahl iſt, hat man beynahe $q = \frac{p}{\sqrt{m}}$, $r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{4p}{7\sqrt{m}}$, $s = \frac{8\vartheta p}{7m}$, $t = \frac{16\vartheta p}{21m}$, die Entfernung des Auges $= \frac{8\vartheta}{7m}$, und die ganze Länge des Rohrs $= \left(1 + \frac{1}{4\sqrt{m}} + \frac{4\vartheta}{7\sqrt{m}}\right)\alpha$.

378. §.

Aus dem 271. §. findet man für fünf Gläſer, wenn alle aus einerley Glasart beſtehen, und die hier

angenommenen Werthe $\frac{b}{p} = \frac{1}{P}$, $\frac{c}{\beta} = \frac{1}{Q}$, u. s. f. gebraucht werden, die Winkelabweichung wegen der Farbenzerstreuung in der Axe

$$d\psi = \left(1 + \frac{1}{P^2} \cdot \frac{p}{q} + \frac{1}{P^2 . Q^2} \cdot \frac{p}{r} + \frac{1}{P^2 Q^2 R^2} \cdot \frac{p}{s} + \frac{p}{m^2 t}\right) \frac{mx}{p} \cdot \frac{dn}{n-1}.$$

Werden alsdenn die Werthe aus der zweyten Auflösung im vor. §. gebraucht, so erhält man

$$d\psi = \left(1 + \frac{9}{16m} \cdot \frac{p}{q} + \frac{1}{m} \cdot \frac{p}{r} + \frac{1}{4m^2} \cdot \frac{p}{s} + \frac{1}{m^2} \cdot \frac{p}{t}\right) \frac{mx}{p} \cdot \frac{dn}{n-1}.$$

Aus dieser Formul ergiebt sich, daß das zweyte Ocular an dieser Abweichung einen beträchtlichen Antheil habe. Braucht man die für beträchtlich grosse m gefundenen Brennweiten, so wird

$$d\psi = \left(1 + \frac{9}{16\sqrt{m}} + \frac{1+\vartheta}{\vartheta} \cdot \frac{7}{4\sqrt{m}} + \frac{7}{32\vartheta m} + \frac{21}{16\vartheta m}\right) \frac{mx}{p} \cdot \frac{dn}{n-1};$$

und wenn $m = 49$, $\vartheta = 1$ ist, so giebt das den vom zweyten Ocular herrührenden Antheil halb so groß, als denjenigen, welcher vom Objectiv herrühret. Für kleinere Vergrösserungen ist dieser Antheil des zweyten Oculars an der Farbenzerstreuung noch grösser: um deßwillen muß das Objectiv, wenn es einfach

einfach ist, beträchtlich länger genommen werden, als es bey gleicher Vergrösserung zu einem Sternrohr, oder zu einem Erdrohr der ersten Art erfordert würde.

Der Halbmesser der Undeutlichkeit wegen der Gestalt ist nach dem 302. §. für alle fünf Gläser

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left\{\begin{array}{l}\lambda + \frac{b^2}{pq}\left(\lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2} + \nu \cdot \frac{b}{\beta}\right) \\ + \frac{c^2}{pr}\left(\lambda'' \cdot \frac{c^2}{r^2} + \nu \cdot \frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} \\ + \frac{d^2}{ps}\left(\lambda''' \cdot \frac{d^2}{s^2} + \nu \cdot \frac{d}{\delta}\right)\frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4} \\ + \frac{t}{p} \cdot \frac{b^4c^4d^4}{\beta^4\gamma^4\delta^4}\lambda''''.\end{array}\right.$$

Nimmt man nach der zweyten Auflösung im vorigen §. die für grosse m geltenden Werthe, so hat man

$\frac{b}{p} = -\frac{3}{4\sqrt{m}}$, $\frac{b}{q} = -\frac{3}{4}$, $\frac{b}{\beta} = -\frac{7}{4}$,

$\frac{c}{p} = \frac{4}{7\sqrt{m}}$, $\frac{c}{r} = \frac{1+\vartheta}{\vartheta}$, $\frac{c}{\gamma} = \frac{1}{\vartheta}$, $\frac{d}{p} = \frac{2\vartheta}{7m}$,

$\frac{d}{s} = \frac{1}{4}$, $\frac{d}{\delta} = -\frac{3}{4}$, $\frac{t}{p} = \frac{16\vartheta}{21m}$. Demnach ist die Abweichung, welche das erste und die beyden letzten Oculare verursachen, nur gering, da überdem noch ein Stück davon negativ wird: dagegen verursacht das zweyte Ocular eine beträchtliche Abweichung, weil $\frac{c}{r}$ grösser als 1 ist, und der

Factor $\frac{b^4}{\beta^4}$ bey der angenommenen Vorausſetzung faſt $= 10$ wird.

Man muß alſo beym einfachen Objectiv die Anordnung ſo machen, daß $\lambda'' = 1$ wird, damit die Abweichung für das zweyte Ocular den kleinſten Werth bekomme. Wenn alsdenn f und g die Halbmeſſer der vordern und hintern Fläche bezeichnen, ſo iſt aus dem 291. §., $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{c} + \frac{\sigma}{\gamma}$, und $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\gamma} + \frac{\sigma}{c}$, alſo $f = \frac{\vartheta}{\vartheta\varrho + \sigma} \cdot c$, $g = \frac{\vartheta}{\varrho + \vartheta\sigma} c$; oder $f = \frac{1+\vartheta}{\vartheta\varrho+\sigma} r$, und $g = \frac{1+\vartheta}{\vartheta\sigma+\varrho} r$.
Für $n = 1{,}55$, iſt alsdenn $\varrho = 0{,}1908$, $\sigma = 1{,}6274$.

Um die vom erſten Ocular herrührende Abweichung ebenfalls möglichſt zu vermindern, kann man auch $\lambda' = 1$ ſetzen, und nun f, g, die zu dieſem Ocular gehörigen Halbmeſſer bezeichnen laſſen. Alsdenn iſt $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{b} + \frac{\sigma}{\beta}$, und $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\beta} + \frac{\sigma}{b}$.
Weil nun $b = -\frac{3}{4}q$, $\beta = -\frac{7}{4}b$, $= \frac{3}{7}q$ iſt, ſo wird $f = \frac{3q}{7\sigma - 4\varrho} = \frac{q}{3{,}54}$, und $g = \frac{3q}{7\varrho - 4\sigma} = -\frac{q}{1{,}72}$, daß alſo das Glas ein Meniſcus wird.

Weil

Weil aber der vordere Halbmesser zu klein werden mögte, so verwandle man das Glas in ein planconvexes, dessen vorderer Halbmesser aus der Gleichung $f = (n - 1)\, q$ also $= 0{,}55 \cdot q$ gefunden wird.

Nach dem 290. §. wäre nun $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\beta} + \frac{\sigma}{b} \mp \frac{\tau\sqrt{\lambda' - 1}}{q}$, und hier soll $g = \infty$ seyn. Das giebt

$$\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = \left(\frac{\varrho}{\beta} + \frac{\sigma}{b}\right) q = \tfrac{7}{3}\varrho - \tfrac{4}{3}\sigma =$$

$- 1{,}7247$, also $\lambda' = 4{,}6308$, weswegen es doch wohl besser seyn mögte, den Meniscus zu wählen, wiewohl er weniger convex seyn könnte, als nach den vorhin gefundenen Maassen, wenn er nur die richtige Brennweite behält.

379. §.

Um desto besser aus einem Exempel abzunehmen, wie man sich bey der ganzen Berechnung verhalten müsse, sey $m = 36$, so wird nach der zweyten Auflösung die Brennweite des letzten Oculars $t = \frac{13\vartheta p}{6 \cdot 6 \cdot 19}$. Man nehme $t = 2$ Zoll an, so erhält man $13\,\vartheta p = 72 \cdot 19$. Mit Weglassung der beyden letzten nicht sehr beträchtlichen Stücke ist $d\psi = \left(1 + \frac{1}{8} + \frac{1 + \vartheta}{3\vartheta}\right) \frac{mx}{p} \cdot \frac{dn}{n - 1}$; wenn aber nach Huygen für ein Sternrohr, das 36mahl vergrössert, ein Objectiv von 36 Zoll erfodert wird, so ist für dies

Stern-

Sternrohr $d\psi = \frac{mx}{36} \cdot \frac{dn}{n-1}$ mit Weglassung des vom Ocular herrührenden Antheils. Damit beyde $d\psi$ gleich groß werden, setze man $1 + \frac{1}{8} + \frac{1+\vartheta}{3\vartheta} = \frac{p}{36}$, so wird $24\vartheta + 3\vartheta + 8 + 8\vartheta = \frac{2}{3}\vartheta p$, also $105\vartheta + 24 = 2\vartheta p$. Vorhin war $13\vartheta p = 72 \cdot 19$, also $2\vartheta p = \frac{144 \cdot 19}{3}$, und man erhält $105\vartheta + 24 = \frac{144 \cdot 19}{13}$, woraus $\vartheta = \frac{2}{1}\frac{4}{3}\frac{2}{6}\frac{4}{5}$, oder beynahe $\vartheta = 2$ gefunden wird. Wird $\vartheta = 2$ gesetzt, so giebt das $p = 58\frac{1}{2}$ Zoll, und $t = \frac{1}{6}\frac{5}{8}\frac{2}{4}\frac{1}{}$ etwas über 2 Zoll.

Will man mit einer etwas geringern Deutlichkeit zufrieden seyn, so kann man $p = 48$ Zoll, und $t = 2$ Zoll nehmen, das giebt $\vartheta = \frac{5}{2}\frac{7}{6}$ oder $2\frac{1}{5}$. Alsdenn hat man nach der zweyten Auflösung die Brennweiten der Oculare

$q = 6$ Zoll, $r = 2{,}75$ Zoll, $s = 2{,}71$ Zoll $t = 2$ Zoll, und die Vereinigungsweiten $b = -6$ Zoll, $c = 4$ Zoll, $d = 073$ Zoll, $e = 2$ Zoll, $\beta = 3$ Zoll, $\gamma = 8{,}77$ Zoll, $\delta = -1$ Zoll, $\varepsilon = \infty$.

Die Entfernungen der Gläser sind in Zollen AB = 42, BC = 7, CD = 9,5, DE = 1 Zoll, die Entfernung des Auges 1,17 Zoll, oder 14 Linien. Die Länge des Rohrs wird 60,67 Zoll.

Das Objectiv wird gleichseitig, und jeder Halbmesser = 50,88 Zoll. Das erste Ocular ist entwe-

der

der planconver, ſo daß die convexe Seite dem Object zugekehrt iſt, und ihr Halbmeſſer 3,18 Zoll beträgt, oder es wird ein Meniſcus von beliebiger Figur, nur ſo daß das Glas die nöthige Oefnung vertragen könne.

Das zweyte Ocular wird conver, und erhält zum Halbmeſſer der Vorderfläche 4,04 Zoll, zum Halbmeſſer der Hinterfläche 2,27 Zoll, ſo wird für dies Glas die Abweichung wegen der Geſtalt am kleinſten.

Die beyden andern Oculare werden wegen des Geſichtsfeldes gleichſeitig, und zum dritten Ocular gehört ein Halbmeſſer von 2,87 Zoll, zum vierten von 2,12 Zoll.

Die Oefnung des Objectivs wird im Durchmeſſer $\frac{3}{2}\frac{6}{5}$ oder 1,44 Zoll, die Oefnung des erſten Oculars 1,18 Zoll, des zweyten 0,24 Zoll, des dritten 1,35 Zoll, des vierten 1 Zoll, wenn $\pi''' = \frac{1}{4}$ iſt. Des Geſichtsfeldes Durchmeſſer iſt 82 Minuten.

Eine Blendung an der Stelle des erſten wirklichen Bildes muß über 1,13 Zoll, und an der Stelle des zweyten wirklichen Bildes über 2,49 Zoll groß ſeyn, wenn auſſer den Hauptſtrahlen vom Rande des Geſichtsfeldes noch mehrere der Helligkeit wegen durchgehen ſollen. Am beſten iſt es, wenn die beyden letzten Oculare für ſich allein beweglich bleiben, und die beyden erſten ihre Stelle unveränderlich behalten.

380. §.

Man kann das Geſichtsfeld durch Beyfügung eines dritten Oculars nach dem zweyten wirklichen Bilde 145 Fig.

Bilde noch mehr vergrössern, wenn die Anordnung so ist, wie sie die 145 Figur vorstellet. Bis zum dritten Ocular bleibt die Anordnung in der Hauptsache die vorige, weßwegen b negativ bleibt, auch werden die beyden Vereinigungsweiten $EI = \delta$, $FK = \varepsilon$ negativ. Von den Oefnungsmassen sind π positiv, $\pi' = 0$, π'' negativ, π''' positiv, und π'''' wieder negativ: übrigens sind alle Gläser Sammlungsgläser, und man hat die folgenden allgemeinen Gleichungen.

1.) $m = \frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcdef}$, 2.) $\pi q = (p + b)\,\varphi$,

3.) $\pi' q = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$,

4.) $\pi'' s = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi - \pi d$,

5.) $\pi''' t = \left(\frac{p\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi'' + \pi)\,e$,

6.) $\varphi = \frac{\pi'''' - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi}{m + 1}$.

Wegen des farbichten Randes ist

7.) $\pi + \pi''.\ \frac{cd}{\beta\gamma} + \pi'''.\ \frac{cde}{\beta\gamma\delta} + \pi''''.\ \frac{cdef}{\beta\gamma\delta\varepsilon} = 0$,

auch kommen noch hinzu die bekannten Gleichungen zwischen jedem Paar zusammengehöriger Vereinigungsweiten und der Brennweite.

Nach der hier nöthigen Veränderung der Zeichen wird

1.) m

1.) $m = -\frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcdef}$, 2.) $\pi q = (p-b)\varphi$,

3.) $o = \pi c - \left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi$,

4.) $\pi'' s = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} - d\right)\varphi + \pi d$,

5.) $\pi''' t = \left(\frac{p\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi - \pi')e$,

6.) $\varphi = \frac{\pi'''' + \pi''' + \pi'' - \pi}{m-1}$,

7.) $\pi - \pi'' . \frac{cd}{\beta\gamma} - \pi''' . \frac{cde}{\beta\gamma\delta} - \pi'''' . \frac{cdef}{\beta\gamma\delta\varepsilon} = o$.

Wenn überdem $\pi'''' = \pi'' = \pi'''$, und $\pi = \zeta\pi'''$ gesetzt wird, so hat man

6.) $\varphi = \frac{3\pi''' - \zeta\pi'''}{m-1} = \frac{(3-\zeta)\pi'''}{m-1}$, und

7.) $\zeta - \frac{cd}{\beta\gamma} - \frac{cde}{\beta\gamma\delta} - \frac{cdef}{\beta\gamma\delta\varepsilon} = o$. Weiter sey $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, $\frac{\delta}{e} = S$, $\frac{\varepsilon}{f} = T$, so erhält man

1.) $m = PQRST$, 2.) $\zeta\pi''' q = \frac{(P-1)p}{P}\varphi$,

3.) $(PQ+1)\varphi = \zeta\pi'''$,

4.) $\frac{\pi''' s}{d} = (PQR - 1)\varphi + \zeta\pi'''$,

5.)

5.) $\frac{\pi'''t}{e} = (PQRS - 1)\varphi - (1 - \zeta)\pi'''$

6.) $\varphi = \frac{(3 - \zeta)\pi''}{m - 1}$,

7.) $\zeta = \frac{1}{Q.R}\left(1 + \frac{1}{S} + \frac{1}{S.T}\right)$.

Bey der einfachſten Einrichtung dieſes Erdrohrs der zweyten Art war $\varphi = \frac{\pi''}{m + \sqrt{m}}$, und hier kann ein dreymahl gröſſeres Geſichtsfeld zuwege gebracht werden. Man ſetze nemlich hier $\frac{(3 - \zeta)\pi''}{m - 1} = \frac{3\pi''}{m + \sqrt{m}}$, ſo wird $(3 - \zeta)(m + \sqrt{m}) = 3(m - 1)$, alſo $\zeta = \frac{3}{\sqrt{m}}$, und dieſer Werth in der dritten Gleichung gebraucht giebt $(P.Q + 1) \cdot \frac{3}{m + \sqrt{m}} = \frac{3}{\sqrt{m}}$, alſo $P.Q + 1 = \sqrt{m} + 1$, und $P.Q = \sqrt{m}$. Weil $\delta < e$ und $\varepsilon < f$ werden muß, ſo ſind $\frac{\delta}{e} = S$, $\frac{\varepsilon}{f} = T$ eigentliche Brüche. Damit ferner die Brechung ohngefehr gleichförmig vertheilt werde, muß das zum Glaſe D gehörige Bild, welches vor demſelben liegt, nicht zu weit davon entfernt ſeyn, weil ſonſt die Brennweiten der übrigen Gläſer ſehr groß werden müſten, weil die Bilder ihnen näher als die Brennpuncte liegen müſſen. Um deßwillen muß $\frac{\delta}{e} = S$ ein mäſſiger

siger Bruch etwa $\frac{1}{2}$ seyn, wodurch $\frac{e}{f}$ etwas grösser als $\frac{1}{2}$ wird. Weil ζ in arithmetischer Progreßion wächst, wenn man hinter das zweyte wirkliche Bild nach und nach mehr Ocular-Gläser setzt, so kann man auch die Glieder des Factors $1 + \frac{1}{S} + \frac{1}{S.T}$ arithmetisch zunehmen lassen. Wenn $S = \frac{1}{2}$ ist, also $\frac{1}{S} = 2$, so sey $\frac{1}{S.T} = 3$: das giebt $T = \frac{2}{3}$. Weiter ist $P.Q = \sqrt{m}$, also $m = R.S.T\sqrt{m}$, oder $R = 3\sqrt{m}$. Diesemnach erhält man aus der Gleichung n. 7. $\frac{3}{\sqrt{m}} = \frac{1}{3Q\sqrt{m}}(1+2+3) = \frac{2}{Q\sqrt{m}}$, und es wird $Q = \frac{2}{3}$, folglich $P = \frac{3}{2}\sqrt{m}$. Aus den übrigen Gleichungen findet man folgende Brennweiten der Oculare, $q = \frac{3\sqrt{m}-2}{3(m+\sqrt{m})}p$, $s = \frac{3(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1}d$, $t = \frac{7\sqrt{m}+4}{2(\sqrt{(m+1)}}e$. Die Brennweite r ist noch unbestimmt, auch muß man noch die Vereinigungsweiten d, e, finden. Des letzten Oculars Brennweite u wird f, und man findet $f = \frac{\varepsilon}{T} = \frac{3}{2}\varepsilon$. Die Entfernungen b, c, d, e, f, hat man aus den Gleichungen $b = \frac{p}{P} = \frac{2p}{3\sqrt{m}}$,

$\frac{2p}{3\sqrt{m}}$, $c = \frac{\beta}{Q} = \frac{3}{2}\beta$, $d = \frac{\gamma}{R} = \frac{\gamma}{3\sqrt{m}}$, $e = \frac{\delta}{S} = 2\delta$, $f = \frac{\varepsilon}{T} = \frac{3}{2}\varepsilon = u$; die Gleichungen zwischen jedem Paar mit einem Glase zusammen gehöriger Vereinigungsweiten, und der dazu gehörigen Brennweite geben die Vereinigungsweiten β, γ, δ, ε; also findet man $\beta = \frac{2(3\sqrt{m}-2)p}{15m}$,

$$\gamma = \vartheta c = \frac{\vartheta(3\sqrt{m}-2)p}{5m},$$

$$\delta = -\frac{\vartheta(3\sqrt{m}+1)(3\sqrt{m}-2)p}{10(4\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}},$$

$$\varepsilon = -\frac{\vartheta(7\sqrt{m}+4)(3\sqrt{m}+1)(3\sqrt{m}-2)}{5(5\sqrt{m}+2)(4\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}.$$

Die Entfernung des Auges ist $\frac{\pi''u}{m\Phi} = \frac{m+\sqrt{m}}{3m}u$, die halbe Oefnung des ersten Oculars $= \frac{3\pi''q}{\sqrt{m}} + \frac{2x}{3\sqrt{m}}$, des zweyten $= \frac{x}{\sqrt{m}}$, und der übrigen höchstens so groß, als der vierte Theil der Brennweite.

Die drey letzten Oculare, welche die Stelle des einfachen vertreten, müssen für sich besonders beweglich seyn.

381. §.

381. §.

Wenn die Vergrösserungszahl $m = 36$, wie im 379. §. angenommen wird, so kann man wie dorten $p = 48$ Zoll setzen: denn auch das noch hinzugekommene Ocular vermehrt die Abweichungen nicht sehr beträchtlich. Alsdenn findet man

$q = 6{,}095$ Zoll, $r = 2{,}844$ Z. $s = 3{,}860$ Z.
$t = 3{,}551$ Z. $u = 2{,}33$ Z.

Ferner hat man in Zollen

$b = -5{,}33$, $c = 4{,}27$, $d = 0{,}47$, $e = 1{,}06$,
$f = 2{,}33$, $\beta = 2{,}84$, $\gamma = 8{,}53$, $\delta = -0{,}53$,
$\varepsilon = -1{,}55$, $\zeta = \infty$, also weiter

$AB = p - b = 42{,}67$, $BC = \beta + c = 7{,}11$,
$CD = \gamma + d = 9{,}00$, $DE = e - \delta = 0{,}53$,
$EF = f - \varepsilon = 0{,}78$, die Entfernung des Auges $0{,}91$, alles in Zollen. Die ganze Länge des Rohrs ist 61 Zoll. Das Objectiv und die drey letzten Oculare werden gleichseitig, das erste Ocular entweder converplan, oder ein Meniscus, im erstern Fall ist der Vorderfläche Halbmesser $= 3{,}23$ Zoll; das zweyte Ocular ist ungleich conver, der Vorderfläche Halbmesser 4,04 Zoll, der hintern Fläche 2,35 Zoll. Die Oefnung des Objectivs im Durchmesser $\frac{35}{25}$ Zoll $= 1{,}44$ Zoll, des ersten Oculars 1,68 Zoll, des zweyten 0,24 Zoll, bey den übrigen beträgt sie die Hälfte ihrer Brennweite. Das ganze Gesichtsfeld fasset $2° 3'$. Eine Blendung an der Stelle des ersten wirklichen Bildes muß etwas grösser als 0,9 Zoll, und an dem Ort des zweyten wirklichen Bildes etwas über 1,83 Zoll groß seyn.

382. §.

Die Anordnung eines Erdfernrohrs der zweyten Art mit 4 oder 5 Ocularglässern auch alsdenn zu finden, wenn das Objectiv aus zweyen oder dreyen Linsen von verschiedenen Glasarten zusammen gesetzt ist.

Aufl. Die Farbenzerstreuung in der Axe sowohl, als auch die Abweichung wegen der Kugelgestalt, soweit die beyden ersten Oculare daran Antheil haben, sind zu beträchtlich, als daß man nicht bey der Anordnung des Fernrohrs mit dem zusammengesetzten Objectiv darauf Rücksicht nehmen müste. Die zwey oder drey letzten Oculare nach dem zweyten wirklichen Bilde haben zu wenig Antheil an diesen Abweichungen, als daß es eben so sehr nothwendig wäre, denselben mit in Rechnung zu ziehen. Ohne Zweifel ist es am besten, das zweyte wirkliche Bild ganz rein zu liefern, damit es bey jeder Stellung der drey letzten Oculare nach der verschiedenen Beschaffenheit der Augen des Beobachters, wie ein wirklicher Gegenstand betrachtet werden könne. Bey veränderter Stellung dieser Oculare könnte sonst die Farbenzerstreuung sehr schädlich werden.

Statt des zusammengesetzten Objectivs nehme man das gleichgültige einfache, dessen Brennweite Π ist. Wenn alsdenn q, r, s, u. s. w. nach der Ordnung die Brennweiten der Oculare bezeichnen, die man in Rechnung ziehen will; so ist

$$\frac{dn}{n-1}\left(\frac{b^2}{\Pi^2}\cdot\frac{1}{q}+\frac{b^2c^2}{\Pi^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}+\text{etc.}\right)\frac{\Pi\beta\gamma\ldots}{bcd\ldots}x$$

der Antheil, welchen die Oculare an dem Abweichungs-

chungswinkel $d\psi$ haben. Man setze den eingeschlossenen vieltheilichten Factor $= Z$, und bezeichne die Brennweiten der Linsen des zusammengesetzten Objectivs mit p', q', r'; so ist zur Vernichtung der durch die Oculare verursachten Farbenzerstreuung $\frac{1}{p'} + \frac{N}{PP} \cdot \frac{1}{q'} + Z = 0$, wenn das Objectiv gedoppelt ist. Beym Gebrauch des dreyfachen Objectivs aber hat man

$$\frac{1}{p'} + \frac{N}{P^2} \cdot \frac{1}{q'} + \frac{1}{P^2Q^2} \cdot \frac{1}{r'} + Z = 0,$$

wenn $P = \frac{p'}{b}$, $= Q = \frac{\beta}{c}$, $N = \frac{\eta}{\zeta} = \frac{\frac{dn'}{n'-1}}{\frac{dn}{n-1}}$ gesetzt wird, wie es den Voraussetzungen gemäß ist, welche oben im 338. und den folg. §§. bey Berechnung des doppelten und dreyfachen Objectivs sind zum Grunde gesetzt worden. Vermittelst der dortigen Formuln sind alsdenn die Brennweiten p', q', r' durch P, Q, und die Entfernung der Linsen ω gegeben. Beym dreyfachen Objectiv kommt noch die Gleichung zur Hebung des farbichten Randes hinzu,

$$N\,(r' - \omega) = -\frac{P \cdot Q + 1}{Q} \cdot q', \text{ (345. §. n. III.)}$$

und vermittelst dieser Gleichungen bestimmt man P, Q, ω, woraus hiernächst die Brennweiten der Gläser und ihre Halbmesser so gefunden werden, wie oben a. a. O. die nähere Anleitung dazu ist gegeben worden.

Damit die Abweichungen wegen der Gestalt der beyden ersten Oculare, und der Objectivlinsen sich aufheben mögen, muß man noch den Halbmesser der Undeutlichkeit = o setzen, soweit die zum Objectiv gehörigen Linsen mit den beyden ersten Ocularen daran Antheil haben. Am besten zählt man alsdenn die Gläser nach der Ordnung, so daß die zwey oder drey ersten Gläser für diejenigen genommen werden, welche das Objectiv ausmachen, da dann das erste und zweyte Ocular in der Ordnung das dritte und vierte, oder das vierte und fünfte Glas werden, nachdem das Objectiv doppelt oder dreyfach ist. Hiemit werden die Zahlen λ, λ', λ'', u. s. f. und hiernächst die Halbmesser der sphärischen Flächen für die Linsen bestimmt.

383. §.

Wenn die Vergrösserungszahl $m = 64$ gegeben ist, und man das Fernrohr mit dem doppelten Objectiv versehen soll; so ist $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll $= 32$ Zoll. Werden alsdenn nach dem zweyten wirklichen Bilde zwey Oculare genommen; so würden für eine einfache Objectivlinse mit der Brennweite 32 Zoll die Brennweiten der vier Oculare dem 377. §. n. II. gemäß folgende seyn

$q = 3{,}222$ Zoll, $r = 1{,}381$ Z. $s = 0{,}978$ Z.
$t = 0{,}704$ Z.

und die Vereinigungsweiten

$b = -3$ Z. $c = 2{,}07$ Z. $d = 0{,}26$ Z. $e = 0{,}704$ Z.
$\beta = 1{,}55$, $\gamma = 4{,}14$, $\delta = -0{,}35$, $\varepsilon = \infty$.

Die Gleichung $\frac{b^2}{\Pi^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2c^2}{\Pi^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r} = Z$ giebt

also

also 0,002726 + 0,011315 = Z, oder Z = 0,014041. Weiter setzt man $\frac{1}{p'} + \frac{N}{P^2} \cdot \frac{1}{q'}$ + 0,014041 = 0, und $N = \frac{\eta}{\zeta} = \frac{4}{3}$, (339. §.) die Entfernung zwischen der Mitte beyder Objectivlinsen = $\frac{1}{11}p'$, so wird $P = \frac{12}{11}$ (339. §.) und man erhält $\frac{1}{p'} + \frac{121}{108} \cdot \frac{1}{q'}$ + 0,014041 = 0, oder

$$\frac{108}{p'} + \frac{121}{q'} + 1{,}51643 = 0.$$

Im 350. §. war die Brennweite des zusammengesetzten Objectivs, die dort β hieß, $= \frac{\Pi}{P}$, also ist sie hier = $\frac{11}{12}\Pi = \frac{88}{3}$ Zoll: auch ist $b = \frac{p'}{P}$, (339. §.), also hier für das zusammengesetzte Objectiv $b = \frac{11}{12}p'$. Ueberdem hat man $\frac{1}{q'} = \frac{1}{\beta} - \frac{1}{b} = \frac{3}{88} - \frac{12}{11p'}$, und das in die letzte Gleichung gesetzt giebt

$$\frac{108}{p'} + \frac{33}{8} - \frac{132}{p'} + 1{,}51643 = 0,$$

und man findet $p' = 4{,}254$ Zoll, also auch $q' = -4{,}497$ Zoll.

Um die Halbmesser der sphärischen Flächen zu finden, zähle man nun die Gläser nach der Ordnung

wie sie folgen, die zwey Gläser des doppelten Objectivs für die beyden ersten, ferner das erste Ocular für das dritte Glas, das zweyte Ocular für das vierte Glas. Alsdenn hat man $p = 4{,}254$, $q = -4{,}497$, $r = 3{,}222$, $s = 1{,}381$, $b = -3{,}900$, $c = -3{,}000$, $d = 2{,}071$, $\beta = 29{,}333$, $\gamma = 1{,}553$, $\delta = 4{,}142$. Die Summe der vier ersten Glieder in der allgemeinen Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit (302. §.) setze man $= 0$, so hat man

$$\lambda + \frac{\mu'}{\mu}\left\{\begin{array}{l} + \frac{b^2}{pq}\left(\lambda \cdot \frac{b^2}{q^2} + \nu \cdot \frac{b}{\beta}\right) \\ + \frac{c^2}{pr}\left(\lambda'' \cdot \frac{c^2}{r^2} + \nu \cdot \frac{c}{\gamma}\right) \cdot \frac{b^4}{\beta^4} \\ + \frac{d^2}{ps}\left(\lambda''' \cdot \frac{d^2}{s^2} + \nu \cdot \frac{d}{\delta}\right) \cdot \frac{b^4 c^4}{\beta^4 \gamma^4} \end{array}\right\} = 0.$$

Wenn nun statt der Brennweiten und Vereinigungsweiten die schon bekannten Werthe gesetzt werden, so giebt das

$$\left.\begin{array}{l} \lambda - 0{,}51588 \cdot \lambda' + 0{,}023612 \\ + 0{,}000178 \cdot \lambda'' - 0{,}000087 \\ + 0{,}007142 \cdot \lambda''' + 0{,}000348 \end{array}\right\} = 0.$$

Damit die Abweichung für das zweyte Ocular am kleinsten ausfalle, und ein Fehler in der Ausarbeitung desselben am wenigsten schädlich werde, setze man $\lambda''' = 1$. Das erste Ocular nehme man converplan, so daß die Hinterfläche eben wird; alsdenn hat man aus dem 288. §.

$$\frac{\varrho}{\gamma} + \frac{\sigma}{c} \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda'' - 1)}}{r} = 0, \text{ also}$$

0,1460

$$0{,}1460 - 0{,}5534 \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r} = 0,$$

und man findet $\lambda'' = 3{,}0131$.

Die Vorderlinse des Objectivs sey gleichseitig, so ist $\lambda = 1{,}60006$, und die Gleichung zur Hebung der Undeutlichkeit wegen der Gestalt giebt $1{,}63161 = 0{,}51588 \cdot \lambda'$, mithin $\lambda' = 3{,}16277$. Nun findet man die Halbmesser f, g, der zweyten Objectivlinse vermittelst der Formuln (289. §.)

$$f = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda'-1)}},$$

$$g = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda'-1)}},$$

da dann $\mathfrak{B} = \frac{q}{b}$ ist. Weil nun $n = 1{,}55$ ist, so hat man $\mathfrak{B}(\sigma-\varrho) = 1{,}6620$, $\tau\sqrt{(\lambda'-1)} = 1{,}2906$, $\sigma = 1{,}5827$, $\varrho = 0{,}1414$; also $f = \frac{q}{1{,}2113} = -3{,}712$ Zoll, und $g = \frac{q}{0{,}5128} = -8{,}769$ Zoll. Für das vollkommene Objectiv (342. §.) war das Verhältniß $f : g = 177 : 475$, hier ist es $177 : 418$, also beträchtlich kleiner.

Noch sind die Halbmesser für die Flächen der beyden ersten Oculare zu bestimmen. Für das erste Ocular, dessen Hinterfläche eben ist, findet man den Halbmesser der Vorderfläche $= 0{,}53 \cdot r = 1{,}708$ Zoll. Für das zweyte Ocular ist $\lambda''' = 1$, also aus dem

290. §. $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{d} + \frac{\sigma}{\delta}$, $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\delta} + \frac{\sigma}{d}$,

oder weil $2d = \delta$,

$\frac{d}{f} = \varrho + \frac{1}{2}\sigma = 1{,}0567$, $\frac{d}{g} = \frac{1}{2}\varrho + \sigma = 1{,}7735$,

mithin $f = 1{,}96$ Zoll, $g = 1{,}168$ Zoll. Die übrigen Oculare werden gleichseitig, jeder Halbmesser des ersten ist $= 1{,}036$ Zoll, und jeder Halbmesser des letzten 0,746 Zoll.

Der kleinste von den zum zusammengesetzten Objectiv gehörigen Halbmessern war der zur Vorderfläche der Hohllinse gehörige von 3,712 Zoll, also müste der vierte Theil davon den Oefnungshalbmesser für das Objectiv geben, der solchergestalt 0,928 Zoll betragen würde. Es wäre also $x = my = 0{,}928$ Zoll, und $y = \frac{0{,}928}{64} = 0{,}0144$ Zoll. Demnach würde bey dieser veränderten Anordnung des zusammengesetzten Objectivs die Helligkeit leiden. Damit wenigstens $y = \frac{1}{50}$ bleibe, wird erfodert, daß $x = \frac{64}{50} = 1{,}28$ sey, und dies kann man erhalten, wenn alle Abmessungen in dem Verhältniß $0{,}928 : 1{,}280 = 3712 : 5120$ beynahe $= 5 : 7$ vergrössert werden. Diesemnach würde man für das Fernrohr folgende Abmessungen erhalten.

Das doppelte Objectiv hat zur Brennweite 41,07 Zoll, die Vorderlinse conver und gleichseitig, ihre Brennweite 5,96 Zoll, der Halbmesser jeder Fläche 6,31 Zoll; die hintere Linse concav, ihre Brennweite 6,3, der Halbmesser der Vorderfläche 5,21 Zoll, der hintern Fläche 12,234 Zoll. Die Entfernung der Mittel der Linsen 0,496 oder fast $\frac{1}{2}$ Zoll. Die Oefnung des Objectivs im Durchmesser 2,6 Zoll.

Von

Von der hintern Linse des Objectivs bis zum ersten Ocular ist der Abstand 36,87 Zoll, die Brennweite dieses Oculars 4,51 Z. der Halbmesser der Vorderfläche 2,391 Zoll, die hintere Fläche ist eben, die Oefnung im Durchmesser 0,81 Zoll.

Vom ersten Ocular bis zum zweyten ist die Entfernung 5,07 Zoll, die Brennweite des zweyten Oculars 1,93 Zoll, der Halbmesser der Vorderfläche 274 Z. der hintern Fläche 1,63 Z. die Oefnung im Durchmesser 0,325 Z. Beyde Oculare haben ihre bestimmte Stelle, das Auge mag weitsichtig oder kurzsichtig seyn.

Vom zweyten Ocular bis zum dritten ist der Abstand 6,06 Zoll, die Brennweite des dritten Oculars 1,37 Zoll, der Halbmesser jeder Fläche 1,45 Z. die Oefnung im Durchmesser 0,49 Zoll. Vom dritten Ocular bis zum vierten ist der Abstand 1,47 Zoll, die Brennweite dieses vierten Oculars 0,98 Zoll der Halbmesser jeder Fläche 1,04 Zoll, der Durchmesser der Oefnung 0,49 Zoll.

Die Entfernung des Auges ist 0,55 Zoll, die Länge des Rohrs 50 Zoll, die Grösse des Gesichtsfeldes im Durchmesser 48 Minuten.

384. §.

Wenn die Erdfernröhre der zweyten Art nach der vom H. Euler zuerst angegebenen Vorschrift die bisher beschriebene Einrichtung haben, daß die beyden wirklichen Bilder zwischen dem ersten und zweyten, dem zweyten und dritten Ocular ihre Stellen erhalten, und alsdenn das zweyte Ocular die Stelle einer Blendung vertritt, auch zugleich das Gesichtsfeld möglichst

lichſt groß, und der farbichte Rand gehoben wird; ſo ſind ſelbige für die vorzüglichſten in ihrer Art zu halten, und beſſer, als wenn man das zweyte wirkliche Bild zwiſchen die letzten Oculare fallen läßt. Hr. Scherffer erzählt in ſeinen Inſtitut. Dioptr. pag. 52, er habe eines der erſten von Herrn Dollond verfertigten Erdfernröhre bekommen, worin mit dem doppelten Objectiv fünf Oculare ſo zuſammen geordnet worden, daß das erſte wirkliche Bild zwiſchen den erſten beyden Ocularen, und das zweyte zwiſchen den beyden letzten ſeine Stelle habe. H. Klügel in der Analytiſchen Dioptrik 223. S. führt eben dieſe Nachricht an, die H. Scherffer giebt, und erzählt zugleich, daß ein Fernrohr, welches H. Baumann in Göttingen für ihn verfertiget habe, von einer ähnlichen Einrichtung ſey und ſehr gute Dienſte leiſte. Dennoch leiſten auch nach H. Klügels Urtheil dieſe Art Fernröhre das nicht was die nach Hr. Eulers Vorſchrift angeordneten leiſten können. Das Geſichtsfeld wird wegen des zweyten Oculars vermindert, dies Ocular wird von den Hauptſtrahlen, die von Puncten über der Axe kommen, unterhalb der Axe geſchnitten, und deswegen iſt π' negativ, da es entweder poſitiv ſeyn, oder der oben angeführten Gründe halber $= 0$ ſeyn ſollte.

H. Scherffer hat die Brennweite des zu ſeinem Dollondſchen Fernrohr gehörigen Objectivs aus den Brennweiten und Abſtänden der Oculare berechnet, indem er vorausgeſetzt, daß die Strahlen durch das letzte Glas parallel werden, und nun ihren Weg rückwärts verfolget. Sicherer wäre es nach H. Klügels Erinnerung geweſen, dieſe Brennweite durch

Ver-

Versuche zu finden: ich setze indessen die gesammten vom Herrn Scherffer angezeigten Abmessungen hieher, weil es allemahl angenehm seyn muß, die Einrichtung der Dollondischen Fernröhre zu kennen, welche so viele Aufmerksamkeit erreget haben. Die Brennweiten der Oculare sind der hiesigen Bezeichnung gemäß folgende in Linien ausgedrückt:

$q = 72$, $r = 38$, $s = 38$, $t = 36$, $u = 10$ Lin.

Die Brennweite des Objectivs 419,08 Lin. Ferner sind die Vereinigungsweiten $b = -35{,}08$, $\beta = +23{,}59$, $c = +21{,}41$, $\gamma = -49{,}05$, $d = +79{,}55$, $\delta = +72{,}55$, $e = -36$, $\varepsilon = +18$, $f = +10$.

Der XIX. Abschnitt.

Nähere Anleitung zur Berechnung der Spiegeltelescope.

385. §.

Nachdem der kleine Spiegel im Spiegeltelescop entweder eben, oder hohl, oder erhaben ist, nachdem hat man für dasselbe die Nahmen des Newtonschen, Gregorianischen und Cassegrainischen beybehalten. Beym Newtonschen Spiegeltelescop kommt es vornemlich nur auf Versuche an, wie kurz die Brennweite des Oculars genommen werden dürfe, ohne daß die Undeutlichkeit wegen der Gestalt des Spiegels oder der farbichte Rand merklich

lich werde. Aus der im 317. §. gefundenen Formul läſſet ſich die Undeutlichkeit wegen der ſphäriſchen Geſtalt berechnen: auch findet man daraus dem 321. §. n. 2. gemäß, wenigſtens beynahe das Verhältniß der Brennweite des Objectivſpiegels und ſeiner Oefnung, wenn bey gleicher Helligkeit in zweyen Teleſcopen auch die Undeutlichkeit in dem einen nicht gröſſer als in dem andern ſeyn ſoll. In der von Hertel überſetzten Anleitung, reflectirende Teleſcope zu machen, Halle 1747, iſt im XI Cap. eine ſolche Einrichtung dieſes Teleſcops beſchrieben, wobey die Unbequemlichkeit vermieden werden könnte, daß man ſeitwärts in die Röhre hinein ſehen muß. Das Ocular lieſſe ſich hinten in der Röhre anbringen, wenn der ebene Spiegel ſenkrecht auf die Axe geſtellet würde, da dann eben ſo weit vor demſelben, als das vom Objectivſpiegel verurſachte Bild hinter ihn fällt, ein Bild entſtünde, welches man durch ein Ocular, oder auch durch mehrere betrachten könnte. Es bliebe aber dieſes Bild ziemlich weit vom Objectivſpiegel entfernt, weil das erſte Bild viel näher bey dem ebenen Spiegel als bey dem Objectivſpiegel liegen muß, wenn der ebene nicht zu groß werden ſoll.

386. §.

131 Wenn der zweyte Spiegel im Teleſcop, wie
132 beym Gregorianiſchen, ein Hohlſpiegel iſt, ſo kann
Fig. das zweyte von dieſem kleinen Spiegel verurſachte Bild Gg entweder vor dem erſten Ocular RR, oder hinter demſelben ſeine Stelle haben. Auf das Glas ſelbſt muß es um deßwillen nicht fallen, weil die Unreinigkeiten des Glaſes mit dem Bilde ſelbſt ſehr deut-

deutlich ſichtbar werden, und das Bild verderben würden. Seßt man, wie es die 131ſte und 132ſte Figur vorſtellen, zum Grunde, daß in jeden Zwiſchenraum ein wirkliches Bild falle, nemlich Ff zwiſchen beyden Spiegeln, Gg zwiſchen den kleinen Spiegel und dem erſten Ocular RR, ferner Hh zwiſchen dem erſten und zweyten Ocular, u. ſ. f. ſo können die allgemeinen Formuln für Fernröhre auch für Spiegelteleſcope gebraucht werden, nur daß ſich um deßwillen einiges in den Formuln für die Farbenzerſtreuung ändert, weil die Spiegel der Farbenzerſtreuung nicht unterworfen ſind. Man laſſe nun die Buchſtaben a, α, p, das für den Objectivſpiegel bezeichnen, was ſie ſonſt für das Objectivglas ausdrükten; ferner b, β, q, das für den kleinen Spiegel, was ſie ſonſt für das erſte Ocular anzeigten: ſo gehören hier eben ſo c, γ, r, mit dem erſten Ocular RR; d, δ, s, mit dem zweyten SS; e, ε, t, mit dem dritten Ocular TT zuſammen, u. ſ. f. Weiter ſey x des Objectivſpiegels x' des kleinen Spiegels Oefnungshalbmeſſer, ſo ſind es x'', x''', x'''' u. ſ. f. für die Oculare, wie ſie nach der Ordnung folgen, und es iſt $x' = \pi q$, $x'' = \pi' r$, $x''' = \pi'' s$, $x'''' = \pi''' t$, u. ſ. w. Dies vorausgeſeßt hat man dem 312. §. gemäß folgende allgemeine Grundgleichungen, wie bey den dioptriſchen Fernröhren.

1.) $m = \frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon\ldots}{bcdef\ldots}$, 2.) $\pi q = (p + b)\varphi$,

3.) $\pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$,

4.) $\pi'' s = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi + (\pi' - \pi)\, d$,

5.)

5.) $\pi''' t = \left(\frac{p\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi'' - \pi' + \pi)e,$

6.) $\pi'''' u = \left(\frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde} + f\right)\varphi + (\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi)f,$

u. s. f. Ferner kommt für den kleinen Spiegel und jedes Ocular eine Gleichung hinzu, zwischen der Brennweite und den damit zusammen gehörigen Vereinigungsweiten $\beta = \frac{bq}{b-q}$, $\gamma = \frac{cr}{c-r}$, $\delta = \frac{es}{e-s}$ u. s. f. wegen der Vernichtung des farbichten Randes aber, den sonst die Oculare verursachen würden, ist (315. §.)

für zwey Spiegel und ein Ocular

$$\frac{\pi dn}{n-1} = 0$$

für zwey Spiegel und zwey Oculare

$$\frac{dn}{n-1}\left(\frac{\pi'\gamma}{d} + \pi''\right) = 0$$

für zwey Spiegel und drey Oculare

$$\frac{dn}{n-1}\left(\frac{\pi'\gamma\delta}{de} + \frac{\pi''d}{e} + \pi'''\right) = 0,$$

u. s. f. die Gläser werden von einerley Glasart angenommen.

387. §.

131 In dem Fall, wenn das vom kleinen Spiegel
132 F im Gregorianischen Teleskop zuwege gebrachte Bild

Gg noch vor dem Ocular RR liegt, wäre nur ein Ocular RR nöthig, das Bild zu betrachten. Allein dieser Fall hat alle Aehnlichkeit mit dem, wenn das dioptrische Fernrohr drey Gläser enthält, und in jeden Zwischenraum ein wirkliches Bild fällt. Das Gesichtsfeld wird klein, und der farbichte Rand läßt sich nicht heben. Bey dieser Anordnung müste CG $= r = c$ seyn, und aus der Gleichung n. 3. hätte man $\pi' = (m-1)\varphi + \pi$, also $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m-1}$, wo π' und π einander zum Theil aufheben. Ueberdem ist die Gleichung $\frac{\pi dn}{n-1} = 0$ oder $\pi = 0$ unmöglich.

Auch wenn das zweyte Ocular SS mit dem dritten Bilde H*h* hinzu kommt, alsdenn aber DH $= s = d$ gesetzt wird, giebt die Gleichung n. 4.) $\pi'' = (m+1)\varphi + \pi' - \pi$, also $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m+1}$, wo ebenfalls π'' und π' einander entgegengesetzt sind, und ein kleines Gesichtsfeld geben. Ueberdem ist wiederum die Gleichung $\frac{\pi'\gamma}{d} + \pi'' = 0$ unmöglich, und der farbichte Rand läßt sich nicht heben. Wenn dagegen, wie es die 146ste Figur vorstellet, die von dem kleinen Spiegel zurück geworfenen gegen die Puncte des Bildes Gg zusammen laufenden Strahlen vom ersten Ocular RR aufgefangen; und nach dem Bilde H*h* zu gebrochen werden; so ist BC $=$ BG $-$ GC $= \beta - c$, und c negativ. Ferner sey eA ein Hauptstrahl, der vom Raum des Objects die Mitte

des groſſen Spiegels treffen würde, da er dann nach der Zurückwerfung den kleinen Spiegel in Q träfe, nach der abermahligen Zurückwerfung aber in R durch das erſte Ocular durchgienge. Wenn nun eben derſelbe Hauptſtrahl nach der Brechung in R das Glas SS unter der Axe ſchnitte, ſo würde der Geſichtswinkel DO″S unter der Axe fallen, und das Fernrohr die betrachteten Objecte umgekehrt vorſtellen. Der Hauptſtrahl treffe alſo das zweyte Ocular in S oberhalb der Axe, damit das Teleſcop die dadurch betrachteten Sachen aufrecht vorſtelle: ſo hat $DS = x''' = \pi''s$ eine Lage, die derjenigen entgegen geſetzt iſt, welche in der 132 Figur angenommen ward, worauf ſich die allgemeinen Formuln beziehen. Dieſemnach wird alsdenn π'' negativ, eben ſo wie $m = \frac{p\beta\gamma}{bcd}$, und des Geſichtsfeldes Halbmeſſer iſt $\frac{\pi'' + \pi' - \pi}{m - 1}$, auch wird die Gleichung zur Hebung des farbichten Randes $\frac{\pi'\gamma}{d} - \pi'' = 0$ möglich.

388. §.

Die Vergröſſerungszahl m iſt gegeben: man ſoll das Gregorianiſche Spiegelteleſcop mit zwey Oculären vortheilhaft anordnen, ſo daß es die Sachen aufrecht und ohne farbichten Rand vorſtellet.

146 Fig. Aufl. Man nehme c und π'' negativ, ſo erhält man aus den im 386. §. angezeigten allgemeinen Glei-

Gleichungen 1.) $m = -\frac{p\beta\gamma}{bcd}$,

2.) $\pi q = (p+b)\varphi$, 3.) $\pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi - \pi c$,

4.) $\varphi = \frac{\pi'' + \pi' - \pi}{m-1}$, wenn in dieser lezten Gleichung hiernächst die absolute Zahl m gesetzt wird. Dazu kommt wegen des farbichten Randes

5.) $\pi' - \frac{\pi'' d}{\gamma} = 0$. Ausserdem ist $AB = p + b$, und $BC = \beta - c$ (387. §): wird also das erste Ocular in der Oefnung des grossen Spiegels angebracht, so ist $AB = BC$, oder 6.) $p + b = \beta - c$. Man setze $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, $\pi' = \eta\pi''$, $\pi = \zeta\pi''$; so erhält man 1.) $m = P.Q.R$,

2.) $\frac{\zeta\pi'' q}{b} = (P+1)\varphi$,

3.) $\frac{\eta\pi'' r}{c} = (P.Q+1)\varphi - \zeta\pi''$,

4.) $\varphi = \frac{(1+\eta-\zeta)\pi''}{m-1}$, 5.) $\eta R = 1$,

6.) $p + b = \beta - c$.

Um das Gesichtsfeld möglichst groß zu machen, sey $\eta = 1$, also 4.) $\varphi = \frac{(2-\zeta)\pi''}{m-1}$,

5.) $R = 1 = \frac{\gamma}{d}$, $d = \gamma = s$, und $Q = \frac{m}{P}$:

auch ist n. 6.) $\left(1 + \frac{1}{P}\right) p = \left(1 - \frac{1}{Q}\right) \beta$,

oder $\frac{P+1}{P} p = \frac{m-P}{m} \beta$, und das giebt $\beta = \frac{m(P+1)p}{(m-P)P}$. Ferner ist $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$, also $\frac{1}{q} = \frac{P}{p} + \frac{(m-P)P}{m(P+1)p}$, und $q = \frac{m(P+1)p}{mP(P+2) - PP}$.

Auch hat man $c = \frac{\beta}{Q} = \frac{P\beta}{m}$, oder $c = \frac{(P+1)p}{m-P}$.

Setzt man auch $b = \frac{p}{P}$ in der Gleichung n. 2. so ist $\zeta \pi'' q = \frac{(P+1)\varphi}{P} p$, also $\zeta \pi'' = \frac{m(P+2) - P}{m} \varphi$. Aus der Gleichung $\varphi = \frac{(2-\zeta)\pi''}{m-1}$ wird $\zeta \pi'' = 2\pi'' - (m-1)\varphi$, und beydes gleich gesetzt giebt $2\pi'' - (m-1)\varphi = \frac{m(P+2)-P}{m} \varphi$, woraus $2\pi'' = \frac{m(P+2)-P}{m} \varphi + (m-1)\varphi$ gefunden wird, also $\varphi = \frac{2m\pi''}{}$

$\frac{2m\pi''}{m(m+1)+(m-1)P}$, und $\zeta = \frac{m(P+2)-P}{m\pi''}\varphi$,

oder $\zeta = \frac{2m(P+2)-2P}{m(m+1)+(m-1)P}$.

In der Gleichung n. 3. brauche man die Werthe $\eta = 1$, $\zeta\pi'' = 2\pi'' - (m-1)\varphi$, ſo wird $\frac{\pi''r}{c}$ $= 2m\varphi - 2\pi''$, alſo $\frac{r}{c} = \frac{2(m-1)(m-P)}{m(m+1)+(m-1)P}$.

Vorhin aber war $c = \frac{(P+1)p}{m-P}$, alſo findet man $r = \frac{2(m-1)(P+1)p}{m(m+1)(m-1)P}$. Ueberdem iſt $\frac{1}{\gamma} =$ $\frac{1}{r} + \frac{1}{c}$, oder $\frac{r}{\gamma} = 1 + \frac{r}{c}$, alſo $\frac{r}{\gamma} =$ $\frac{m(3m-1)-(m-1)P}{m(m+1)+(m-1)P}$, und daher ferner

$\gamma = r : \frac{r}{\gamma} = \frac{2(m-1)(P+1)p}{m(3m-1)-(m-1)P} = d$ $= s$. Die Entfernung des Auges iſt $DO'' = \frac{\pi''s}{m\varphi} = \frac{m(m+1)+(m-1)P}{2mm}s$.

Könnte wirklich ein ſolcher Hauptſtrahl, wie ihn eA in der Figur vorſtellet, auf die Mitte des groſſen Spiegels fallen, und nach den in der Zeichnung vorgeſtellten Zurückwerfungen und Brechungen

ins Auge gelangen, so wäre BQ der wegen des Gesichtsfeldes nöthige Halbmesser des kleinen Spiegels. Der wegen der Helligkeit nöthige Halbmesser des kleinen Spiegels ist $\frac{bx}{p} = \frac{x}{P}$, und P ist gewiß eine ganze Zahl auch wenigstens grösser als 2. Damit noch ein beträchtlicher Theil von den Strahlen ins Auge gelange, die zu einem solchen vom Rande des Objects kommenden Strahlencylinder gehören, davon eA die Axe vorstellet, muß BQ beträchtlich kleiner seyn, als die halbe Breite des Spiegels. Der kleine Spiegel sey so groß, als das Loch in der Mitte des grossen, und Bq sein Halbmesser, so ist $Bq = \pi' r = \pi'' r$, $BQ = \pi q = \zeta \pi'' q$, und es muß BQ beträchtlich kleiner als Bq, mithin $\zeta q < r$ seyn. Es ist aber $\zeta = \frac{2m(P+2) - 2P}{m(m+1) + (m-1)P}$, und $q = \frac{m(P+1)p}{mP(P+2) - PP}$, also $\zeta q = \frac{2m(P+1)p}{m(m+1)P + (m-1)PP}$, mithin sehr nahe $\zeta q = \frac{r}{P}$: also geschicht jener Bedingung völlig Genüge, wenn $P = 6$, oder $P = 7$ angenommen wird.

Läst man den Antheil weg, welchen die Oculare an der Undeutlichkeit wegen der Gestalt haben, so ist der Halbmesser der Undeutlichkeit aus dem 317. §. $u = \frac{mx^3}{4p^3}\left(\frac{1}{8} + \frac{b^2(\beta - b)^2}{8pq\beta^2}\right)$. Der Antheil

des

des kleinen Spiegels iſt lange nicht ſo beträchtlich, als der Antheil des groſſen. Man brauche nun folgende ſchon beſtimmte Werthe $\frac{b}{p} = \frac{1}{P}$, $\frac{b}{q} = \frac{m(P+2)-P}{m(P+1)}$, $\frac{b}{\beta} = \frac{m-P}{m(P+1)}$, $1 - \frac{b}{\beta} = \frac{(m+1)P}{m(P+1)}$, ſo erhält man $\frac{b^2(\beta-b)^2}{pq\beta^2} = \frac{(m(P+2)-P)(m+1)^2P}{m^3(P+1)^3}$. Ueberdem ſetze man auch $x = my$, ſo findet man $u = \frac{m^3y^3}{8p^3}\left(\frac{1}{4}m + \frac{\frac{1}{4}(m(P+2)-P)(m+1)^2P}{m^2(P+1)^3}\right)$: alſo auch umgekehrt $p = \frac{my}{2\sqrt[3]{u}}\sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}m + \frac{\frac{1}{4}(m(P+2)-P)(m+1)^2P}{m^2(P+1)^3}\right)}$.

Der Antheil, welchen die Oculare an der Undeutlichkeit haben, welche von der ſphäriſchen Geſtalt herrührt, iſt eben darum nicht beträchtlich, weil die folgenden Glieder in der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit, ſo weit ſie die Oculare angehen, (317. §.) mit $\frac{b^4}{\beta^4}$ multiplicirt ſind, und $\frac{b}{\beta}$ allemahl ein ziemlich kleiner Bruch iſt. Soll derſelbe indeſſen ſo klein als möglich ausfallen, ſo müſſen die

mit den sphärischen Flächen der Oculare zusammen gehörigen Halbmesser so bestimmt werden, daß $\lambda = 1$ und $\lambda' = 1$ werde. Wenn alsdenn f und g die Halbmesser des ersten Oculars bezeichnen, und $\frac{r}{c} = \mathfrak{C}$ gesetzt wird; so hat man aus dem 291. §.

$$f = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)}, \quad g = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)}.$$

Sollte einer von den Halbmessern zu klein ausfallen, als daß das Glas die nöthige Oefnung vertragen könnte; so ist es besser, das Glas hinten eben zu machen, da dann $f = (n-1)r$ seyn muß.

Weil für das vierte Ocular die Vereinigungsweite $\delta = \infty$ ist, so wird der Vorderfläche Halbmesser $= \frac{s}{\varrho}$, der hintern Fläche $= \frac{s}{\sigma}$. (291. §.) In der Ausübung scheint es angenommen zu seyn, zum ersten Ocular ein planconveres Glas, zum zweyten einen Meniscus zu wählen. Das erste hat um deßwillen seinen guten Grund, weil dadurch die Abweichung wegen der Gestalt geringer wird: allein durch die Form des Meniscus wird die Abweichung beträchtlich stärker und das Gesichtsfeld geringer. Denn soll die Hinterfläche concav, also g negativ seyn; so muß, weil für das zweyte Ocular $\delta = \infty$ ist, $\tau\sqrt{(\lambda'-1)} > \sigma$ seyn. (291. §.) In dem Fall $\tau\sqrt{(\lambda'-1)} = \sigma$ wird $\lambda' = 4{,}2329$, also in dem Fall des Meniscus $\lambda > 4$, und desto gröſſer, jemehr die Hinterfläche vertieft ist. Ueberdem bekommt die Vorderfläche einen kleinern Halbmesser, als wenn das Glas auf beyden Seiten conver wäre, und ver-

trägt

trägt nicht die nöthige Oefnung wegen des Gesichtsfeldes. Man sehe hievon H. Klügels Analytische Dioptrik im 525. und 526. §.

389. §.

Im Smith-Kästnerischen Lehrbegriff der Optik 469. S. sind folgende Abmessungen eines von H. Schort mit Fleiß verfertigten Gregorianischen Teleskops angegeben. Es war in Zollen $p = 9{,}6$, $q = 1{,}5$, $\beta + c = 14{,}2$, $\gamma + d = 2{,}4$, $r = 3{,}8$, $d = s = 1{,}1$, $x = 1{,}15$. Demnach war $\gamma = 1{,}3$, $c = \frac{\gamma r}{\gamma - r} = -1{,}976$, $\beta = 16{,}176$, $b = \frac{\beta q}{\beta - q} = 1{,}6533$, also $P = 5{,}806$, $Q = 8{,}186$, $R = 1{,}182$, und $m = 56{,}176$. Durch Versuche fand man, daß dies Teleskop 60mahl vergrössere.

Ferner war $\pi q = \zeta\pi'' q = (p + b)\varphi$, also $\zeta\pi'' = 7{,}5022\varphi$; überdem $\frac{\eta\pi'' r}{c} = -(P \cdot Q + 1)\varphi + \zeta\pi'' = -41{,}032\varphi$, also $\eta\pi'' = 21{,}3366\varphi$. Noch ferner $(1 + \eta - \zeta)\pi'' = (m - 1)\varphi = 55{,}176\varphi$, also $\pi'' = 41{,}342\varphi$. Die Oefnungen der Gläser sind nicht angezeiget, aber die halbe Breite des Lochs im grossen Spiegel war 0,25 Zoll. Wofern also das erste Ocular eben die Oefnung hatte, so war $0{,}25 = \eta\pi'' r = 21{,}3366 r\varphi$, oder $1 = 85{,}3464 r\varphi$, und $\varphi = \frac{1}{3\frac{1}{2}\frac{1}{4}} = 10{,}6$ Minuten, das ganze Gesichtsfeld 21 Minuten. Durch Beobachtung ward es 19 Minu-

ten groß befunden, vielleicht hatten die Oculare nicht die rechten Oefnungen. Der Gesichtswinkel könnte grösser seyn, denn es ist $\pi'' = 0{,}12$, und es könnte π'' ohne Schaden der Deutlichkeit grösser seyn. Auch ist $\eta = \frac{1}{2}$, da $\eta = 1$ seyn könnte, um so mehr, da π'' so klein ist. Wegen des farbichten Randes würde erfodert, daß $\frac{\pi'}{\pi''} = \frac{d}{\gamma} = \frac{\eta}{1} = \frac{21}{41}$ sey, und es ist diese Zahl $= \frac{11}{13}$, also ist der farbichte Rand nicht gehoben.

Wenn man nach der Formul $u = \frac{mx^3}{32p^3}\left(1 + \frac{b^2(\beta - b)^2}{pq\beta^2}\right)$ den Halbmesser der Undeutlichkeit berechnet, so findet man ihn $= 0{,}00346$ welches ein Bogen von 12 Minuten ist. Beym H. Klügel (in der Analyt. Dioptrik 239 Seite) sind vermuthlich wegen eines Rechnungsfehlers 2 Grade angegeben. Setzt man die Einrichtung von diesem Telescop bey Anordnung eines andern als Muster zum Grund; so hat man $\frac{x}{m} = \frac{1{,}15}{56}$ beynahe $= \frac{1}{50}$, und $56^4 : m^4 = 9{,}6^3 : p^3$, (321. §. n. 3.) also für jedes andre Telescop bey gleicher Deutlichkeit und Helligkeit mit dem Schortschen $x = \frac{1{,}15}{56}m$ Zoll, und $p = 9{,}6\sqrt[3]{\frac{m^4}{56^4}}$.

390. §.

390. §.

Im zweyten Theil der Dioptrik 531 S. führt H. Euler folgende Abmessungen eines Spiegeltelescops an, daß sehr gut gewesen seyn soll. Es war $p = 24$ Zoll, $q = 3$, $r = 4$, $s = 2$ Zoll. Ferner $c = -\frac{4}{3}$, $\beta = p + b + \frac{4}{3}$, oder $\beta = \frac{3b}{b-3}$ $= 25\frac{1}{3} + b$, woraus die Gleichung $bb + 9\frac{1}{3} \cdot b = 76$ folgt, mithin $b = 3{,}354041$, $\beta = 28{,}68374$, $P = 7{,}1663$, $Q = 21{,}51281$. Ueberdem war $\gamma = \frac{cr}{c-r} = 1$ Zoll, die Entfernung der Gläser $\gamma + d = 2$ Zoll, und daher $d = s = 2$ Zoll, $\frac{\gamma}{d}$ $= \frac{1}{2} = R$, folglich $m = P \cdot Q \cdot R = 77{,}05$.

Weiter ist $\zeta\pi'' q = (p+b)\varphi = 27{,}35 \cdot \varphi$, also $\zeta\pi'' = 9{,}12\varphi$. Die Gleichung $\frac{\eta\pi'' r}{c} = -$ $(PQ + 1)\varphi + \zeta\pi''$ giebt $\eta\pi'' = 48{,}32\varphi$, und überdem ist $(m - 1)\varphi = (1 + \eta - \zeta)\pi''$, also $\pi'' = 36{,}85 \cdot \varphi$. Die halbe Oefnung des grossen Spiegels $x = 2\frac{1}{2}$ Zoll, und der Halbmesser des Lochs in seiner Mitte $= \frac{1}{2}$ Zoll. Wenn die Oefnung des ersten Oculars dem Loch im grossen Spiegel gleich ist, so hat man $0{,}5 = \eta\pi'' r = 193\varphi$, also $\varphi = \frac{1}{386}$ oder $\varphi = 8{,}9$ Minuten, das ganze Gesichtsfeld $= 17' 48''$ ist bey der eben nicht sehr starken Vergrösserung ziemlich klein. Dagegen ist die Helligkeit beträchtlich: denn es ist $y = \frac{25}{77} = \frac{5}{154} = \frac{1}{30{,}8}$, und die Helligkeit beynahe $\frac{1}{9}$ der natürlichen. Wegen

Hebung

Hebung des farbichten Randes müste $\frac{d}{\gamma} = \eta = \frac{48,32}{36,85}$ seyn, es ist aber $\frac{d}{\gamma} = 2$, also ist auch bey diesem Teleskop der farbichte Rand nicht völlig gehoben.

Der Halbmesser der Undeutlichkeit fällt etwas kleiner aus. Der Antheil des grossen Spiegels allein ist $\frac{mx^3}{32p^3} = \frac{77}{32} \cdot \frac{2,5^3}{24^3} = \frac{77}{32} \cdot 0,1042^3$ $= \frac{77}{32} \cdot 0,00113 = 0,00272$, und das ist ein Bogen von 9′21″. Will man ein andres Teleskop anordnen, daß die betrachteten Sachen in gleicher Deutlichkeit und Helligkeit mit diesem eben beschriebenen darstellet; so setzt man $\frac{x}{m} = \frac{2,5}{77}$, und $77^4 : m^4 = 24^3 : p^3$, also $x = \frac{2,5}{77}$ Zoll und $p = 24\sqrt[3]{\frac{m^4}{77^4}}$.

391. §.

148 Fig. Wenn die Brennweite des kleinen Spiegels, mithin auch sein Halbmesser negativ genommen wird; so verwandelt sich das Teleskop in das Cassegrainische. Aus der allgemeinen Formul für die Vereinigungsweite $\beta = \frac{bq}{b-q}$ hat man nun $\beta = -\frac{bq}{b+q}$, also stellt der kleine Spiegel kein wirkliches Bild dar, wofern nicht b negativ ist. Nimmt man aber b negativ

gativ an, ſo wird $\beta = \frac{bq}{q - b'}$, und wenn alsdenn $b < q$ iſt, ſo liegt vor dem kleinen Spiegel ein wirkliches Bild. Iſt nun überdem die Anordnung ſo, daß eben dies vom kleinen Spiegel zuwege gebrachte Bild auch vor dem groſſen Spiegel, alſo zwiſchen beyden Spiegeln liegt; ſo kann um daſſelbe zu betrachten ein einfaches Ocular genügen. Alsdenn iſt das Caſſegrainiſche Spiegelteleſcop dem einfachen Sternrohr ähnlich. Zur Berechnung dienen folgende allgemeine Gleichungen:

$$1.)\ m = \frac{p\beta}{br}, \qquad 2.)\ \pi q = (p + b)\varphi,$$

$$3.)\ \pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c, \text{ oder } \pi' = (m - 1)\varphi + \pi,$$

und des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$.

Auſſer b iſt auch q negativ, mithin π, weil $\pi q = x'$ poſitiv bleibt. Ueberdem wird auch π' negativ und man erhält $1.)\ m = -\frac{p\beta}{br}$, $2.)\ \pi q = (p - b)\varphi$, $3.) -\pi' = -(m + 1)\varphi - \pi$, mithin $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m + 1}$. Der farbichte Rand läßt ſich nicht heben, weil $d\pi = \frac{\pi' dn}{n - 1}$ (315. §.) nicht $= 0$ werden kann. Um die ſchädliche Wirkung davon möglichſt zu vermindern, muß π' möglichſt klein

ſeyn,

ſeyn, wodurch jedoch das Geſichtsfeld eingeſchränckt wird.

392. §.

149 Fig. Das zweyte Bild, dasjenige nemlich, welches vom kleinen Spiegel herrührt, könnte auch hinter dem groſſen Spiegel, und zugleich hinter dem erſten Ocularglaſe ſeine Stelle haben, da dann noch ein Ocular hinzu kommen muß. Zu den allgemeinen Gleichungen, welche eben im vorigen §. angeführt ſind, kommt noch die vierte hinzu,

4.) $\pi''s = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi + (\pi' - \pi)d$, und ſtatt der erſten iſt 1.) $m = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$: auch iſt $d = s$, und man hat aus der 4ten Gleichung $\pi'' = (m+1)\varphi + \pi' - \pi$, oder $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m+1}$. Weil das erſte Ocular die Strahlen auffängt, die in dem vom kleinen Spiegel zuwege gebrachten Bilde zuſammen laufen würden, ſo daß dies Bild nicht zur Wirklichkeit kommt; ſo iſt auch c negativ, und das Teleſcop wird dem dioptriſchen Sternrohr mit zweyen Ocularen ähnlich. Weil q negativ iſt, ſo wird wiederum π negativ, denn $\pi q = x'$ bleibt poſitiv. Demnach bleibt m poſitiv, und um das Geſichtsfeld zu vergröſſern, muß man die Anordnung ſo treffen, daß π' negativ werde, weil π negativ iſt. Uebrigens wird die ganze Rechnung derjenigen ähnlich, welche für das Gregorianiſche Teleſcop mit zweyen Ocularen im 388. §. iſt angeſtellet worden. Auch der farbichte Rand

Rand kann wegfallen, wenn π' negativ iſt, da dann die Gleichung $\pi'' - \frac{\pi'\gamma}{d} = 0$ zu den vorigen hinzu kommt.

Anſtatt zweyer converen Oculargläſer kann auch ein Hohlglas dienen, wenn das zum kleinen Spiegel gehörige Bild davon weiter als der groſſe Spiegel entfernt iſt. Wenn nemlich das Hohlglas RR die nach dem Bilde Gg hinzielenden Strahlen auffängt, und GC oder c der Brennweite des Hohlglaſes gleich iſt; ſo bricht es die von einerley Punct des Objects kommenden Strahlen in die parallele Lage. Der Hauptſtrahl eAQR wird bey R in die Lage RO' ſo gebrochen, daß die mit ihm parallel ins Auge kommenden Strahlen von oben her das Auge treffen, und eben darum den Gegenſtand aufrecht vorſtellen. 150 Fig.

Bey dieſer Anordnung iſt das Spiegelteleſcop dem Galiläiſchen oder holländiſchen Fernrohr ähnlich, und zur Berechnung der Wirkung deſſelben hat man folgende allgemeine Gleichungen nöthig:

1.) $m = \frac{p\beta}{br}$, und $c = r$, 2.) $\pi q = (p + b)\varphi$,

3.) $\pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$, oder $\pi' = (m - 1)\varphi + \pi$, alſo des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$. Es ſind dieſelben allgemeinen Gleichungen, nach welchen man rechnen würde, wenn das Ocular convex wäre, wie der 391. §. vorausſetzte. Hier aber iſt nicht allein b, ſondern auch $c = GC$ negativ,

negativ, auch ist ausser q auch r negativ. Dabey bleibt $x' = \pi q$ positiv, und $x'' = \pi' r$ ist negativ, also π negativ, und π' positiv. Demnach erhält man folgende Gleichungen;

1.) $m = \frac{p\beta}{br}$, 2.) $\pi q = (p - b)\varphi$,

3.) $-\pi' r = -\left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi + \pi c$, oder $\pi' = (m - 1)\varphi - \pi$, und des Gesichtsfeldes Halbmesser $\varphi = \frac{\pi' + \pi}{m - 1}$. Der farbichte Rand kann nicht gehoben werden, weil nur ein Ocular gebraucht wird.

393. §.

Eine vom Herrn Euler angegebene Anordnung des Cassegrainischen Spiegeltelescops ist noch merkwürdig, bey welcher durch Verbindung mehrerer Oculare das Gesichtsfeld ansehnlich vergrössert, auch der farbichte Rand gehoben wird. Der grosse Spie-
147 gel PP würde das erste Bild in F zuwege bringen,
Fig. wenn nicht der kleine in B befindliche convexe Spiegel das von dem grossen zurückstrahlende Licht vor der Vereinigung auffinge. Dieser kleine Spiegel würde das zweyte Bild in G hervorbringen, allein das erste Ocular in C fängt die dahin zielenden Strahlen abermahl vor der Vereinigung auf, und bringt das erste wirkliche Bild in H hervor. Von daher breitet sich das Licht über das zweyte Ocular in D aus, und das zweyte wirkliche Bild kommt in I zu Stande. Von demselben breitet sich das Licht über das dritte Ocular in E aus, und nach der Brechung in demselben hat

es

es die Lage, als kämen die Strahlen nun aus dem geometriſchen Bilde in K her. Das vierte Ocular bricht endlich alle von einerley Punct des Objects herkommende Lichtſtrahlen in die unter ſich parallele Lage.

Man bemerkt leicht die Aehnlichkeit dieſer Anordnung mit dem Erdfernrohr der zweyten Art. Damit dieſe Aehnlichkeit völlig erhalten werde, muß der Hauptſtrahl $eAQR$ nach den beyden Zurückwerfungen von den Spiegeln im erſten Ocular bey R ſo gebrochen werden, daß er nun durch die Mitte D des zweyten Oculars geht. Durch die Brechungen im dritten und vierten Ocular bey T und V wird er alsdenn nach den Ort des Auges O'''' hingelenkt.

Um die allgemeinen Formuln richtig anzuwenden, muß man bemerken, daß b, c, und von den hintern Vereinigungsweiten ε von den Brennweiten q negativ werde. Von den Oefnungshalbmeſſern wegen des Geſichtsfeldes iſt $x' = \pi q$ poſitiv, $x'' = \pi' r$ negativ, $x''' = \pi'' s = 0$, alſo $\pi'' = 0$, $x'''' = \pi''' t$ iſt poſitiv, und $x''''' = \pi'''' u$ negativ. Von den Oefnungsmaſſen ſind alſo π, π', π'''', negativ, $\pi'' = 0$, π''' poſitiv.

394. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben, man ſoll für das Caſſegrainiſche Spiegelteleſcop mit vier converen Augengläſern eine vortheilhafte dem Erdfernrohr der zweyten Art ähnliche Anordnung finden.

Aufl. In den allgemeinen ſchon im 386. §. angegebenen Gleichungen nehme man b, c, ε, q, π, π', π'''', negativ, $u = f$, und $\pi'' = 0$ an: ſo erhält man

1.) $m = -\frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde}$, 2.) $\pi q = (p - b)\varphi$,

3.) $-\pi' r = -\left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$,

4.) $o = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi - (\pi' - \pi)d$,

5.) $\tau''' t = \left(\frac{p\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi' - \pi)e$,

6.) $-\pi'''' u = -\left(\frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde} - f\right)\varphi + (\pi''' - \pi' + \pi)f$,

oder ſtatt deſſen

$\pi'''' = (m - 1)\varphi - \pi''' + \pi' - \pi$, mithin

$$\varphi = \frac{\pi'''' + \pi''' - \pi' + \pi}{m - 1}.$$

Um den farbichten Rand zu heben, ſetzt man

$$\pi' + \pi'' \cdot \frac{d}{\gamma} + \pi''' \cdot \frac{de}{\gamma\delta} + \gamma'''' \frac{def}{\gamma\delta\varepsilon} = o,$$

alſo hier

7.) $-\pi' + \pi''' \cdot \frac{de}{\gamma\delta} + \pi'''' \cdot \frac{def}{\gamma\delta\varepsilon} = o.$

Steht überdem wieder das erſte Ocular in der Oeffnung des groſſen Spiegels, ſo iſt

8.) $p - b = \beta - c.$

Man ſetze die abſoluten Zahlen

$\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, $\frac{\delta}{e} = S$, $\frac{\varepsilon}{f} = T$,

ferner

ferner $\pi''' = \pi''''$, $\pi' = \eta \cdot \pi''''$, $\pi = \zeta\pi''''$.
Dieſe Vorausſetzungen geben

1.) $m = P.Q.R.S.T$, 2.) $\frac{3\pi''''q}{b} = (P-1)\varphi$,

3.) $\frac{\eta\pi''''r}{c} = (P.Q-1)\varphi - \zeta\pi''''$,

4.) $(P.Q.R+1)\varphi - (\eta-\zeta)\pi'''' = 0$,

5.) $\frac{\pi''''t}{e} = (P.Q.R.S-1)\varphi + (\eta-\zeta)\pi''''$,

6.) $\varphi = \frac{(2-\eta+\zeta)\pi''''}{m-1}$.

7.) $\eta - \frac{1}{R.S} - \frac{1}{R.S.T} = 0$,

8.) $\frac{P-1}{P}p = \frac{Q-1}{Q}\beta$.

Weil das zum dritten Ocularglaſe gehörige Bild vor demſelben liegt, ſo iſt $\frac{\varepsilon}{f} = T$ ein ächter Bruch. Dieſemnach ſey $T = \frac{1}{2}$, ſo wird $P.Q.R.S = 2m$, und $R.S = \frac{2m}{P.Q}$. Die Zahlen P und Q kann man willkührlich annehmen, erſtere ſo, daß der kleine Spiegel eine bequeme Stellung erhalte. Auch bleibt die Brennweite s des zweyten Glaſes unbeſtimmt, weil $\pi''s = 0$ iſt.

Die Gleichung n. 8. giebt $\frac{p}{\beta} = \frac{(Q-1)P}{(P-1)Q}$,

und es ist $\frac{b}{q} = 1 - \frac{b}{\beta} = 1 - \frac{p}{P\beta}$. Wird der Werth von $\frac{p}{\beta}$ hier substituirt, so findet man $\frac{b}{q} = \frac{P.Q - 2Q + 1}{(P-1)Q}$, also $\frac{q}{b} = \frac{(P-1)Q}{(P-2)Q+1}$.

Aus n. 7.) erhält man $\eta = \frac{3}{R.S}$, weil $T = \frac{1}{2}$ ist, also auch $\eta = \frac{3P.Q}{2m}$; und aus n. 2 wird $\zeta = \frac{(P-2)Q+1}{Q} \cdot \frac{\varphi}{\pi''''}$. Wird die Gleichung n. 4. von n. 6. abgezogen, so findet man $(m-1)\varphi = 2\pi''' - (P.Q.R+1)\varphi$, also $\frac{\varphi}{\pi'''} \quad \frac{2}{m+P.Q.R}$, und es wird $\zeta = \frac{2(P-2)Q+2}{Q(m+PQR)}$.

Aus der Gleichung n. 4. wird $P.Q.R+1 = (\eta - \zeta) \cdot \frac{\pi'''}{\varphi}$, also auch $P.Q.R+1 = \frac{3P.Q(m+P.Q.R)}{4m} - \frac{(P-2)Q+1}{Q}$, und daraus folgt

$$P.Q.R(4mQ - 3P.Q^2) = m(3P.Q^2 - 4P.Q + 4Q - 4),$$

also

alſo $R = \frac{m(3P.Q^2 - 4PQ + 4Q - 4)}{P.Q^2(4m - 3P.Q)}$, und

$S = \frac{2m}{PQR} = \frac{2Q(4m - 3P.Q)}{3PQ^2 - 4P.Q + 4Q - 4}$.

Die Gleichung n. 3. giebt

$\frac{\eta\pi'''r}{c} = (P.Q-1)\varphi - \frac{2(P-2)Q+2}{Q(m+P.Q.R)} \cdot \pi'''$,

und es iſt $\pi''' = \frac{m+P.Q.R}{2}\varphi$, alſo $\frac{\eta\pi'''r}{c}$

$= (P.Q-1)\varphi - \frac{(P-2)Q+1}{Q}\varphi$, oder

$\frac{\eta\pi'''r}{c} = \frac{(P.Q+1)(Q-1)}{Q}\varphi$, mithin ferner

$\frac{r}{c} = \frac{(P.Q+1)(Q-1)}{Q\eta} \cdot \frac{\varphi}{\pi'''}$. Es iſt

aber $\frac{\varphi}{\eta\pi'''} = \frac{4m}{3P.Q(m+P.Q.R)}$, alſo wird

$\frac{r}{c} = \frac{4m(P.Q+1)(Q-1)}{3P.Q^2(m+PQR)}$.

Noch hat man aus der Gleichung n. 5.) $\frac{\pi'''t}{e} = (2m-1)\varphi + (\eta-\zeta)\pi'''$, und aus n. 6.) $2\pi''' = (m-1)\varphi + (\eta-\zeta)\pi'''$. Die letzte Gleichung von der erſten abgezogen giebt

$\frac{\pi'''t}{e} - 2\pi''' = m\varphi$, mithin $\frac{t}{e} = \frac{m\varphi}{\pi'''} + 2 =$

$\frac{2m}{m + P.Q.R} + 2$, oder auch $\frac{t}{e} = \frac{4m + 2P.Q.R}{m + P.Q.R}$. Für die Stelle des Auges ist $FO'''' = \frac{u\pi'''}{m\Phi}$. Aus den Quotienten $\frac{q}{b}$, $\frac{r}{c}$, $\frac{t}{e}$ findet man ferner $\frac{\beta}{b} = \frac{\gamma}{c}$, $\frac{\varepsilon}{e}$, u. s. f. aus den bekannten Gleichungen zwischen den Vereinigungsweiten und der Brennweite. Hier ist $\frac{\beta}{b} = \frac{q}{q-b} = \frac{q:b}{q:b-1}$, $\frac{\gamma}{c} = \frac{r}{c+r} = \frac{r:c}{1+r:c}$, weil b, c, negativ sind. Oben blieb s unbestimmt, also sey $\frac{\delta}{d} = \vartheta$. Ueberdem ist $\delta = \frac{sd}{d-s}$, also $\frac{\delta}{d} = \vartheta = \frac{s}{d-s}$, und das giebt $\vartheta d - \vartheta s = s$, also $\vartheta d = (1+\vartheta)s$, und $\frac{s}{d} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta}$. Aus $\frac{t}{e}$ findet man $\frac{\varepsilon}{e} = \frac{t}{e+t} = \frac{t:e}{1+t:e}$.

Wenn nunmehro für P, Q, und s oder ϑ vortheilhafte Werthe willkührlich gewählt werden, und für die gegebene Vergrösserungszahl m eine schickliche Brennweite p des grossen Spiegels gefunden ist; so kann man alle Abmessungen für das Teleskop finden.

Die

Die Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit, wenn man den Antheil wegläßt, welchen die zwey letzten Augengläser daran haben, die nach dem zweyten Bilde folgen, ist aus dem 317. §. folgende:

$$u = \frac{mx^3}{4p^3}\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{8} + \frac{b^2(\beta - b)^2}{8pq\beta^2} \\ + \frac{\mu cc}{pr}\left(\frac{\lambda cc}{rr} + \frac{\nu c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} \\ + \frac{\mu d^2}{ps}\left(\frac{\lambda' dd}{ss} + \frac{\nu d}{\delta}\right)\frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4}. \end{array}\right.$$

Weil für das Cassegrainische Teleskop q negativ ist, so wird das zweyte Glied des zusammen gesetzten Factors negativ. Dies läßt anfangs vermuthen, es dürften vielleicht die Zahlen λ und λ' so angenommen werden können, daß die positiven Theile sich gegen das negative Glied aufheben. Solchergestalt würde das zweyte Bild von der Abweichung wegen der Kugelgestalt völlig frey seyn. Allein weil keine von den Zahlen λ, λ', negativ, auch nicht kleiner als 1 seyn kann; so ist es in den gewöhnlichen Fällen nicht möglich, jener Bedingung ein Genüge zu leisten. Indessen läßt sich doch die Anordnung so treffen, daß die vom kleinen Spiegel herrührende Abweichung mit dem Antheil sich aufhebt, den die beyden ersten Oculare daran haben: alsdenn setzt man

$$- \frac{b^2(\beta+b)^2}{8pq\beta^2}$$

$$+ \frac{\mu cc}{pr}\left(\lambda \cdot \frac{cc}{rr} - \nu \cdot \frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4}$$

$$+ \frac{\mu dd}{ps}\left(\lambda' \cdot \frac{dd}{ss} + \nu \cdot \frac{d}{\delta}\right)\frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4} = 0.$$

Von den Zahlen λ, λ', setzt man eine, etwa λ, $= 1$, so läßt sich die andre vermittelst jener Gleichung finden. Ist $\lambda = 1$ gesetzt, so findet man die Halbmesser f und g des ersten Glases, wenn $\frac{r}{c} = \mathfrak{C}$ ist, vermittelst der Gleichungen

$$f = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)}, \quad g = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho}. \text{ (290. §.)}$$

Werden nachher die Halbmesser des zweyten Oculars durch f und g verstanden, und $\frac{s}{d} = \mathfrak{D}$ gesetzt, so findet man

$$f = \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

$$g = \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}}.$$

Man könnte auch $\lambda = \lambda'$ setzen, und so die Halbmesser bestimmen: dabey siehet man dahin, daß keiner davon zu sehr klein ausfallen möge.

Die Breite des kleinen Spiegels kann $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ der Breite des grossen Spiegels betragen, und das

zweyte

zweyte Glas erhält wegen der Helligkeit den Oefnungshalbmesser $\frac{bcd}{\alpha\beta\gamma} x = \frac{x}{P.Q.R}$. Die Oefnung der übrigen Oculare kommt auf die Grösse von π''' an. Will man eine Blendung an der Stelle des letzten Bildes anbringen, so ist ihr Oefnungshalbmesser $= \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi$.

395. §.

H. Euler hat für vier verschiedene Werthe, der Vergrösserungszahl m, nemlich 50, 100, 150, 200, die Berechnung in Zahlen angestellet, (Dioptr. Tom. II. pag. 564 sqq.) und beym H. Klügel in der Analytischen Dioptrik 246. u. f. S.) findet sich ebenfalls eine nähere Anleitung, wie man die wirkliche Berechnung in Zahlen am leichtesten anstellen könne, und die Anwendung ist auf die beyden Fälle gemacht, wenn $m = 50$ oder $m = 100$ seyn soll. Bey der Voraussetzung $m = 50$ nehmen beyde $P = s$, und damit η nicht zu groß werde, $Q = 3$ an: so wird R $= \frac{166}{279}$ und $S = \frac{930}{83}$, $T = \frac{1}{2}$, ferner $\frac{q}{b} = \frac{6}{5}$, $\frac{r}{c} = -\frac{992}{1233}$, $\frac{t}{e} = \frac{1013}{274}$. Daraus findet man

$$\frac{\beta}{b} = -b,\ \frac{\gamma}{c} = -\frac{992}{2225},\ \frac{\varepsilon}{e} = -\frac{1013}{739},$$

und es ist $\frac{s}{d} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta}$. Die übrige Rechnung

geht in folgender Ordnung fort

$$b = -\frac{p}{P} = -0{,}2 \cdot p, \quad \beta = -6 \cdot b = 1{,}2 \cdot p,$$

$$c = -\frac{\beta}{Q} = -0{,}4 \cdot p, \quad \gamma = -\tfrac{9}{2}\tfrac{9}{2}\tfrac{2}{5} c = 0{,}1783 \cdot p,$$

$$d = \frac{\gamma}{R} = 0{,}2997 \cdot p, \quad \delta = \vartheta d = 0{,}2997 \cdot \vartheta p,$$

$$e = \frac{\delta}{S} = 0{,}0267 \cdot \vartheta p, \quad \varepsilon = -\tfrac{1}{7}\tfrac{0}{3}\tfrac{1}{9} e = -0{,}0367 \cdot \vartheta p,$$

und $f = \frac{\varepsilon}{T} = 0{,}0733 \cdot \vartheta p.$

Ferner findet man für das Gesichtsfeld $\varphi = \frac{2\pi'''}{m + P \cdot Q \cdot R} = \frac{93 \cdot \pi'''}{2740}$, und die Brennweiten

$q = \frac{6}{5} b = -0{,}24 \cdot p, \quad r = -\tfrac{9}{1}\tfrac{9}{2}\tfrac{2}{3}\tfrac{2}{3} c = 0{,}3218 \cdot p,$

$$s = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} d = 0{,}2997 \cdot \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot p,$$

$t = \tfrac{1}{2}\tfrac{0}{7}\tfrac{1}{4}\tfrac{3}{4} e = 0{,}0989 \cdot \vartheta p, \quad u = f = 0{,}0733 \cdot \vartheta p.$

Die Entfernungen der Spiegel und Gläser sind

147 Fig. $AB = 0{,}8 \cdot p = BC, \quad CD = 0{,}4780 \cdot p,$
$DE = 0{,}2564 \cdot \vartheta p, \quad EF = 0{,}0367 \cdot \vartheta p.$

Die Entfernung des Auges

$$FO'''' = \frac{\pi''' u}{m\varphi} = 0{,}6 \cdot u.$$

Weiter ist $\eta = \frac{3 \cdot P \cdot Q}{2m} = 0{,}45, \quad \zeta =$

$\frac{1}{2}\frac{0}{3}\varepsilon$

$\frac{10}{5} \cdot \frac{93}{74}\frac{3}{8} = \frac{31}{74}$, die halbe Oefnung des Objectivspiegels, wenn man Schorts Telescop (389. §.) zum Muster nimmt, $x = \frac{1}{50}m = 1$ Zoll, oder noch lieber etwas grösser. Für den kleinen Spiegel ist $\pi q = \frac{1}{5}x$, wenn der Halbmesser des Lochs im grossen Spiegel diese Grösse hat. Eben so groß ist also auch der Oefnungshalbmesser des ersten Glases $\pi' r = \eta\pi''' r = 0{,}1448 \cdot \pi''' \cdot p$. Wird nun $x = 1$ Zoll genommen, so giebt das $0{,}1448 \cdot \pi''' \cdot p = 0{,}2$ Zoll, mithin $\pi''' = \frac{1000}{724p}$. Nach dem Muster des eben erwehnten Schortschen Telescops muß man $p = 9{,}6 \sqrt[3]{\frac{50^4}{56^4}} = 8{,}6$ Zoll (nach H. Klügel 8,4 Zoll) nehmen. Das giebt

$$\pi''' = \frac{1000}{724 \cdot 8{,}4} \text{ Zoll} = \frac{1}{6{,}0816}, \text{ und}$$

$$\varphi = \frac{93 \cdot 3438}{2740 \cdot 6{,}0816} = 19' \ 10''.$$

Um die Halbmesser der Flächen für die beyden ersten Oculare zu finden, sucht man die Zahlen λ und λ' aus der Gleichung

$$-\frac{b^2(\beta+b)^2}{8pq\beta^2} + \frac{\mu c^4 b^4}{pr^3\beta^4}\lambda - \frac{\mu\nu c^3 b^4}{\gamma \cdot pr\beta^4} + \frac{\mu d^4 b^4 c^4}{ps^3\beta^4\gamma^4}\lambda' + \frac{\mu\nu d^3 b^4 c^4}{ps\delta\beta^4\gamma^4} = 0.$$

Es ist aber $\frac{b}{p} = 0{,}2$, $\frac{b}{q} = \frac{5}{6}$, also $\frac{bb}{pq} =$

$= \frac{1}{6}$, $\frac{\beta + b}{\beta} = 1 + \frac{b}{\beta} = \frac{7}{6}$, mithin der erste negative Theil $= \frac{49}{8 \cdot 6^3} = 0{,}02835$.

Ferner findet man

$l\mu = 9{,}9722913 - 10$	$l\frac{c}{r} = 0{,}0944514$
$l\frac{c}{p} = 9{,}6020600 - 10$	$l\frac{\beta}{b} = 0{,}7781512$
$3l\frac{c}{r} = 0{,}2833542$	$l\frac{b}{\beta} = 9{,}2218487 - 10$
$4l\frac{b}{\beta} = 6{,}8873948 - 10$	$l\frac{c}{\gamma} = 0{,}3508183$
$6{,}7451003 - 10$	

zugeh. Zahl 0,000556

$$\log. \nu = 9{,}3667821$$
$$l\frac{c}{\gamma} = 0{,}3508183$$
$$l\frac{\mu c^4 b^4}{p r^3 \beta^4} = 6{,}7451003$$
$$6{,}4627007$$
$$2l\frac{c}{r} = 0{,}1889028$$
$$6{,}2737979$$

die zugehörige Zahl $= 0{,}000188$.

Weil

Weil die letzten beyden Glieder der Gleichung von ϑ abhängen, so muß ϑ bestimmt werden. Setzt man $\vartheta = 1$, so wird die Summe der positiven Theile zu groß, als daß sie von den negativen könnte aufgehoben werden, weil λ und λ' nicht kleiner als 1 seyn können. Es sey also $\vartheta = 2$, so wird $\frac{d}{\delta} = \frac{1}{2}$, $\frac{d}{s} = \frac{1}{2}$, und man rechnet auf folgende Art weiter

$l\mu = 9{,}9722913$	$l\frac{d}{p} = 9{,}4767378$
$l\frac{d}{p} = 9{,}4767378$	$l\frac{d}{s} = 0{,}1760913$
$3l\frac{d}{s} = 0{,}5282739$	$l\frac{d}{\delta} = 9{,}6989700$
$4l\frac{bc}{\beta\gamma} = 8{,}2906680$	$l\frac{b}{\beta} = 9{,}2218487$
$8{,}2679710$	$l\frac{c}{\gamma} = 0{,}3508183$
zugeh. Zahl $= 0{,}018534$	$l\frac{bc}{\beta\gamma} = 9{,}5726670$

$$l\nu = 9{,}3667821$$
$$l\frac{d}{\delta} = 9{,}6989700$$
$$8{,}2679710$$
$$7{,}3337231$$
$$2l\frac{d}{s} = 0{,}3521826$$
$$6{,}9815405$$

die zugehörige Zahl $= 0{,}000958$.

Man

Man erhält also folgende Gleichung

$$\begin{array}{l} -\ 0{,}02835 \ +\ 0{,}000556 \cdot \lambda + 0{,}018534 \cdot \lambda' \\ -\ 0{,}000188 \qquad\qquad\qquad\qquad = 0. \\ +\ 0{,}000958 \end{array}$$

oder $2758 = 56 \cdot \lambda + 1853 \cdot \lambda'$.

Wenn nun $\lambda = 1$ gesetzt wird, so findet man $\lambda' = 1{,}458$, also $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}6766$, $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}6124$. Ferner für das erste Ocular

$$f = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{2{,}7832} = 0{,}1156 \cdot p$$

$$g = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = -\frac{r}{0{,}9650} = -0{,}3335 \cdot p.$$

Der vordere Halbmesser fällt etwas klein aus, und es hätte auch $\lambda = \lambda''$ gesetzt werden können. Wird endlich für das zweyte Ocular $\mathfrak{D} = \frac{s}{d} = \frac{2}{3}$ gesetzt, so findet man

$$f = \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{s}{1{,}2821} = 0{,}1558p$$

$$g = \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{s}{0{,}5361} =$$

$0{,}3727 \cdot p.$

Die übrigen beyden Oculare werden des Gesichtsfeldes wegen gleichseitig gemacht. Das zweyte Glas erhält wegen der Helligkeit eine Oefnung im Halbmesser $= \frac{bc\,dx}{\alpha\beta\gamma} = \frac{x}{P \cdot Q \cdot R} = \frac{93}{830}x = \frac{1}{9}x$ beynahe.

nahe. Für eine Blendung an der Stelle des letzten Bildes wäre der Oefnungshalbmesser $= \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi$.

Der XX. Abschnitt.

Vollständigere Theorie der Microscope.

396. §.

Einfache Microscope heissen nicht nur diejenigen, welche aus einer einzigen Linse bestehen, sondern auch solche die aus mehrern ganz nahe zusammengestellten Linsen so angeordnet sind, daß man sie als ein einziges Glas betrachten kann. Zusammengesetzte Microscope haben die Aehnlichkeit mit Fernröhren, daß sie aus einem Objectiv und einem oder mehreren zu weit davon entfernten Oculargläsern bestehen, als daß man diese alle zusammen als ein einziges Glas betrachten könnte. Man kann also die zusammengesetzten Microscope eben so wie die Fernröhre in drey Classen theilen, nachdem entweder in denselben gar kein wirkliches Bild, oder nur eins entsteht, oder auch nachdem zwey wirkliche Bilder darin zu Stande kommen.

397. §.

Beym Gebrauch der einfachen Glaslinse wird das Auge hart daran gehalten, und das Object wird um die Brennweite davon entfernt. Wenigstens ist dies

dies die Entfernung für Augen, die gut in die Ferne sehen, und auf diesen Fall wird die Berechnung der Microscope, so wie die Berechnung der Fernröhre, eingerichtet. Der Kurzsichtige rückt das Object dem Glase um ein weniges näher. Die Vergrösserungszahl wäre dem 236 §. gemäß $m =$

118 Fig. $\frac{nr(a+c)}{nr(a+c)-(n-1)(a+r)c}$, und $a = AP$ müste der Brennweite der Linse gleich angenommen werden.

Die Entfernung des Objects vom Auge ist $GP = a + c$, und wenn diese kleiner ist, als diejenige Entfernung h von etwa 8 Zollen, in der wir sonst kleine Objecte deutlich sehen; so wird dem 227. §. gemäß für das Microscop die Vergrösserungszahl $M = \frac{h}{a+c} m$. Für eine gläserne Kugel wäre $M = \frac{5}{3} \cdot \frac{h}{a+c}$, und in andern Fällen ist gewöhnlich c in Vergleichung mit a so klein, daß die Zahl m sehr wenig grösser als 1 wird, und $M = \frac{h}{a+c}$ gesetzt werden kann.

398. §.

Damit der Strahl LMGH aus dem Punct L

118 Fig. das Auge treffen könne, muß die halbe hintere Oefnung der Linse nicht kleiner als AM seyn. Es sey $AM = x$, $PGL = \varphi$, so ist $CGH = m\varphi$. Aber auch $CGH = n\,CGK = n\,FGM$ (236. §.), also

$m\varphi$

$m\varphi = n$ FGM. Weiter ist FGM oder AGM $= \frac{x}{c}$, also $m\varphi = \frac{nx}{c}$, und $\varphi = \frac{nx}{mc}$. Ueberdem sey PL $= z$, AP $= a$, so ist $z = (a + c)\varphi$, und $\varphi = \frac{z}{a+c}$. Beyde Werthe von φ gleich gesetzet geben

$$\frac{z}{a+c} = \frac{nx}{mc}, \text{ also } z = \frac{a+c}{c} \cdot \frac{nx}{m}.$$

Hinführo setze man $m = 1$, so lange von solchen Linsen die Rede ist, deren Dicke in Vergleichung mit den Halbmessern ihrer Flächen sehr klein ist; alsdenn hat man $M = \frac{h}{a+c}$, also $a + c = \frac{h}{M}$, und man erhält $z = \frac{nhx}{Mc}$. So groß ist der Halbmesser von dem sichtbaren Stück des Objects, so weit es das Microscop fasset.

399. §.

Was in der Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit im 302. §. die Zahl m war, das ist hier $\frac{a+c}{h} \cdot M$. Es sey derselbe $= u$, so ist für die einfache Glaslinse

$$u = \frac{(a+c)\,M\,x^3}{4h} \cdot \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right),$$

und hier ist $\alpha = \infty$, $M(a + c) = h$; also wird

$u = \frac{\mu\lambda x^3}{4p^3}$. Aus der Erfahrung muß man wissen, wie groß u ohne Nachtheil des deutlichen Sehens seyn kann, so findet man den Oefnungshalbmesser $x = p\sqrt[3]{\frac{4u}{\mu\lambda}}$.

H. Euler setzt $u = \frac{1}{4k^3}$, und das giebt $x = \frac{p}{k}\sqrt[3]{\frac{1}{\mu\lambda}}$, oder auch $x = \frac{h}{Mk}\sqrt[3]{\frac{1}{\mu\lambda}}$. Nach H. Euler muß für Microscope $k = 20$ seyn, für Telescope aber müste $k = 40$ bis 50 angenommen werden. Das will sagen, für Microscope muß der Halbmesser der Undeutlichkeit nicht grösser seyn, als $\frac{3438 \cdot 60}{32000}$ oder $6\frac{7}{16}$ Secunden. Man sehe davon oben den 302. §. nach.

Setzt man das mittlere Brechungsverhältniß zum Grunde, also $n = 1{,}55$, so ist $\mu = 0{,}9381$, und wenn das Glas gleichseitig ist, $\lambda = 1{,}63$. (303. 340. §.) Wird überdem $h = 8$ Zoll, und $k = 20$ angenommen, so giebt das $x = \frac{0{,}3472}{m}$ Zoll.

Wenn aber $\lambda = 1$ gesetzt wird, so ist $x = \frac{0{,}4084}{m}$ Zoll. Alsdenn ist der Vorderfläche Halbmesser $f = \frac{p}{0{,}1908} = \frac{41{,}93}{m}$ Zoll, der Hinterfläche Halb-

Halbmesser $g = \frac{p}{1{,}6274} = \frac{4{,}916}{m}$ Zoll. (291. §.)

400. §.

Um die Helligkeit des Objects, wie sie durch die Linse erscheint, mit der natürlichen zu vergleichen, hat man $x = my = \frac{a+c}{h} M \cdot y$. Es ist aber $\frac{h}{a+c} = M$, also $x = y$, und dem 242. §. gemäß $c = 400 \cdot y^2 \cdot C$, oder hier $c = 400 \cdot x^2 \cdot C$. Demnach ist für das gleichseitige Glas $c = \frac{7^2}{M^2} \cdot C$, für das ungleichseitige aber $c = \frac{8^2}{M^2} \cdot C$.

Aus der folgenden vom H. Euler (Dioptr. T. III. §. 43.) mitgetheilten Tafel läßt sich alles hieher gehörige sehr gut übersehen.

Vergröss.	Brennweite.	Halbmesser vorderer	Halbmesser hinterer	halbe Oefnung	Helligkeit
10	0,800	4,193	0,492	0,048	0,6400
20	0,400	2,096	0,246	0,020	0,1600
30	0,266	1,398	0,164	0,013	0,0706
40	0,200	1,048	0,123	0,010	0,0400
50	0,160	0,839	0,098	0,008	0,0256
60	0,133	0,699	0,082	0,006	0,0176
70	0,114	0,599	0,070	0,006	0,0129
80	0,100	0,524	0,062	0,005	0,0100
90	0,088	0,466	0,055	0,004	0,0077
100	0,080	0,419	0,049	0,004	0,0064
120	0,066	0,349	0,041	0,003	0,0043
140	0,057	0,299	0,035	0,003	0,0032
160	0,050	0,262	0,031	0,002	0,0025

In der letzten Columne stehen hier die Zahlen, welche die Grösse der Helligkeit selbst in Vergleichung mit der natürlichen ausdrücken, wenn diese = 1 gesetzt wird. Es sind die Quadratzahlen von denjenigen, die beym H. Euler in der letzten Columne aufgeführt sind, auch sind hier ihre Quadratwurzeln einerley mit den Zahlen in der zweyten Columne für die Brennweite, und das hat folgenden Grund. Es muß $M = \frac{h}{a+c}$, oder $= \frac{h}{p+c}$ seyn, wenn p die Brennweite der Linse bezeichnet, von der vordern Fläche des Glases angerechnet. Aber es ist gewöhnlich c so klein, daß es keinen beträchtlichen Unterscheid macht, ob man die Brennweite von der vordern oder hintern Fläche der Linse an rechnet: also setzt man $M = \frac{h}{p}$, mithin auch $p = \frac{h}{M}$. Dabey nimmt man $h = 8$ Zoll an: also wird $p = \frac{8}{M}$, wenn die Linse ungleichseitig, und $\lambda = 1$ ist. Aber dem Quadrat dieser Zahl ist auch die Helligkeit proportional, oder nach H. Eulers Sprachgebrauch, es ist auch $\frac{8}{M}$ das Maaß der Helligkeit.

401. §.

Der allgemeine Ausdruck für die Vergrösserungszahl $M = \frac{h}{a+c} \cdot m$, wird auf den Fall, wenn das einfache Microscop eine ganze Kugel ist, so angewandt. Zuerst ist $m = \frac{3n-2}{n}$ (236. §.) und

$a =$

$a = p = \frac{(2-n)\,r}{2(n-1)}$, $c = 2r$; also $a + c = \frac{(2-n)\,r}{2(n-1)} + 2r = \frac{(3n-2)\,r}{2(n-1)}$, und man findet $M = \frac{2(n-1)\,h}{nr}$. Ueberdem ist $a + r = \frac{(2-n)\,r}{2(n-1)} + r = \frac{nr}{2(n-1)}$, also auch $M = \frac{h}{a+r} = \frac{h}{p+r}$. Weil auch $r = \frac{2(n-1)\,a}{2-n}$, so ist $\frac{2(n-1)}{nr} = \frac{2-n}{na}$, und man hat $M = \frac{2-n}{n} \cdot \frac{h}{a} = \frac{2-n}{n} \cdot \frac{h}{p}$.

Die Helligkeit des Objects, wie sie durchs Microscop erscheint, sey $= c$, und die natürliche Helligkeit des Objects, wie sie in der Entfernung h vom Auge erscheinen würde, $= C$, so ist $c : C = \frac{h^2 x^2}{m^2 a^2} : \omega^2$, (240. §.) also hier $c : C = \frac{n^2 x^2}{(2-n)^2} : \omega^2$.

Der Halbmesser z von dem sichtbaren Stück des Objects, soweit es das Microscop fasset, wird aus der allgemeinen Formul $z = \frac{a+c}{c} \cdot \frac{nx}{m}$ (398.§) gefunden, wenn man hier für die Kugel $\frac{a+c}{c} = \frac{3n-2}{n}$

$\frac{3n-2}{4(n-1)}$, und $m = \frac{3n-2}{n}$, also $\frac{n}{m} = \frac{n^2}{3n-2}$

ſetzt. Das giebt alsdenn $z = \frac{n^2 x}{4(n-1)}$.

402. §.

Im 399. §. konnte zwar der vordere Oefnungshalbmeſſer x aus der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit gefunden werden: allein eben dieſe Formul iſt nur für Linſen von ſo ſehr geringer Dicke berechnet, daß ſie in Vergleichung mit den Halbmeſſern der Flächen als verſchwindend betrachtet werden konnte. Eben darum findet ſie bey der Kugel keine Anwendung. H. Euler (Dioptr. T. III. §. 54.) findet $x = \frac{2(2-n)}{nk} \cdot \frac{h}{M} \cdot \sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}}$ vermittelſt einer Rechnung, welche für die Abſicht dieſes kurzen Lehrbuches zu weitläuftig iſt, zumahl da auch die ſchicklichſte Oefnung leicht durch Verſuche gefunden werden kann. Wenn indeſſen $k = 20$, $n = 1{,}55$, $h = 8$ Zoll angenommen wird, ſo giebt die Euleriſche Formul $x = \frac{0{,}1448}{M}$ Zoll.

Wenn der Oefnungshalbmeſſer für die vordere Fläche $= x$ iſt, ſo muß derſelbe für die hintere Fläche $= \frac{nx}{2-n}$ ſeyn, wenn alles auf die vordere Oefnung fallende Licht ins Auge kommen ſoll. Denn nach der erſten Brechung bleiben die aus dem Brennpunct in der Axe auf die Kugel fallenden Strahlen divergent,

und

und der senkrechte Schnitt des ins Auge kommenden Strahlencylinders muß $= \frac{nx}{2-n}$ seyn, wenn das Quadrat dieser Grösse mit dem Quadrat vom Halbmesser der Augenöfnung dividirt die Helligkeit mit der natürlichen verglichen anzeigen soll.

Auch für dergleichen Kugelmicroscope hat Hr. Euler die nachstehende kleine Tafel berechnet.

Vergröss.	Brennweite.	Halbmesser.	halb. Oefnung vordere	hintere	Helligkeit.	halb. Gesichtsf.
10	0,232	0,568	0,014	0,050	0,998	0,016
20	0,116	0,284	0,007	0,025	0,499	0,008
30	0,077	0,189	0,005	0,017	0,333	0,005
40	0,058	0,142	0,003	0,013	0,249	0,004
50	0,046	0,114	0,003	0,010	0,199	0,003
60	0,038	0,094	0,002	0,008	0,166	0,001

Die Zahlen sind eben nicht aufs schärfste nach den Formeln berechnet: auch ist von den Zahlen in der sechsten Columne zu bemerken, daß die Quadratzahlen davon eigentlich der Helligkeit proportional sind.

403. §.

Wenn in A und B ein Paar kleine aus einerley Glasart verfertigte Linsen so nahe als möglich an einander gestellt sind, und alsdenn Strahlen, die aus einem Punct der gemeinschaftlichen Axe kommen, so gebrochen werden, als kämen sie aus F her; so werden sie nach der Brechung im zweyten Glase parallel werden, wenn BF des Glases B Brennweite ist. Beyde Linsen machen alsdenn ein doppeltes Microscop der ersten Art aus, weil das Object durch 151 Fig.

die Linsen betrachtet vergrössert und deutlich gesehen werden kann. Für eine solche Zusammenordnung beyder Gläser ist $AB = BF - AF = b - \alpha$, mithin α negativ. Die Entfernung des Objects ist $AE = a$, und man setze $AB = \eta a$, mithin $b = \eta a + \alpha$. Ueberdem wird die zweyte mit b zusammengehörige Vereinigungsweite $\beta = \frac{bq}{b-q}$ unendlich groß, weil $b = q$ seyn muß. Auch muß $p > a$ seyn, damit $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ negativ werde.

404. §.

Die Vergrösserungszahl ist gegeben: man soll für das doppelte Microscop eine vortheilhafte Anordnung finden.

Aufl. Die Farbenzerstreuung kann man nicht aufheben, aber die Abweichung wegen der Kugelgestalt läßt sich wenigstens sehr vermindern. Für zwey zusammengeordnete Gläser ist der Halbmesser der Undeutlichkeit

$$u = \tfrac{1}{4} m x^3 \left(\frac{\mu\lambda}{p^3} + \frac{\mu\nu}{pa\alpha} + \left(\frac{\mu'\lambda'}{q^3} + \frac{\mu'\nu'}{qb\beta} \right) \frac{b^4}{\alpha^4} \right),$$

und hier ist $b = \alpha$, $\beta = \infty$, auch ist α negativ und $\mu = \mu'$, also

$$u = \tfrac{1}{4} m x^3 \left(\frac{\mu\lambda}{p^3} - \frac{\mu\nu}{pa\alpha} + \frac{\mu\lambda'}{q^3} \right).$$

Ferner hat man $m = \frac{Ma}{h}$, also

$u =$

$$u = \frac{\mu M a x^3}{4h}\left(\frac{\lambda}{p^3} - \frac{\nu}{p a \alpha} + \frac{\lambda'}{q^3}\right).$$

Damit dieser Ausdruck so klein als möglich ausfalle, muß $\lambda = \lambda' = 1$ seyn, also

$$u = \frac{\mu M x^3}{4a^2 h}\left(\frac{a^2}{p^3} - \frac{\nu a^2}{p\alpha} + \frac{a^3}{q^3}\right).$$

Wenn weiter $\frac{a}{\alpha} = A$, $\frac{a}{p} = \mathfrak{A}$ gesetzt wird; so ist $u = \frac{\mu M x^3}{4a^2 h}(\mathfrak{A}^3 - \nu A \,.\, \mathfrak{A} + A^3)$, und man kann $\mathfrak{A}$ und A so bestimmen, daß der Factor $\mathfrak{A}^3 - \nu A \,.\, \mathfrak{A} + A^3$ am kleinsten ausfalle. Diese Bedingung erfodert, daß $A = \mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ gesetzt werde, und alsdenn hat man $u = \frac{\mu M x^3}{16 a^2 h}(1 - \nu)$. Ferner ist nun $\alpha = 2a$, und $p = 2a$, $b = (2 + \eta)a$, und $q = b = (2 + \eta)a$.

Für diese zwey Gläser wäre $m = \frac{\alpha}{q}$ (225. §.), also ist $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$. Ueberdem ist $\pi q = (b - \alpha)\Phi$, also $\pi q = \eta a \Phi$, und $z = a\Phi = \frac{\pi q}{\eta}$, also $z = \frac{\pi(2 + \eta)a}{\eta}$, da dann $\pi = \frac{1}{2}$ angenommen werden kann. Wegen der Helligkeit hat die zweyte Linse den Oefnungshalbmesser $\frac{bx}{\alpha}$ (217. §.)

$= \frac{2+\eta}{2} x$ und die Entfernung des Auges BO $=$ $\frac{\pi q}{m\varphi}$ (228. §.) $= \frac{\eta a}{m}$. Statt m setzt man $\frac{aM}{h}$, so wird BO $= \frac{\eta h}{M}$.

Weil b oder q sehr nahe $= \alpha$ ist, so ist hier $m = \frac{\alpha}{q}$ sehr nahe $= 1$, und $a = \frac{h}{M}$. Setzt man diesen Werth statt a, so wird der Halbmesser der Undeutlichkeit $u = \frac{\mu (1 - \nu) M^3 x^3}{16 h^3}$. Wird eben derselbe Halbmesser $= \frac{1}{4k^3}$ gesetzt, so giebt das $\frac{1}{k^3} = \frac{2\mu (1 - \nu) M^3 x^3}{8h^3}$, und man findet $x = \frac{2h}{Mk} \sqrt[3]{\frac{1}{2\mu (1-\nu)}}$, also $x = \frac{1{,}7712h}{mk}$. Die Vergleichung mit dem 399. §. ergiebt, daß dieser Oefnungshalbmesser beynahe so groß als für die einfache microscopische Linse ausfalle, ohngefehr in dem Verhältniß 12 : 7. Wird $k = 20$, $h = 8$ Zoll gesetzt, so ist $x = \frac{0{,}708}{M}$ Zoll.

Wegen der Helligkeit ist die halbe Oefnung der zweyten Linse $= \frac{1}{10} x$, wenn man $\eta = \frac{1}{5}$ setzt. Wäre die Linse gleichseitig, so könnte ihre halbe Oefnung wegen des Gesichtsfeldes $= \frac{1}{5} q$ seyn, also $= \frac{1}{5}$ (2 +

$(2+\eta)a = \frac{2}{5} \cdot \frac{h}{M}$. Bey der Voraussetzung h $= 8$ Zoll wäre also $\frac{1}{5}q = \frac{16}{5m}$ Zoll: allein H. Euler nimmt die halbe Oefnung der zweyten Linse nur $= \frac{1}{10}x$, damit sie nicht wegen der grössern Breite zu starck von Dicke ausfallen möge.

Noch muß man die Halbmesser für die sphärischen Flächen dieser Linsen suchen. Weil $\lambda = \lambda' = 1$, und $\frac{p}{a} = 2$ gesetzt ist, so hat man aus dem 290. §. $f = \frac{p}{2\varrho - \sigma}$, und $g = \frac{p}{2\sigma - \varrho}$. Wird alsdenn $n = 1{,}55$ angenommen, so hat man $f = -\frac{p}{1{,}246}$, $g = \frac{p}{3{,}064}$ für die erste Linse. Weil ferner für die zweyte Linse $\beta = \infty$ ist, so ist für diese $f = \frac{q}{\varrho} = \frac{q}{0{,}1907}$, $g = \frac{q}{\sigma} = \frac{q}{1{,}6274}$.

405. §.

Es sey $\eta = \frac{1}{5}$, $h = 8$ Zoll, $k = 20$, so ergiebt sich für das doppelte Microscop der ersten Art die folgende Anordnung.

Die Entfernung des Objects $a = \frac{7{,}273}{M}$ Zoll;

Brenn-

Brennweite der ersten Linse $p = \frac{14{,}546}{M}$ Zoll,

Halbmesser der Vorderfläche $= -\frac{11{,}674}{M}$ Zoll,

Halbmesser der Hinterfläche $= +\frac{4{,}747}{M}$ Zoll,

halbe Oefnung der ersten Linse $x = \frac{0{,}651}{M}$ Zoll,

ihr Abstand von der zweyten $\frac{1}{5}\,a = \frac{1{,}455}{M}$ Zoll,

Brennweite der zweyten Linse $q = \frac{16{,}001}{M}$ Zoll,

Halbmesser der Vorderfläche $= \frac{83{,}906}{M}$ Zoll,

Halbmesser der Hinterfläche $= \frac{9{,}832}{M}$ Zoll.

Die halbe Oefnung dieser zweyten Linse könnte des Gesichtsfeldes wegen auf $\frac{1}{5}$ des kleinern Halbmessers angenommen werden, allein H. Euler macht sie nur um ein weniges grösser als die halbe Oefnung der vordern Linse. Sie ist wegen der Helligkeit $\frac{b}{\alpha}\,x$ $= \frac{2+\eta}{2}\,x = \frac{11}{10}\,x = \frac{0{,}7161}{M}$, und der Halbmesser von dem sichtbaren Stück des Objects $z = \frac{3{,}58}{M}$ Zoll, wenn die Oefnung der hintern Linse nur ein weniges grösser ist, als die Oefnung der vordern.

Wenn

Wenn man den Lichtverlust wegen der mehrern Zurückwerfung von beyden Linsen nicht rechnet, so ist die Helligkeit beym Gebrauch dieser doppelten Linse doppelt so groß, als beym Gebrauch der einfachen.

406. §.

Man kann auf ähnliche Art auch drey aus einerley Glasart verfertigte Linsen ganz nahe hinter einander stellen, und ein dreyfaches Microscop zuwege bringen. Aus dem Punct E der gemeinschaftlichen Axe dreyer hinter einander gestellten Gläser A, B, C, fällt auf das vordere Glas ein Lichtkegel, und die dazu gehörigen Strahlen liegen nach der Brechung so, als kämen sie aus dem Zerstreuungspunct F her. Das zweyte Glas B bricht sie in die Lage, als wenn sie von dem Zerstreuungspunct G herkämen: das dritte Glas C aber bricht sie in die mit der Axe parallele Lage. Der Hauptstrahl eA, welcher das zweyte Glas in Q trift, stößt nach der Brechung in diesem zweyten Glase mit dem dritten in R unterhalb der Axe zusammen, und in O′ muß das Auge stehen. Bey dieser Zusammensetzung dreyer Linsen, ist AB $= b - \alpha$, BC $= c - \beta$, also sind α und β negativ, γ ist $= \infty$, also $c = r$. Ferner ist auch π' negativ, weil CR $= \pi' r$ negativ ist, und r positiv bleibt. Ueberdem muß $p > a$, $q > b$ seyn, damit $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, und $\beta = \frac{bq}{b-q}$ negativ werde. 152 Fig.

407. §.

Die Vergrösserungszahl ist gegeben, man soll für das dreyfache Microscop eine vortheilhafte Anordnung finden. 152 Fig.

Aufl.

Aufl. Aus dem 302. §. hat man für drey Gläser den Halbmesser der Undeutlichkeit, und man muß die Abmessungen für die Linsen so annehmen, daß derselbe so klein ausfalle, als möglich. Diesemnach sey zuförderst $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$, und weil die Entfernungen zwischen den Linsen sehr klein sind, so ist sehr nahe $b = \alpha$, $c = \beta$. Nach diesen Voraussetzungen bestimme man die Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit, und nehme zugleich α, β, negativ, und $\gamma = \infty$ an; so wird

$$u = \tfrac{1}{4}\mu m x^3 \left(\frac{1}{p^3} - \frac{\nu}{p a \alpha} + \frac{1}{q^3} - \frac{\nu}{q b \beta} + \frac{1}{r^3} \right).$$

Schreibt man noch $\frac{Ma}{h}$ statt m, so erhält man auch

$$u = \frac{\mu M x^3}{4 a^2 h} \left(\frac{a^3}{p^3} - \frac{\nu a^2}{p\alpha} + \frac{a^3}{b^3} \left(\frac{b^3}{q^3} - \frac{\nu b^2}{q\beta} + \frac{b^3}{r^3} \right) \right).$$

Setzt man ferner $q = 2b$, und $r = \beta = 2b$, so wird $\frac{b^3}{q^3} - \frac{\nu b^2}{q\beta} + \frac{b^3}{r^3} = \frac{1-\nu}{4}$, und

$$u = \frac{\mu M x^3}{4 a^2 h} \left(\frac{a^3}{p^3} - \frac{\nu a^2}{p\alpha} + \frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{1-\nu}{4} \right).$$

Wird wiederum $\frac{a}{p} = \mathfrak{A}$, $\frac{a}{\alpha} = A$ gesetzt, so ist der eingeschlossene vieltheilichte Factor $\mathfrak{A}^3 - \nu \mathfrak{A} A + \frac{1}{4}(1-\nu) A^3$, und derselbe erhält den kleinsten Werth, wenn man $A = \frac{2}{3}$ und $\mathfrak{A} = \frac{1}{3}$ setzt: alsdenn wird $\alpha = \frac{3}{2}a$, und $p = 3a$, auch erhält man

$$u = \frac{\mu M x^3}{4 a^2 h} \left(\tfrac{3}{27} - \tfrac{8}{27} \nu \right).$$

Beyde

$\pi' = -\frac{\eta(2+\eta)}{(1+\eta)(3+2\eta)}\varphi$. Weil $\varphi = \frac{(3+2\eta)\pi}{\eta}$ war, so ist $\pi' = -\frac{2+\eta}{1+\eta}\pi$, und $\pi = -\frac{1+\eta}{2+\eta}\pi'$, also $\pi < \pi'$.

Man setze $u = \frac{\mu M x^3}{27 \cdot 4a^2 h}(3-8\nu) = \frac{1}{4k^3}$, und $a = \frac{h}{M}$, so ist $\frac{1}{k^3} = \frac{\mu M^3 x^3}{27 h^3}(3-8\nu)$, mithin $x = \frac{3h}{Mk}\sqrt[3]{\frac{1}{\mu(3-8\nu)}}$. Wenn also $k = 20$, $h = 8$ Zoll angenommen wird, so giebt das $x = \frac{1{,}174}{M}$ Zoll. Die Halbmesser f und g der Linsen geben folgende Gleichungen.

Für die erste Linse

$$f = \frac{p}{\sigma - 3(\sigma-\varrho)} = -\frac{p}{2{,}6827},$$

$$g = \frac{p}{\varrho + 3(\sigma-\varrho)} = \frac{p}{4{,}5008}.$$

Für die zweyte Linse

$$f = \frac{q}{\sigma - 2(\sigma-\varrho)} = -\frac{q}{1{,}2460},$$

$$g = \frac{q}{\varrho + 2(\sigma-\varrho)} = \frac{q}{3{,}0641}.$$

Für

werden. Die Helligkeit findet man wie gewöhnlich aus y, wenn $y = \frac{x}{m} = \frac{hx}{Ma}$ genommen wird.

408. §.

Die Entfernung der Linsen sey wie vorhin $\frac{1}{5}a$, so ergiebt sich folgende Anordnung des aus dreyen Linsen zusammengesetzten Microscops der ersten Art, wenn die übrigen schon gefundenen Bestimmungen bleiben.

Entfernung des Objects $a = \frac{6{,}666}{M}$ Zoll,

Brennweite der ersten Linse $p = \frac{20}{M}$ Zoll,

Halbmesser der Vorderfläche $= -\frac{7{,}455}{M}$ Zoll,

Halbmesser der Hinterfläche $= +\frac{4{,}444}{M}$ Zoll,

halbe Oefnung beynahe $= \frac{1}{m}$ Zoll.

Entfernung v. d. zweyten Linse $= \eta a = \frac{1{,}333}{M}$ Zoll,

Brennweite der zweyten Linse $q = \frac{22{,}666}{M}$ Zoll,

Halbmesser der Vorderfläche $= -\frac{18{,}191}{M}$ Zoll,

Halbmesser der Hinterfläche $= \frac{7{,}397}{M}$ Zoll,

die

409. §.

Die Rechnungen, welche die Herrn Euler und Klügel über die Anordnung eines solchen Microscops angestellet haben, das aus zweyen oder dreyen ganz nahe aneinander gestellten Linsen aus verschiedenen Glasarten, um die Farbenzerstreuung zu heben, zusammen gesetzt wäre, ergeben, daß zuviele Schwierigkeiten dabey eintreten. Die Brennweiten der einzelnen Linsen werden gegen die Brennweite des aus ihnen zusammengesetzten Microscops zu klein, auch die Entfernung der Linsen fällt gar zu klein aus, als daß der Künstler das alles leisten könnte, was den Resultaten der Rechnung gemäß wäre. Man findet alles hieher gehörige umständlich abgehandelt in Hn. Eulers Dioptrica Tom. III. Sect. I. Cap. II. III. auch hat Hr. Klügel in der Analytisch. Dioptrik §. 572 bis 579 §. einige Resultate der Eulerischen Rechnungen mitgetheilet. Die Abweichung wegen der Gestalt läßt sich ganz heben, wenn eine von den beyden oder den dreyen Linsen, die das Microscop ausmachen sollen, eine Hohllinse ist, selbst alsdenn, wenn alle aus einerley Glasart gemacht werden. Denn eine von den Brennweiten ist alsdenn negativ, und um deßwillen können die Glieder in der Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit einander aufheben.

410. §.

Die Vergrösserungszahl ist gegeben, man soll für das Microscop der zweyten Classe, oder das zusammengesetzte der ersten Classe eine vortheilhafte Anordnung finden.

Anſt. Dies Microſcop, wenn man ihm die einfachſte Einrichtung giebt, hat alle Aehnlichkeit mit dem Galiläiſchen Fernrohr. Mit dem Objectivglaſe A, welches das Bild des in E befindlichen Objects nach F wirft, iſt ein hohles Augenglas verbunden, welches in B die nach F zielenden Strahlen auffängt, und in die mit der Axe parallele Lage bricht. 153 Fig.

In den allgemeinen Gleichungen $m = \frac{\alpha}{b}$, oder $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{b}$ und $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, werden b und q negativ, alſo auch m negativ, und überdem wird $b = q$. Die zweyte Gleichung wird alsdenn $\pi q = (b - \alpha)\varphi$, und πq muß poſitiv bleiben, obgleich q negativ iſt, deßwegen muß auch π negativ ſeyn, und man hat $\pi q = (\alpha - b)\varphi$, alſo $\pi = (m - 1)\varphi$, oder $\pi = \left(\frac{Ma}{h} - 1\right)\varphi = \frac{Ma - h}{h}\varphi$, und $\varphi = \frac{h}{Ma - h}\pi$.

Um das Geſichtsfeld ſo groß als möglich zu machen, müſte π ſo groß ſeyn, als es der Geſtalt des Glaſes wegen angehet: weil jedoch, wie beym Galiläiſchen Fernrohr, das Auge ganz nahe an das Ocular gehalten werden muß, ſo genügt es, wenn die Oefnung deſſelben die Augenöfnung nur um etwas ſehr weniges übertrift. Sollte der Oefnungshalbmeſſer des Oculars der halben Augenöfnung von $\frac{1}{20}$ Zoll gleich ſeyn; ſo könnte die Brennweite des Oculars $\frac{1}{4}$ Zoll ſeyn. Damit aber bey Verrückung des Auges mehr überſehen werden könne, muß q gröſſer, etwa $\frac{1}{2}$ Zoll ſeyn, und die halbe Oefnung $\frac{1}{10}$ Zoll.

Es sey also $q = \frac{1}{12}$ Zoll $= b$, so ist aus der ersten Gleichung $M = \frac{2h\alpha}{a}$, oder $\frac{\alpha}{a} = \frac{M}{2h} = \frac{1}{16}M$, wenn $h = 8$ Zoll ist. Weiter hat man $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, also $\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha} = 1 + \frac{16}{M} = \frac{M+16}{M}$, und man erhält $p = \frac{Ma}{M+16}$. Will man q unbestimt lassen, so ist $\frac{a}{\alpha} = \frac{h}{Mq}$, $\frac{a}{p} = 1 + \frac{h}{Mq} = \frac{Mq+h}{Mq}$ und $p = \frac{Mq \cdot a}{Mq+h}$, also auch umgekehrt $a = \left(1 + \frac{h}{Mq}\right)p$.

Für die Helligkeit ist $y = \frac{1}{m}x = \frac{hx}{Ma}$. Sucht man x aus der Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit, die sich hier in folgende verwandelt:

$$\frac{1}{4k^3} = \frac{\mu M x^3}{4a^2 h}\left(\lambda \cdot \frac{a^3}{p^3} + \nu \cdot \frac{aa}{p\alpha} - \lambda' \cdot \frac{a^3 q}{\alpha^4}\right),$$

in der Voraussetzung $k = 20$, so wird x zu klein gefunden, als daß man die Oefnung des Objectivs ohne Nachtheil der Helligkeit so klein machen könnte: also muß man mit einem geringern Grade der Deutlichkeit zufrieden seyn, und die Oefnung durch Versuche bestimmen.

411. §.

411. §.

Man könnte das eben berechnete Microscop der zweyten Classe noch dadurch zu verbessern suchen, daß man das Objectiv aus mehrern Linsen zusammen setzte, um die Abweichung wegen der Gestalt, vielleicht auch die Farbenzerstreuung, zu vermindern: allein dergleichen Verbesserungen lassen sich bey dem Microscop der dritten Classe mit besserm Erfolge anbringen, wodurch man auch mehr vom Object zugleich übersehen kann. Die einfachste Anordnung eines Microscops der dritten Classe ist dem Sternrohr ähnlich; mit dem Objectivglase in A ist ein Sammlungsglas in B als ein Augenglas verbunden, das in E befindliche Object hat in F ein wirkliches Bild, und von demselben ist das Ocular um seine Brennweite FB entfernt. 154 Fig.

Die Anordnung kann auch wie beym Sternrohr (365. §.) so gemacht werden, daß das erste mit dem Objectivglase zusammengehörige Bild nicht zur Wirklichkeit kommt. Die nach dem ersten Bilde F zielenden Strahlen werden alsdenn vom ersten Augenglase B aufgefangen, welches in G ein wirkliches Bild zuwege bringt. Die von diesem Bilde aus divergirenden Strahlen fängt das zweyte Ocular C auf, und bringt sie in die erforderliche parallele Lage. 155 Fig.

Mit dem zweyten Ocular C kann auch das dritte D noch auf eben die Art wie beym Sternrohr (369. §.) verbunden werden. Das zweyte Ocular C, welches die von dem Bilde G aus divergirenden Strahlen auffängt, bringt sie in die Lage, als kämen sie von dem geometrischen Bilde in H her, und das dritte Ocular D bringt sie in die erforderliche parallele Lage. 156 Fig.

412. §.

Die Vergrösserungszahl ist gegeben, man soll für das Microscop der dritten Art, wenn es nur mit einem Augenglase versehen ist, eine vortheilhafte Anordnung finden.

Aufl. Die Formuln für das Microscop der zweyten Art mit einem hohlen Augenglase (410. §.) finden hier ebenfalls ihre Anwendung, wenn nur bemerkt wird, daß die Brennweite q, oder die Entfernung b hier dasselbe Zeichen behalte, welches diese Grössen in den allgemeinen Formuln hatten. Demnach ist $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$, $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, und man muß in den übrigen im 410. §. daraus geschlossenen Formeln vor q oder b, mithin auch vor M das Zeichen ins entgegen gesetzte verwandeln, so hat man

$$p = \frac{Mq}{Mq + h} \cdot a, \quad \text{und } a = \left(1 + \frac{h}{Mq}\right) p.$$

Setzt man auch noch $\alpha = \frac{ap}{a - p}$, so wird $M = \frac{hp}{q(a-p)}$ gefunden, und umgekehrt $q = \frac{hp}{M(a-p)}$.

Wenn man die Entfernung der Gläser für die Länge des Werkzeuges annimmt, und diese = L setzt; so ist $L = \alpha + b = \alpha + q = q\left(\frac{Ma}{h} + 1\right)$, also umgekehrt $M = \frac{h}{a}\left(\frac{L}{q} - 1\right)$. Bey einer ansehnlichen Vergrösserungszahl könnte das Instrument

wohl

wohl eine unbequeme Länge erhalten, weßwegen also m nicht schlechthin nach Gefallen angenommen werden kann.

Aus der Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu M x^3}{a^2 h}\left(\lambda \cdot \frac{a^3}{p^3} + \nu \cdot \frac{aa}{p\alpha} + \lambda' \cdot \frac{a^3 q}{\alpha^4}\right)$$

bestimmt man wie gewöhnlich x aus p, und aus x wiederum das Maaß der Helligkeit. Oder man sie-

het $m = \frac{Ma}{h}$ und y, also auch $x = my$ als gegeben an, und bestimmt daraus p auf folgende Art. Man nimmt q willkührlich an, so hat man $\frac{a}{p} = 1 + \frac{h}{Mq}$, also auch $\frac{\alpha}{a} = \frac{p}{(a:p)-1}$, oder $\frac{a}{\alpha} = \frac{(a:p)-1}{p} = \frac{h}{Mpq}$. Bey einer etwas erheblichen Vergrösserung ist $\frac{a}{p}$ sehr wenig grösser als 1, und $\frac{a}{\alpha}$ ein ziemlich kleiner Bruch. Deßwegen kann man ohne merklichen Fehler

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu M x^3}{a^2 h}\left(\lambda \cdot \frac{a^3}{p^3} + \nu \cdot \frac{aa}{p\alpha}\right)$$

annehmen, daraus a, und hiernächst ferner $p = \frac{Mq}{Mq+h} \cdot a$ suchen. Für das Gesichtsfeld ist $\varphi =$

$\frac{h\pi}{Ma+h}$, und daraus wird $z = a\varphi$ gefunden.

Hier muß indessen die beste Verbindung des Objectivs und Oculars auch noch durch Versuche ausfündig gemacht werden, weil es nicht genug ist, die Abweichung wegen der sphärischen Figur der Gläser in Betrachtung zu ziehen. Die Farbenzerstreuung ist nicht wenig schädlich, deren Hebung bey Microscopen mehr Schwierigkeiten hat, als bey Fernröhren, wie das unten folgende noch weiter ergeben wird. Gewöhnlich versiehet man sich bey einem Microscop mit mehrern Objectivgläsern, um bey jedesmahliger besondern Absicht das schicklichste zu wählen.

Um die Abweichung wegen der Gestalt zu vermindern, wird das Objectiv ungleichseitig gemacht, so daß $\lambda = 1$ sey. Weil beynahe $\frac{p}{a} = 1$ ist, so sind alsdenn die Halbmesser $f = \frac{p}{\varrho} = 5{,}24 \cdot p$, und $g = \frac{p}{\sigma} = 0{,}61 \cdot p$. Das Ocular macht man gleichseitig wegen des grössern Gesichtsfeldes, welches alsdenn erhalten werden kann: da dann $\pi = \frac{1}{4}$ oder wenigstens $\pi = \frac{1}{5}$ angenommen wird. Uebrigens wird der Abstand des Auges $BO = \frac{\pi q}{m\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi q}{M\varphi}$, also $BO = \frac{Ma+h}{a} \cdot \frac{q}{M}$, oder $BO = q + \frac{hq}{Ma}$.

413. §.

Vermöge einer Nachricht, die Hr. Klügel in der Analytischen Dioptrik 274. S. ertheilet, führt

führt Emerson an, daß ein Microscop mit zweyen Linsen gute Dienste leiste, wenn $p = \frac{7}{10}$ Zoll, $\alpha =$ 7 Zoll, $q = 2$ Zoll, $2x = \frac{1}{10}$ Zoll ist, woraus $a = \frac{7}{9}$ Zoll folgt. Ferner ist $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q} = 36$, und $a\varphi = \frac{1}{20}$ Zoll, wenn man das Ocular breit genug nimmt. Weiter findet man in der Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit den Factor $\frac{\mu M x^3}{a^2 h} = \frac{1}{1146{,}25}$, der andre eingeschlossene Factor mit Weglassung des von dem Ocular herrührenden Theils ist $= \frac{1018}{729}$, und man findet $\frac{1}{k^3} = \frac{1}{821}$, also $k^3 = 821$, und $k = 9{,}36$. Der Bogen, dessen Länge $\frac{1}{4 \cdot 821}$ des Halbmessers ist, fasset 63 Secunden.

414. §.

Die Vergrösserungszahl ist gegeben, man soll die Abmessungen eines Microscops der dritten Classe mit zweyen Oculären so vortheilhaft finden, daß bey Vergrösserung der Helligkeit und des Gesichtsfeldes zugleich der farbichte Rand gehoben wird.

Aufl. Man muß den folgenden allgemeinen Gleichungen ein Genüge leisten.

1.) $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{bc}$, 2.) $\pi q = (\alpha + b)\varphi$,

3.) $\pi' r = \left(\frac{\alpha\beta}{b} - c\right)\varphi + c\pi$,

und

und wegen Vermeidung des farbichten Randes

4.) $\pi + \frac{\pi' c}{\beta} = 0.$

155 Fig. Nun ist $AB = AF - FB = \alpha - b$, also b negativ, und eben darum auch M, γ ist $= \infty$, und $c = r$. Weiter ist π' negativ, weil $\pi' r = CR$ negativ, und r positiv ist. Demnach ist

1.) $M = -\frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{bc}$, 2.) $\frac{\pi q}{b} = \left(\frac{\alpha}{b} - 1\right)\varphi$,

3.) $-\pi' = -\left(\frac{\alpha\beta}{bc} + 1\right)\varphi + \pi$, 4.) $\pi - \frac{\pi' c}{\beta} = 0.$

Es sey $\frac{\alpha}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\pi = \zeta\pi'$, so verwandeln sich die Gleichungen in folgende:

1.) $M = \frac{h}{a} . P . Q$, 2.) $\frac{\zeta\pi' q}{b} = (P - 1)\varphi$,

3.) $\pi' = (P . Q + 1)\varphi - \zeta\pi'$, 4.) $\zeta = \frac{1}{Q}$.

Aus der dritten Gleichung folgt $\varphi = \frac{(1 + \zeta)\pi'}{P . Q + 1}$, und es ist für das Gesichtsfeld am vortheilhaftesten, wofern man $\zeta = 1$ setzen kann. Das giebt $Q = 1$, $\beta = c = r$, und $\varphi = \frac{2\pi'}{P + 1}$, $M = \frac{h}{a} . P$, oder

$P = \frac{Ma}{h}$, und $\frac{q}{b} = \frac{2(P - 1)}{P + 1}$.

Weil P eine beträchtlich grosse Zahl ist, wenn man anders eine etwas erhebliche Vergrösserung zuwege

wege bringen will, so ist beynahe $\frac{q}{b} = 2$, also $b = \frac{1}{2}q$, und $\beta = \frac{bq}{b+q} = \frac{1}{3}q$, mithin auch $c = r = \beta = \frac{1}{3}q$. Es muß demnach die Brennweite des Collectivglases dreymahl grösser seyn, als die Brennweite des Ocularglases, und die Gleichung $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ oder $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$ giebt $\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha}$. Weil nun $\alpha = P \cdot b$ und $b = \frac{1}{2}q$ war, so ist $\alpha = \frac{1}{2}Pq$, oder $\alpha = \frac{Ma}{2h}q$, und $\frac{a}{\alpha} = \frac{2h}{Mq}$, mithin $\frac{a}{p} = 1 + \frac{2h}{Mq}$. Von den dreyen Grössen a, p, q, bleiben zwey willkührlich.

Noch hat man $AB = \alpha - b = \frac{1}{2}\left(\frac{Ma}{h} - 1\right)q$ oder $AB = \frac{3}{2}\left(\frac{Ma}{h} - 1\right)r$, $BC = \beta + c = \frac{2}{3}q = 2r$. Der Abstand des Auges $CO' = \frac{\pi' r}{m\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi' r}{M\varphi}$, oder $CO' = \frac{h}{a} \cdot \frac{P+1}{2} \cdot \frac{r}{M}$. Man setze $P = \frac{Ma}{h}$, also $P + 1 = \frac{Ma+h}{h}$; so wird $\frac{h}{a}(P+1) = \frac{Ma+h}{a}$, und $CO' = \frac{1}{2}r \cdot \frac{Ma+h}{Ma}$.

Aus

Aus $\varphi = \frac{2\pi'}{P+1}$ findet man auch $z = a\varphi$, oder $z = \frac{2\pi' ah}{Ma+h}$. An der Stelle des wirklichen Bildes kommt eine Blendung, und ihr Halbmesser ist $= \frac{\alpha\beta}{ab} z$ (217. §.) $= \frac{Mq}{3h} z$.

Die Zahl $\frac{a}{\alpha} = \frac{2h}{Mq}$ ist nur ein kleiner Bruch, also ist α gegen a mithin auch gegen p sehr groß, und diejenigen Theile des eingeschlossenen Factors in der Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit, welche den Bruch $\frac{p}{\alpha}$, oder gar $\frac{p^3}{\alpha^3}$, zum Factor haben, sind kleine Brüche, weßwegen der ganze eingeschlossene Factor nicht viel von λ unterschieden seyn kann. Wird also $\lambda = 1$ gesetzt, so ist beynahe $\frac{\mu Max^3}{p^3 h} = \frac{1}{k^3}$, also $x = \frac{p}{k}\sqrt[3]{\frac{h}{Ma}}$, weil auch beynahe $\mu = 1$ ist. Hiernächst ist für die Helligkeit $y = \frac{1}{m} x = \frac{hx}{Ma}$, und weil $\lambda = 1$ gesetzt ist, so wird für das Objectiv der Halbmesser $f = \frac{p}{0,1908} = 5,241 \cdot p$, und $g = \frac{p}{1,6274} = 0,613 \cdot p$, weil sehr nahe $\frac{a}{p} = 1$ ist. Beyde Oculare werden des Gesichts-

feldes

feldes halber gleichseitig, und die Halbmesser ihrer Oefnungen sind dem vierten Theil ihrer Brennweite gleich.

415. §.

Wenn die Brennweiten $p = \frac{1}{2}$ Zoll, $q = 1$ Zoll gegeben sind, so ist $r = \frac{1}{3}$ Zoll, das Objectiv wird beynahe planconvex, und die flache Seite wird dem Gegenstande zugekehrt. Die beyden andern Gläser werden gleichseitig, und ihre Oefnungen so groß, als es wegen der Kugelgestalt seyn kann. Die Entfernung des zweyten Oculars vom ersten ist für weitsichtige $\frac{2}{3}$ Zoll, das zweyte eigentliche Ocular muß für sich beweglich bleiben, damit es nach Beschaffenheit des Auges vom Beobachter verrückt werden könne. Der Abstand des Auges ist beynahe $\frac{1}{6}$ Zoll. Das übrige hängt von der Vergrösserung ab. Die Entfernung $a = \left(\frac{1}{2} + \frac{8}{M}\right)$ Zoll, die Entfernung $AB = \frac{M}{32}$ Zoll, die halbe Oefnung des Objectivs $x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{2}{M+16}}$ Zoll, für die Helligkeit $y = \frac{16x}{M+16}$, $z = \frac{4}{M} \cdot \frac{M+16}{M+32}$ oder beynahe $z = \frac{4}{M}$ Zoll. An dem Orte des wirklichen Bildes kommt eine Blendung, wovon der Halbmesser $= \frac{M}{24}z = \frac{1}{6} \cdot \frac{M+16}{M+32}$ Zoll beynahe $\frac{1}{6}$ Zoll, und die ganze Blendung $\frac{1}{3}$ Zoll breit.

416. §.

416. §.

Durch Beyfügung des zweyten Oculars hinter dem wirklichen Bilde die Anordnung des Microscops der dritten Classe so zu verändern, daß ein noch grösseres Gesichtsfeld zuwege gebracht werde.

156 Fig. Aufl. Die allgemeinen Gleichungen, welche bey dieser Aufgabe ihre Anwendung finden, sind folgende:

$$1.)\ M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma}{bcd}, \quad 2.)\ \frac{\pi q}{b} = \left(\frac{\alpha}{b} + 1\right)\varphi,$$

$$3.)\ \frac{\pi' r}{c} = \left(\frac{\alpha\beta}{bc} - 1\right)\varphi + \pi, \text{ und}$$

$$4.)\ \pi'' = \left(\frac{\alpha\beta\gamma}{bcd} + 1\right)\varphi + \pi' - \pi.$$

Wegen des farbichten Randes ist

$$5.)\ \pi + \frac{\pi' c}{\beta} + \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0.$$

Hier ist $AB = \alpha - b$, $BC = \beta + c$, $CD = -CH + HD = -\gamma + d$, $\delta = \infty$, $d = s$; also sind b, γ, negativ, und eben so $\pi' r = CD$, also π' negativ, weil r positiv ist. Diesemnach ist

$$1.)\ M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma}{bcr}, \quad 2.)\ \frac{\pi q}{b} = \left(\frac{\alpha}{b} - 1\right)\varphi,$$

$$3.)\ \frac{\pi' r}{c} = \left(\frac{\alpha\beta}{bc} + 1\right)\varphi - \pi, \text{ und}$$

$$4.)\ \pi'' = \left(\frac{\alpha\beta\gamma}{bcd} + 1\right)\varphi - \pi' - \pi.$$

5.) $\pi -$

5.) $\pi - \frac{\pi' c}{\beta} - \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0.$

Man nehme $P = \frac{\alpha}{b}$, $Q = \frac{\beta}{c}$, $R = \frac{\gamma}{d}$, und $\pi = \pi' = \pi''$; so wird 1.) $M = \frac{h}{a} . P . Q . R$, 2.) $\frac{q\pi}{b} = (P-1)\varphi$, 3.) $\frac{\pi r}{c} = (P . Q + 1)\varphi - \pi$, 4.) $3\pi = (P . Q . R + 1)\varphi$, 5.) $1 - \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q . R} = 0$.

Ferner sey $R = \frac{1}{2}$, so ist vermöge n. 5. $Q - 1 = 2$, und $Q = 3$, also weiter 1.) $M = \frac{h}{a} . \frac{3}{2} P$, und $P = \frac{2Ma}{3h}$, so wie 4.) $\varphi = \frac{3\pi h}{Ma + h}$, oder auch $\varphi = \frac{3\pi}{\frac{3}{2}P + 1}$. Aus n. 2.) wird $\frac{q}{b} = (P-1)\frac{\varphi}{\pi} = \frac{6(P-1)}{3P+2}$, und aus n. 3.) $\frac{r}{c} = (3P+1)\frac{\varphi}{\pi} = \frac{6(3P+1)}{3P+2} - 1$, also $\frac{r}{c} = \frac{15P+4}{3P+2}$.

Es ist aber $P = \frac{2Ma}{3h}$ eine grosse Zahl, also beynahe $\frac{q}{b} = 2$, und $\frac{r}{c} = 5$. Wenn diese Werthe beybehalten werden, so hat man weiter

$\beta = \frac{bq}{b+q}$, oder $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{b}$, und $\frac{q}{\beta}$ $= 1 + \frac{q}{b}$, alſo $\frac{q}{\beta} = 3$. Ueberdem iſt $\frac{\beta}{c}$ $= Q = 3$, alſo $\frac{q}{c} = 9$, und $\frac{q}{r} = \frac{9}{5}$, oder $r = \frac{5}{9}q$. Noch iſt $-\gamma = \frac{c \cdot r}{c-r} = -\frac{cr}{r-c}$ oder $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{c} - \frac{1}{r}$, mithin $\frac{r}{\gamma} = \frac{r}{c} - 1$, oder $\frac{r}{\gamma} = 4$. Noch iſt $\frac{\gamma}{d} = R = \frac{1}{2}$, alſo $\frac{r}{d} = 2 = \frac{r}{s}$, alſo $s = \frac{1}{2}r = \frac{5}{18}q$. Man muß q ſo annehmen, daß s nicht zu klein ausfalle, und wenn ſolchergeſtalt für b ein ſchicklicher Werth gefunden iſt, ſo kann man aus der Gleichung $\frac{q}{b}$ $= \frac{6(P-1)}{3P+2}$ den Werth von b, und daraus ferner das übrige genauer finden.

Vermöge der hier gefundenen Beſtimmungen wird $AB = (P-1)b = \frac{1}{2}(P-1)q = \frac{Maq}{3h}$ $- \frac{1}{2}q$, $BC = (Q+1)c = 4c = \frac{4}{5}r = \frac{4}{9}q$, $CD = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}s = \frac{5}{36}q$. Der Abſtand des Auges $DO'' = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi'' s}{M\varphi}$, und $\frac{h}{a} = \frac{2M}{3P}$,

π''

$\frac{\pi''}{\varphi} = \frac{\pi}{\varphi} = \frac{3P+2}{6}$, also $DO'' = \frac{3P+2}{9P} . s$ beynahe $= \frac{1}{3}s$. Noch ist $\alpha = P . b = \frac{1}{2}Pq$, und $\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha} = 1 + \frac{2a}{P.q}$, oder $\frac{a}{p} = 1 + \frac{3h}{Mq}$, woraus $a = \left(1 + \frac{3h}{Mq}\right)p$ und $z = a\varphi$ gefunden wird. Der Oefnungshalbmesser x des Objectivs wird aus derselben Formul bestimmt, wie für das Microscop mit zweyen Ocularen, wenn aus der Formul die Theile weggelassen werden, die von den Ocularen herrühren: also bleibt auch die Helligkeit dieselbe. Die Oefnung wird übrigens wohl am besten durch Versuche gefunden, wie auch vorhin schon erinnert ist. Das Objectiv wird fast planconvex, die Oculare werden gleichseitig, und ihre Oefnungen der halben Brennweite gleich gemacht. Eine Blendung an dem Orte des wirklichen Bildes hat den Halbmesser $\frac{\alpha\beta}{ab}z$, und hier ist $\frac{\alpha}{a} = \frac{Pq}{2a}$, also $\frac{\alpha\beta}{ab} = \frac{P.q.\beta}{2ab} = \frac{P\beta}{a}$, weil $\frac{q}{b} = 2$ war. Wenn nun p und q willkührlich angenommen werden, so sind die Brennweiten der letzten beyden Gläser bestimmt, und man kann mit diesen Gläsern das Microscop für jede gegebene Vergrösserung einrichten.

417. §.

Man nehme $p = \frac{1}{2}$ Zoll, und $q = \frac{5}{7}$ Zoll, so wird $r = \frac{2}{7}$ Zoll, und $s = \frac{1}{7}$ Zoll. Auch folgende Abmessungen hängen von der Vergrösserungszahl nicht ab: die Entfernung $BC = \frac{8}{175}$ Zoll, $CD = \frac{1}{6}$ Zoll, und der Abstand des Auges DO'' beynahe $= \frac{1}{9}$ Zoll. Die beyden eigentlichen Oculare C und D werden in einem für sich beweglichen Rohr befestiget. Dagegen werden folgende Abmessungen allererst bestimmt, wenn die Vergrösserungszahl bestimmt ist.

Die Entfernung $a = \left(\frac{1}{2} + \frac{10}{M}\right)$ Zoll; des ersten Oculars, oder eigentlich des Collectivglases, Entfernung vom Objectivglase $AB = \left(\frac{M}{40} - \frac{1}{10}\right)$ Zoll; die halbe Oefnung des Objectivs $x = \frac{p}{k}\sqrt[3]{\frac{h}{Ma}}$, $= \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{2}{M+20}}$ Zoll, woraus auch, um die Helligkeit zu finden, $y = \frac{hx}{Ma}$ gefunden wird. Der Halbmesser vom sichtbaren Stück des Objects $z = \frac{6(M+20)}{M(M+36)}$ Zoll, beynahe $= \frac{6}{M}$ Zoll, wenn $\pi = \frac{1}{4}$ ist. Der Halbmesser der Blendung an dem Orte des wirklichen Bildes $= \frac{M}{30}Z = \frac{1}{5} \cdot \frac{M+20}{M+36}$ Zoll, oder beynahe $= \frac{1}{5}$ Zoll.

Man

Man könnte hinter dem wirklichen Bilde das dritte Ocular hinzu setzen, und die Vergrösserung noch weiter treiben: allein bey Microscopen dürfte doch die Vervielfältigung der Oculare der Helligkeit nachtheiliger seyn, als bey Fernröhren, weil das Objectiv hier eine sehr viel kleinere Oefnung erhält. M. s. davon H. Eulers Dioptrica Tom. III. pag. 292. sqq.

418. §.

Es ist möglich, aus zweyen erhabenen sonst gleichartigen Glaslinsen ein Objectiv zum Microscop zusammen zu setzen, das mehr Oefnung verträgt, wovon alsdenn eine grössere Helligkeit abhängt, als ein einfaches Objectiv bey sonst gleicher Vergrösserung leiden würde.

Beweis. Wenn A und B zwey zu einerley Axe gehörige ganz nahe an einander gestellte Linsen aus einerley Glasart sind, und ein Punct E in der Axe auf das erste Glas in A Licht wirft; so bringt diese Linse die Strahlen in eine solche Lage, als kämen sie aus dem Zerstreuungspunct F her, wenn die Entfernung AE kleiner ist, als die Brennweite dieser ersten Linse. Ist alsdenn BF grösser als der zweyten Linse B Brennweite, so werden die Strahlen nach ihrer Brechung in der zweyten Linse wieder hinter derselben in G vereiniget. Die Brennweite einer jeden von diesen beyden Linsen kann nun grösser seyn, als die Brennweite des einfachen microscopischen Objectivs seyn muste. Letztere muste kleiner als AE seyn: dagegen wird hier erfodert, daß der Linse A ihre Brennweite grösser als AE sey, und der Linse B Brennweite 157 Fig.

nicht viel kürzer als BF, wenn BG nur eine mäßig grosse Länge hat.

1.) Die Grösse vom Halbmesser des Bildes in G, welches von dem doppelten Objectiv herrührt, wäre $= \frac{\alpha\beta z}{ab}$, wenn nur auf die absolute Grösse dieses Halbmessers gesehen wird. Seine Lage würde sonst durch das vorangesetzte Verneinungszeichen angedeutet werden, weil α negativ, und $AB = -\alpha + b$ ist. Das Bild hat nemlich eine Lage, die derjenigen entgegen gesetzt ist, welche die allgemeinen Formuln für zwey Gläser voraussetzen. Wenn nun die Entfernung des Objects vom einfachen mit dem zusammengesetzten gleichgültigen Objectiv ebenfalls $AE = a$ und die hintere Vereinigungsweite $= \alpha'$, die Oefnung $= x'$ ist; so ist die Grösse vom Halbmesser des mit dem einfachen Objectiv zusammen gehörigen Bildes $= \frac{\alpha'}{a} z$. Beyde gleich groß gesetzt geben $\alpha' = \frac{\alpha\beta}{b}$. Ferner ist der Winkel, unter welchem die am Rande des Objectivs auffallenden Strahlen die Axe schneiden, für das zusammengesetzte $= \frac{bx}{\alpha\beta}$, für das einfache $= \frac{x'}{\alpha'}$; und wenn beyde gleich sind, $\frac{bx}{\alpha\beta} = \frac{x'}{\alpha'}$, also $x = x'$, $\frac{\alpha\beta}{b} = \alpha'$.

2.) Aus dem 293. §. hat man für das doppelte Objectiv die Längenabweichung

$\beta^2 x^2$

$$\beta^2 x^2 \left(\frac{\alpha^2}{b^2} P + \frac{b^2}{\alpha^2} Q\right),$$

und es ist

$$P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{\delta\alpha}\right),$$

$$Q = \frac{\mu'}{q}\left(\frac{\lambda'}{q^2} + \frac{\nu'}{b\beta}\right);$$ (293. 295. §.)

also findet man eben die Längenabweichung =

$$\frac{\mu\alpha^2\beta^2 x^2}{b^2}\left(\frac{\lambda}{p^3} + \frac{\nu}{pa\alpha} + \left(\frac{\lambda'}{q^3} + \frac{\nu}{qb\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4}\right),$$

weil hier $\mu = \mu'$, $\nu = \nu'$ ist.

Für das gleichgültige einfache Objectiv, wenn die Brennweite desselben $= \Pi$ gesetzt wird, wäre vermöge des 290. §. die Längenabweichung =

$\mu\alpha'\alpha' x^2 \left(\frac{\Lambda}{\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'}\right)$, wenn Λ eine ähnliche Zahl wie λ im 291. §. bezeichnet: nur mit dem Unterscheid, daß hier $\Lambda < 1$ werden, auch wohl gar verschwinden kann. Sollen nun beyde Längenabweichungen gleich seyn, so ist

$$\frac{\Lambda}{\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'} = \frac{\lambda}{p^3} + \frac{\nu}{pa\alpha} + \left(\frac{\lambda'}{q^3} + \frac{\nu}{qb\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4},$$

weil $\frac{\alpha\beta}{b} = \alpha'$ war. (n. 1.)

Die Linsen werden möglichst nahe aneinander gestellet, also ist beynahe $\frac{b}{\alpha} = 1$; auch sind β und α'

beträchtlich groß, darum kann man die Glieder weglassen, worin diese Grössen als Divisoren vorkommen. Wenn nun überdem noch bemerkt wird, daß hier α negativ sey, so erhält man

$$\Lambda = \lambda \cdot \frac{\Pi^3}{p^3} - \nu \cdot \frac{\Pi^3}{pa\alpha} + \lambda' \cdot \frac{\Pi^3}{q^3}.$$

Ferner ist beynahe $\alpha = b$, und ziemlich nahe $b = q$, weil vorausgesetzt wird, daß β beträchtlich groß sey. Weil nun $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}$ seyn muß, so ist auch $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{q}$. Weil überdem α' etwas groß seyn soll, so ist auch beynahe $a = \Pi$, also giebt eben die zuletzt erwehnte Gleichung $\frac{\Pi}{p} = 1 - \frac{\Pi}{q}$.

Man setze $\frac{\Pi}{p} = u$, so ist $\frac{\Pi}{q}$ beynahe $= 1 - u = \frac{\Pi}{\alpha}$, und man erhält, obgleich nur beynahe $\Lambda = \lambda u^3 - \nu u(1-u) + \lambda'(1-u)^3$. Nun ist es zwar möglich, die Zahl u so anzunehmen, daß $\Lambda = 0$ werde, allein es ist für die Ausübung sicherer, die Zahl u so anzunehmen, daß der Werth von Λ am kleinsten ausfalle. Wenn alsdenn auch der Künstler nicht ganz vollkommen die Maasse trift, welche die Theorie vorschreibt, so haben kleine Abweichungen davon keinen so schädlichen Einfluß. Der Werth von Λ ist am kleinsten, wenn $u = \frac{1}{2}$ ist, da dann $\Lambda = \frac{1}{8}(\lambda + \lambda') - \frac{1}{4}\nu$ gefunden wird. Um

alſo die Abweichung möglichſt klein zu machen, ſey $\lambda = \lambda' = 1$, ſo wird $\Lambda = \frac{1}{4}(1 - \nu)$. Weil nun beynahe $\nu = \frac{2}{3}$, ſo wird auch beynahe $\Lambda = \frac{1}{12}$, und die Längenabweichung, welche nun für das doppelte und einfache gleichgültige Objectiv einerley iſt,

$$= \mu\alpha'\alpha'x^2\left(\frac{1}{5\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'}\right).$$

Die Seitenabweichung wird gefunden, wenn die Längenabweichung mit dem Winkel multiplicirt wird, unter welchem die am Rande des Objectivs auffallenden Strahlen nach allen Brechungen die Are ſchneiden. (297. §.) Derſelbe iſt vermöge der Vorausſetzung (n. 1.) für beyde Objective, das zuſammengeſetzte und das gleichgültige einfache einerley, nemlich $= \frac{bx}{\alpha\beta} = \frac{x'}{\alpha'}$: alſo wäre die Seitenabweichung $= \mu\alpha'x^3\left(\frac{1}{5\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'}\right)$.

Für ein einfaches Objectiv, deſſen Brennweite Π wäre, und welches von den in der Entfernung a auffallenden Strahlen die von der mittlern Brechbarkeit in der Vereinigungsweite α' zuſammenbrächte, könnte die Seitenabweichung nicht kleiner ſeyn, als $\mu\alpha'x^3\left(\frac{1}{\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'}\right)$, weil λ nicht kleiner als 1 ſeyn könnte: demnach iſt dieſe Seitenabweichung bey gleichem Oefnungshalbmeſſer x für das doppelte Objectiv beynahe 5mahl kleiner, als ſie für ein einfaches Objectiv wäre, das mit jenem einerley

Brennweite hätte. Es ist nemlich der zweyte Theil $\frac{\nu}{\Pi a\alpha'}$ in Vergleichung des ersten nur klein.

Weil die Seitenabweichung für beyde Objective einerley seyn soll, so sey sie $= L$, und für das einfache Objectiv sey der Oefnungshalbmesser $= \xi$. Das giebt $\frac{\mu\alpha' x^3}{5\Pi^3} = L = \frac{\mu\alpha'\xi^3}{\Pi^3}$, und $\frac{1}{5}x^3 = \xi^3$, mithin $x = \xi\sqrt[3]{5}$. Es ist aber $\sqrt[3]{5}$ beynahe $= \frac{12}{7}$, also auch $x = \frac{12}{7}\xi$, wie beym doppelten Microscop der ersten Classe. (404. §.)

419. §.

Die Brennweite Π eines einfachen microscopischen Objectivs ist gegeben mit den Vereinigungsweiten a, α', für welche das Microscop angeordnet ist, wozu das Objectiv gehört: man soll für eben die Vergrösserung das Microscop mit dem doppelten Objectiv versehen, also die Anordnung desselben finden.

Aufl. Wenn p, q, die Brennweiten, a, α, b, β, die Vereinigungsweiten für die Linsen des doppelten Objectivs bezeichnen; so hat man folgende Gleichungen:

1.) $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, 2.) $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$,

3.) $\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha'}$, 4.) $\alpha' = \frac{\alpha\beta}{a}$.

Also

Also ist 1.) $\frac{1}{a} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha}$, mithin 3.) $\frac{1}{\Pi}$ $= \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}$, oder $\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha} + \frac{b}{\alpha\beta} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha}\left(1 + \frac{b}{\beta}\right)$. Aber vermöge n. 2. ist $1 + \frac{b}{\beta} = \frac{b}{q}$, also $\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{p} + \frac{b}{\alpha q}$, und $1 = \frac{\Pi}{p} + \frac{\Pi b}{\alpha q}$. Es war aber $\frac{\Pi}{p} = u$, und $u = \frac{1}{2}$, wenn die Abweichung am kleinsten seyn soll: also ist $\Pi = \frac{1}{2}p$, und $p = 2\Pi$. Ferner wird $1 = \frac{1}{2} + \frac{\Pi b}{\alpha q}$, also $\frac{1}{2} = \frac{\Pi b}{\alpha q}$, und $q = \frac{2\Pi b}{\alpha}$, oder $q = \frac{b}{\alpha}p$. Die Zahl $\frac{b}{\alpha}$, welche etwas grösser als 1 seyn muß, kann man willkührlich annehmen. Wird also $\frac{b}{\alpha} = \frac{11}{10}$ gesetzt, so ist $q = \frac{11}{10}p$, oder $q = \frac{11}{5}\Pi$.

Weil α aus der Gleichung $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ gefunden wird, so hat man auch $b = \frac{11}{10}\alpha$, und daraus die Entfernung der Linsen $AB = b - \alpha$. Weil ferner α' und β ziemlich groß werden, und eben darum Π von a, b von q wenig verschieden sind; so kann man diese Grössen gleich annehmen, um so mehr, da die Ausübung doch die Schärfe der Theorie

nicht

nicht erreichen kann. Es sey also $\Pi = a$, und $b = q$, so ist $p = 2a$, und $-\alpha = \frac{ap}{a-p} = -p$. Ferner $b = \frac{11}{10}\alpha = \frac{11}{10}p$, und $b - \alpha = b - p$, also die Entfernung der Linsen $AB = \frac{1}{10}p$.

Die Halbmesser für die sphärischen Flächen der Linsen werden daher bestimmt, daß $\lambda = \lambda' = 1$ gesetzt ist. Demnach ist für die erste Linse

$$f = \frac{p}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)} = -0{,}802 \cdot p,$$

$$g = \frac{p}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)} = +0{,}326 \cdot p,$$

und für die zweyte Linse

$$f = \frac{q}{\varrho} = 5{,}24 \cdot q, \quad g = \frac{q}{\sigma} = 0{,}61 \cdot q.$$

Die halbe Oefnung des Objectivs ist $x = \frac{\Pi}{k}\sqrt[3]{\frac{sh}{Ma}}$, sie ist in dem Verhältniß $\sqrt[3]{s} : 1$ grösser, als bey einem einfachen Objectiv, dessen Brennweite Π wäre, und für die Helligkeit ist $y = \frac{hx}{Ma}$.

Wenn dies doppelte Objectiv statt eines einfachen mit einem oder mehrern Ocularen verbunden wird, so wird $\beta = \frac{b}{\alpha}\alpha' = \frac{11}{10}\alpha'$ die Entfernung des ersten Oculars von der zweyten Linse, vorausgesetzt, daß α' die Vereinigungsweite für das einfache Objectiv bey eben der Entfernung a sey.

420. §.

420. §.

Für das im 415. §. berechnete Microscop war $p = \frac{1}{2}$ Zoll, welches jetzt Π ist. Wird statt des einfachen Objectivs ein doppeltes genommen, so kann man die Brennweiten der dazu gehörigen Linsen, Verwirrung zu vermeiden, hier mit p, p', die Brennweiten der Oculare aber, wie im 415. §. und sonst allemahl, mit q, r, bezeichnen. Alsdenn ist $p = 1$ Zoll, $p' = \frac{1}{10}$ Zoll, $q = 1$ Zoll, $r = \frac{1}{3}$ Zoll.

Die Halbmesser der ersten Objectivlinse sind $-$ 0,80 Zoll und $+$ 0,33 Zoll, der zweyten $+$ 5,76 Zoll und $+$ 0,67 Zoll; jeder Halbmesser des ersten Oculars ist 1,1 Zoll, und des zweyten $\frac{1}{30}$ Zoll. Die Entfernung beyder Objectivlinsen $\frac{1}{10}$ Zoll, die Entfernung der Oculare $\frac{2}{3}$ Zoll.

Im 414. §. bey Berechnung eines Microscops der dritten Art mit zweyen Ocularen war $\alpha = \frac{Maq}{2h}$, und bey dem im 415. §. berechneten Exempel $a = \left(\frac{1}{2} + \frac{8}{M}\right)$ Zoll, $q = 1$ Zoll, also wird $\alpha = \left(\frac{1}{2} + \frac{M}{32}\right)$ Zoll. Das ist nach der jetzigen Bezeichnung die Vereinigungsweite α' des mit dem zusammen gesetzten gleichgültigen Objectivs: mithin wird $\beta = \frac{1}{10}\alpha' = \left(\frac{1}{20} + \frac{11 \cdot M}{320}\right)$ Zoll. Weiter war im 414. und 415. §. $b = \frac{1}{2}$ Zoll, also ist die Entfernung des ersten Oculars von der zweyten Objectivlinse $= (\beta - \frac{1}{2})$ Zoll $= (\frac{1}{30}\frac{1}{20}M + \frac{1}{20})$ Zoll.

Die

Die halbe Oefnung des Objectivs iſt $x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{5}{Ma}}$ $= \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{10}{m+16}}$ Zoll, der Abſtand des Auges $=$ $\frac{1}{6}$ Zoll, und die Blendung im Halbmeſſer $\frac{1}{6}$ Zoll.

421. §.

Will man ſtatt des einfachen Objectivs ein doppeltes mit dreyen Ocularen verbinden, und die Anordnung des im 417. §. berechneten darnach verändern, ſo hat man anſtatt des dortigen p hier $\Pi = \frac{1}{2}$ Zoll. Wenn demnach nunmehro die Brennweiten der Objectivlinſen mit p, p', die Brennweiten der Oculare mit q, r, s, bezeichnet werden, ſo iſt $p = 1$ Zoll, $p' = \frac{11}{10}$ Zoll, $q = \frac{6}{5}$ Zoll, $r = \frac{2}{3}$ Zoll, $s = \frac{1}{3}$ Zoll. Die Einrichtung des Objectivs bleibt wie im vor. §. und man hat nun $\alpha = \frac{1}{2}Pq$ (416. §.) $= \frac{Maq}{3h}$. Im 417. §. war $a = \left(\frac{1}{2} + \frac{10}{M}\right)$ Zoll, alſo nun $Ma = \frac{M}{2} + 10$, und $\frac{q}{3h} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$, mithin $\alpha = \left(\frac{M}{40} + \frac{1}{2}\right)$ Zoll, welches hier α' iſt. Weiter wird $\beta = \frac{11}{10}\alpha'$ $= \left(\frac{11}{400}M + \frac{11}{20}\right)$ Zoll, $b = \frac{1}{2}q$ (416. §.) $= \frac{3}{5}$ Zoll, mithin die Entfernung des erſten Oculars von der zweyten Objectivlinſe $\beta - b = \left(\frac{11}{400}M - \frac{1}{20}\right)$ Zoll. Die Entfernung zwiſchen dem erſten und zweyten Ocular $\frac{8}{11}$ Zoll, zwiſchen dem zweyten und dritten $\frac{1}{6}$ Zoll, die Entfernung des Auges $\frac{1}{9}$ Zoll.

Die

Die Blendung in der Entfernung von $\frac{2}{7}$ Zoll hinter dem ersten Ocular wird im Durchmesser $\frac{2}{7}$ Zoll groß, Oefnung des Objectivs und davon abhängende Helligkeit bleiben wie im vor. §.

422. §.

Wenn das Objectiv aus dreyen erhabenen und gleichartigen Glaslinsen gehörig zusammengesetzt wird, so verträgt es wiederum eine noch stärkere Oefnung, als das doppelte, und eben darum wird auch die Helligkeit noch grösser.

Beweis. Es sollen A, B, C, drey zu einerley Axe gehörige ganz nahe aneinander gestellte Linsen seyn aus einerley Glasart. Die Entfernung AE des Puncts E in der Axe vom ersten Glase A sey kleiner als dieses Glases Brennweite, damit Lichtstrahlen, die derselbe auf die Linse wirft, so gebrochen werden, als kämen sie aus dem Zerstreuungspunct F her. Das in dieser Lage auf die zweyte Linse B fallende Licht werde nun so gebrochen, als käme es aus dem Zerstreuungspunct G; und wenn es in dieser Lage auf die dritte Linse C fällt, so bringe diese es wieder in dem Vereinigungspunct H zusammen, der ziemlich weit über C hinaus falle. Wenn man die beyden ersten Linsen A, B, für sich als ein doppeltes Objectiv betrachtet, so müste die Brennweite desselben kleiner als AF seyn, damit G ein Sammlungspunct würde, wie in der 157 Figur. Hier aber (158. Fig.) soll G ein Zerstreuungspunct seyn, also muß die erwehnte Brennweite grösser als AF seyn. Ferner hat man $AB = -AF + FB = -\alpha + b$, und $BC = -BG + GC = -\beta + c$, also sind α und β negativ. 158 Fig.

Nun-

Nunmehro sey Π die Brennweite des einfachen Objectivs, welches dem dreyfachen gleichgültig ist, mit der vordern Vereinigungsweite a gehöre die hintere α' zusammen, und x' sey der Oefnungshalbmesser: so ist die Grösse des Bildes $= \frac{\alpha' z}{a}$, der Winkel der äussersten nach der Brechung vom Rande des Objectivs herkommenden Strahlen mit der Axe $= \frac{x'}{\alpha'}$. Statt dessen ist beym zusammengesetzten Objectiv die Grösse des Bildes $= \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} z$, und der Winkel der äussersten Strahlen mit der Axe $= \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$. Setzt man beyde Bilder gleich, so erhält man $\alpha' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}$, also auch $x' = x$.

Weil die Quotienten $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$, beynahe $= 1$ sind, so ist aus dem 295. §. für das dreyfache Objectiv die Längenabweichung

$$= \mu\gamma^2 x^2 \left(\frac{\lambda}{p^3} + \frac{\nu}{pa\alpha} + \frac{\lambda'}{q^3} + \frac{\nu}{qb\beta} + \frac{\lambda''}{r^3} + \frac{\nu}{rc\gamma}\right).$$

Diese setze man $= \mu\alpha'\alpha' x \left(\frac{\Lambda}{\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'}\right)$, und bemerke, daß $\alpha' = \gamma$ werde, weil $\frac{\alpha}{b} = \frac{\beta}{c} = 1$ genommen ist; so findet man, wenn in jedem Factor noch der letzte gegen die andern sehr kleine Theil weggelassen wird,

$$\frac{\Lambda}{\Pi^3} = \frac{\lambda}{p^3} + \frac{\nu}{pa\alpha} + \frac{\lambda'}{q^3} + \frac{\nu}{qb\beta} + \frac{\lambda''}{r^3}.$$

Weil überdem α und β negativ sind, so hat man

$$\frac{\Lambda}{\Pi^3} = \frac{\lambda}{p^3} - \frac{\nu}{pa\alpha} + \frac{\lambda'}{q^3} - \frac{\nu}{qb\beta} + \frac{\lambda''}{r^3}.$$

Das erste obgleich nur geometrische Bild ist als ein Object für die beyden hintern Linsen zu betrachten, also ist es wie beym wirklichen Object (418. §.) am vortheilhaftesten, wenigstens beynahe $q = r$ zu setzen, da dann auch beynahe $\beta = c = r = q$ ist, weil γ ziemlich groß angenommen wird. Ferner ist $b = \frac{\beta q}{\beta + q} = \frac{1}{2}q$, und um die Abweichung möglichst klein zu machen, muß $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$ seyn. Das giebt

$$\Lambda = \Pi^3\left(\frac{1}{p^3} + \frac{2}{q^3}\right) - \nu\Pi^3\left(\frac{1}{pa\alpha} + \frac{1}{q^3}\right).$$

Weiter ist $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, und

$b = \frac{1}{2}q$, also $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{2}{q}$, so hat man

$\frac{\Pi}{p} = \frac{\Pi}{a} - \frac{2\Pi}{q}$. Weil α' und γ ansehnlich groß angenommen werden, so ist auch beynahe $\Pi = a$, mithin $\frac{\Pi}{p} = 1 - \frac{2\Pi}{q}$, und $\frac{\Pi}{q} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\Pi}{p}\right)$.

Ferner ist $\frac{\Pi}{\alpha} = 1 - \frac{\Pi}{p}$, also $\frac{\Pi}{\alpha} = \frac{2\Pi}{q}$.

Man ſetze $\frac{\Pi}{p} = u$, ſo hat man $\frac{\Pi}{q} = \frac{1}{2}(1-u)$, $\frac{\Pi}{\alpha} = 1-u$, und man erhält

$$\Lambda = u^3 + \tfrac{1}{4}(1-u)^3 - \nu u(1-u) - \tfrac{1}{4}\nu(1-u)^2.$$

Die Zahl u iſt ein ächter Bruch, und Λ iſt am kleinſten, wenn $u = \frac{1}{3}$ iſt. Das giebt $p = 3\Pi$, $q = 3\Pi$, $r = 3\Pi$, freylich alles nur beynahe, weil die Entfernungen zwiſchen den Linſen für nichts gerechnet ſind.

Man ſetze nun $u = \frac{1}{3}$, ſo wird $\Lambda = \frac{3-8\nu}{27} = \frac{1,2544}{27}$, und die Längenabweichung für das dreyfache und das mit demſelben gleichgültige einfache Objectiv $= \mu\alpha'\alpha' x^2 \cdot \frac{1,2544}{27\Pi^3}$ beynahe, woraus die Seitenabweichung gefunden wird, wenn man mit dem Winkel $\frac{x'}{\alpha'} = \frac{x}{\alpha'}$ multiplicirt. Dieſe ſey L, ſo iſt $L = \mu\alpha' x^3 \cdot \frac{1,2544}{27.\Pi^3} = \frac{\mu\alpha'\xi^3}{\Pi^3}$, wenn wiederum ξ die halbe Oefnung des einfachen Objectivs bezeichnet, deſſen Brennweite $= \Pi$ wäre, und alsdenn bey gleichen Vereinigungsweiten die Abweichung gleich groß iſt. Daraus folgt $\xi = \frac{1}{3}x\sqrt[3]{1,2544}$, und $x = \frac{3}{\sqrt[3]{1,2544}} \cdot \xi$, oder beynahe $x = 2,78 \cdot \xi$.

423. §.

423. §.

Das Microscop der dritten Art statt des einfachen mit zweyen oder dreyen Ocularen zusammen geordneten Objectivs mit dem dreyfachen Objectiv zu versehen.

Aufl. Wenn fürjetzt noch p, q, r, die Brennweiten der drey Objectivlinsen bezeichnen, so ist das erste Geschäfte, daß man p, q, r, aus Π zu bestimmen suche. Hiezu dienen folgende Gleichungen:

1.) $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}$, 2.) $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} - \frac{1}{\beta}$,

3.) $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$, 4.) $\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha'}$,

5.) $\alpha' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}$.

Den beyden hintern Linsen kann man dieselbe Einrichtung geben, wie vorher beym doppelten Objectiv, da dann $r = \frac{c}{\beta}q$ seyn muß. (419. §.) Alsdenn ist $\frac{\beta}{q} = \frac{c}{r}$, mithin $\frac{\beta}{q} = 1 + \frac{c}{\gamma}$. Ueberdem ist auch n. 2.) $\frac{\beta}{q} = \frac{\beta}{b} - 1$, mithin $\frac{c}{\gamma} = \frac{\beta}{b} - 2$, und $\frac{bc}{\beta\gamma} = 1 - \frac{2b}{\beta}$: demnach giebt n. 5.) $\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha} - \frac{2b}{\alpha\beta}$. Weiter hat

man $\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\Pi} - \frac{1}{a}$, also auch $\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\Pi} - \frac{1}{p} - \frac{1}{\alpha}$, und beyde Werthe gleich gesetzt geben

$$\frac{1}{\Pi} - \frac{1}{p} = \frac{2}{\alpha} - \frac{2b}{\alpha\beta} = \frac{2}{\alpha}\left(1 - \frac{b}{\beta}\right),$$

also auch $\frac{1}{\Pi} - \frac{1}{p} = \frac{2}{\alpha} \cdot \frac{b}{q}$.

Aus dem 422. §. nehme man $p = 3\Pi$ an, so ist $\frac{2}{3\Pi} = \frac{2b}{\alpha q}$, also $q = \frac{3b}{\alpha}\Pi$. Weil ferner $r = \frac{c}{\beta}q$ seyn muste, so findet man $r = \frac{3bc}{\alpha\beta}\Pi$. Um die Quotienten $\frac{b}{\alpha}$, $\frac{c}{\beta}$ zu bestimmen, setze man die Entfernungen zwischen den Linsen gleich groß, also $b - \alpha = c - \beta$. Ueberdem sey $\frac{\alpha}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, so ist $(1 - P)\,b = (1 - Q)\,c$, oder auch $\frac{\beta}{Q}$ statt c gesetzt $(1 - P)\,b = \frac{1 - Q}{Q}\beta$; also $\frac{b}{\beta} = \frac{1 - Q}{(1 - P)\,Q}$. Daraus folgt $1 - \frac{b}{\beta} = \frac{(2 - P)\,Q - 1}{(1 - P)\,Q} = \frac{b}{q}$, und $b - \alpha = (1 - P)\,b = \frac{(2 - P)\,Q - 1}{Q}q$. Es

war

war aber $q = \frac{3b}{\alpha}\Pi$, und $3\Pi = p$, also $q = \frac{bp}{\alpha}$, oder $q = \frac{p}{P}$; mithin ist auch $b - \alpha = \frac{(2 - P)Q - 1}{P \cdot Q} p$.

Diese Entfernung zwischen den Linsen sey $= \zeta p$, so kann ζ willkührlich etwa $= \frac{1}{10}$ angenommen werden, und man hat $\zeta = \frac{(2-P)Q-1}{P \cdot Q}$. Wird überdem auch noch von P oder Q die eine Zahl willkührlich genommen, so ist die andre bestimmt. Bey der Voraussetzung $\zeta = \frac{1}{10}$, und $P = \frac{10}{12}$, findet man $\frac{1}{12}Q = \frac{14}{12}Q - 1$, also $Q = \frac{12}{13}$, $P \cdot Q = \frac{10}{13}$, und man erhält

$$p = 3\Pi, \quad q = \frac{36}{10}\Pi, \quad r = \frac{39}{10}\Pi.$$

Bey Bestimmung der Halbmesser nimmt man α' sehr groß an, damit beynahe $\Pi = a$ werde: so hat man $p = 3a$, $\alpha = \frac{3}{2}a$, $b = \frac{9}{5}a$, $q = \frac{18}{5}a$, $\beta = \frac{18}{5}a$, $c = \frac{39}{10}a$, $r = \frac{39}{10}a$, $\gamma = \infty$, und man findet für die erste Linse

$$f = \frac{p}{\sigma - 3(\sigma - \varrho)} = -0{,}373 \cdot p,$$

$$g = \frac{p}{\varrho + 3(\sigma - \varrho)} = +0{,}222 \cdot p,$$

für die zweyte Linse

$$f = \frac{q}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)} = -0{,}803 \cdot q,$$

$$g = \frac{q}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)} = + 0{,}326 \cdot q,$$

für die dritte Linse

$$f = \frac{r}{\varrho} = 5{,}244 \cdot r, \text{ und } g = \frac{r}{\sigma} = 0{,}614 \cdot r.$$

Alle diese Bestimmungen sind nur Näherungen, und sie treffen desto richtiger zu, je grösser die Zahl m ist. Wollte man die Resultate der bisherigen Rechnung noch verbessern, so müste man in der Formul für den Halbmesser der Undeutlichkeit die nun gefundenen Werthe $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$ setzen, daraus Λ suchen, und die übrige Rechnung wiederhohlen.

Der Oefnungshalbmesser des Objectivs ist $x = \frac{278\,\Pi}{100\,k}\sqrt[3]{\frac{h}{Ma}}$, und zur Bestimmung der Helligkeit $y = \frac{hx}{Ma}$. Uebrigens ist noch $\gamma = \frac{bc}{\alpha\beta}\alpha' = \frac{1}{1}\frac{3}{0}\alpha'$.

424. §.

Bey dem im 415. und 420. §. berechneten Microscop war p oder jetzt $\Pi = \frac{1}{2}$ Zoll. Wenn nun statt des einfachen Objectivs ein dreyfaches gewählt wird, so bezeichne man die Brennweiten der dazu gehörigen Linsen mit p, p', p'', die Brennweiten der Oculare mit q, r; so ist

$p = \frac{3}{2}$ Zoll, $p' = \frac{9}{5}$ Zoll, $p'' = \frac{1}{2}\frac{9}{0}$ Zoll,

$q = 1$ Zoll, $r = \frac{1}{3}$ Zoll.

Die

Die Halbmesser sind für die erste Linse
— 0,559 und 0,333 Zoll,
für die zweyte
— 1,445 und 0,587 Zoll,
für die dritte Linse
10,225 und 1,198 Zoll.
Jeder Halbmesser des ersten Oculars ist 1,1 Zoll, und des zweyten 0,37 Zoll.

Die Entfernung zwischen den Objectivlinsen ist 0,15 Zoll, zwischen beyden Ocularen $\frac{2}{3}$ Zoll, und die Entfernung des ersten Oculars von der dritten Objectivlinse $= \left(\frac{13M}{320} + \frac{3}{20}\right)$ Zoll. Es war nemlich im 420. §. α also hier $\alpha' = \left(\frac{M}{32} + \frac{1}{2}\right)$ Zoll, also wird $\gamma = \frac{13}{10}\alpha' = \left(\frac{13M}{320} + \frac{13}{20}\right)$ Zoll, und das zum Objectiv gehörige Bild liegt $\frac{1}{2}$ Zoll hinter dem ersten Ocular, also ist die eben erwehnte Entfernung $\alpha' - \frac{1}{2} = \left(\frac{13M}{320} + \frac{3}{20}\right)$ Zoll.

Die Entfernungen des Objects vom Objectivglase und des Auges vom Ocular bleiben wie im 420. §. und wenn man $\Pi = a = \frac{1}{2}$ Zoll, $h = 8$ Zoll, $k =$ 20 Zoll setzt, so findet man $x = 0{,}175 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{M}}$.

Die Oefnungen der beyden andern Linsen müssen ein ganz weniges grösser seyn.

Will man das dreyfache Objectiv mit dreyen Ocularen verbinden, so bleibt alles, soweit solches das Objectiv angehet, wie es hier gefunden ist, und soweit es die Oculare angehet, wie beym einfachen Objectiv; (416. §.) nur fällt die Entfernung des ersten Oculars vom dreyfachen Objectiv ein wenig anders aus. Es war im 417. §. die Entfernung des ersten Oculars vom Objectiv $\alpha - b =$ $\left(\frac{M}{40} - \frac{1}{10}\right)$ Zoll, und $b = \frac{1}{2}q$ (416. §.) = $\frac{3}{5}$ Zoll, also $\alpha = \frac{3}{5} + \frac{M}{40} - \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{2} + \frac{M}{40}\right)$ Zoll. Statt dessen ist hier $\alpha' = \left(\frac{1}{2} + \frac{M}{40}\right)$ Zoll, und $\gamma = \frac{13}{10}\alpha' = \left(\frac{13}{20} + \frac{M}{400}\right)$ Zoll: folglich die Entfernung $\alpha' - b = \left(\frac{M}{400} + \frac{3}{20}\right)$ Zoll.

425. §.

Es ist oben im 409. §. der Schwierigkeiten schon erwehnt worden, die alsdenn eintreten, wenn man ein Microscop der ersten Classe aus zweyen oder dreyen ganz nahe an einander gestellten Linsen von verschiedener Glasart zusammen setzen will. Weil dieselben Schwierigkeiten vornemlich alsdenn wiederum eintreten, wenn man beym Microscop der zweyten oder dritten Classe das Objectiv nur aus zweyen Linsen von verschiedenen Glasarten und entgegen gesetzten Brennweiten zusammen setzen wollte; so wird man

man wenigstens drey Linsen, zwey erhabene und eine Hohllinse nöthig haben. Alsdenn können doch die Brennweiten etwas grösser seyn, wie sich schon aus Vergleichung der Abmessungen der oben für Fernröhre berechneten doppelten und dreyfachen Objective einigermassen übersehen lässet. Bey dem allen bleiben die Brennweiten immer noch sehr klein, und die Entfernungen der Linsen von einander ebenfalls: auch der geschickteste Künstler dürfte alsdenn schwerlich im Stande seyn, so dünne Linsen von der vorgeschriebenen Gestalt zu verfertigen, als die Rechnung erfodert.

H. Euler (Dioptr. Tom. III. §. 194. p. 256.) zeigt, wie man die Rechnung einleiten müsse, wenn beym dreyfachen microscopischen Objectiv die erste Linse hohl und aus Flintglase gemacht wird, die beyden übrigen aber erhaben, und aus Kronglase verfertiget werden. Eben diese Einrichtung auf Rechnung zu bringen, lehrt H. Klügel in der Analytischen Dioptrik 2 Th. 8 Absch. 630 u. f. §. §. 294 u. f. S. mit der Erinnerung, man werde wohl thun, auch die Stellung der Gläser nach dem Muster seiner Analysis zu versuchen, wenn die Hohllinse in die Mitte kommt. Allemahl nimmt man die Hohllinse von derjenigen Glasart, welche die Farben am stärksten zerstreuet.

426. §.

Die Anordnung des dreyfachen microscopischen Objectivs, wenn es aus einer Hohllinse von Flintglase und zweyen Sammlungslinsen von Kronglase bestehet, zu finden.

159 Fig. Aufl. Wenn nach H. Eulers Vorausſetzung von den dreyen Linſen A, B, C, die erſte hohl iſt, ſo wird ſie das aus E auffallende Licht in die Lage brechen, als käme es aus dem Zerſtreuungspunct F her. In dieſer Lage fängt es die zweyte Linſe B auf, und bricht es in eine Lage, als käme es aus dem Zerſtreuungspunct G her; die dritte Linſe C aber, welche es in dieſer letzterwehnten Lage auffängt, bringt es in dem Vereinigungspunct H zuſammen. Demnach iſt $AB = -\alpha + b$, $BC = -\beta + c$, und es ſind α, β, ſo wie p negativ.

Für das Hohlglas ſey das Brechungsverhältniß $n : 1$, für die beyden andern Gläſer $n' : 1$, und $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = N : 1$, für Flint- und Kronglas etwa wie 11 : 8. In der Formul

$$d\gamma = -\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}\right)\frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{b^2c^2}$$

(267. §.) kann man $\frac{b}{\alpha} = 1 = \frac{c}{\beta}$ annehmen, weil AB, BC, ſehr klein ſind. Ueberdem iſt hier $n'' = n'$, und p negativ: alſo wird zur Hebung der Farbenzerſtreuung erfodert, daß

$$-N\cdot\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 0 \text{ ſey.}$$

Ferner iſt bey der Vorausſetzung, daß p, α, β, hier negativ ſind,

—

$$-\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b},$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{b} - \frac{1}{\beta} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c},$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma},$$

$$\text{also } -\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\gamma},$$

$$\text{beynahe} = \frac{1}{a},$$

wenn γ sehr groß ausfallen soll. Von dieser Gleichung ziehe man die vorige wegen der Farbenzerstreuung ab, so wird $(N-1)\frac{1}{p} = \frac{1}{a}$, also $p = (N-1)a$. Wenn demnach $N = 1\frac{1}{8}$ angenommen werden kann, so ist $p = \frac{3}{8}a$.

Aus p und a findet man ferner α vermittelst der bekannten allgemeinen Formul $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, wo aber hier p negativ ist. Die Entfernung der Linsen sey $= \zeta . a$, so giebt ferner die Gleichung $b - \alpha = \zeta . a$ auch $b = \alpha + \zeta . a$. Damit G ein Zerstreuungspunct werde, muß $b < q$, oder $q > b$ seyn, also nehme man nun q nach Gutdünken, so hat man $\beta = \frac{bq}{b-q}$, und die Gleichung $c - \beta = \zeta . a$ giebt $c = \beta + \zeta a$. Eben so groß muß r seyn, wenn man $\gamma = \infty$ annehmen will. Man kann aber auch

auch γ willkührlich annehmen, und daraus $r = \frac{c \cdot \gamma}{c + \gamma}$ berechnen.

Weil die Entfernung der Linsen so gar sehr klein nicht genommen werden kann, wie doch die Rechnung voraussetzt, so versuche man für p einen Werth, welcher dem eben gefundenen nur nahe kommt. Nimmt man $p = \frac{1}{2}a$, und die Entfernung der Linsen $= \frac{1}{15}a$, so wird $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ hier $= \frac{-\frac{1}{2}a^2}{a+\frac{1}{2}a}$, also mit Weglassung des Verneinungszeichens $\alpha = \frac{1}{3}a$, und die Entfernung der Linsen $b - \alpha = b - \frac{1}{3}a = \frac{1}{15}a$, mithin $b = \frac{2}{5}a$. Damit G ein Zerstreuungspunct werde, muß $b < q$, also $q > \frac{2}{5}a$ seyn. Man nehme $q = \frac{7}{15}a$ an, so ist $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{b} - \frac{1}{q} = (\frac{5}{2} - \frac{15}{7})\frac{1}{a} = \frac{5}{14} \cdot \frac{1}{a}$, und $\beta = \frac{14}{5}a$. Noch ist $c - \beta = \frac{1}{15}a$, mithin $c = \frac{43}{15}a$, und eben so groß müste r seyn, wenn $\gamma = \infty$ werden sollte.

Um zu prüfen, ob man sich durch diese Voraussetzungen weit von derjenigen Vollkommenheit entfernt habe, welche bey gänzlicher Vernichtung der Farbenzerstreuung zu erreichen wäre; nimmt man aus dem 267. §. die Gleichung

$$N \cdot \frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} = 0,$$

setzt in derselben die gefundenen Werthe statt p, q, r,

$\frac{b}{\alpha}$, $\frac{c}{\beta}$. Je mehr alsdenn das Reſultat die Null übertrift, deſto mehr hat man ſich von der geſuchten Vollkommenheit entfernt.

Die Halbmeſſer der Linſen müſſen ſo beſtimmt werden, daß die Abweichung wegen der ſphäriſchen Geſtalt wegfalle. Zur Erleichterung der Rechnung ſetzt man den Antheil der Oculare an dieſer Abweichung beyſeite, die Summe der drey erſten Glieder in der Formel für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit (302. §.) aber $= 0$. Hiebey kann man $r = c$ ſetzen, oder ſtatt deſſen einen gewiſſen Werth für γ annehmen, und daraus mit c verbunden die Brennweite r berechnen. Setzt man $\gamma = \infty$, $\mu'' = \mu'$, und dividirt alsdenn die Formel mit $\frac{\mu}{p^3}$, ſo findet man

$$\lambda + \nu \cdot \frac{p^2}{a\alpha} + \frac{\mu'}{\mu}\left(\lambda' \cdot \frac{p^3}{q^3} + \nu' \cdot \frac{p^3}{qb\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4} + \frac{\mu'\lambda''}{\mu} \cdot \frac{p^3 b^4 c}{\alpha^4 \beta^4} = 0.$$

Sind die beyden hintern Linſen von Kronglaſe; ſo iſt $\mu' = 0{,}9875$, $\nu' = 0{,}2194$, und für die erſte von Flintglaſe $\mu = 0{,}8724$, $\nu = 0{,}2529$. Von den dreyen Zahlen λ, λ', λ'', werden nun zwey willkührlich angenommen, und die dritte vermittelſt der eben angezeigten Gleichung beſtimmt. Man wählt alsdenn unter mehrern Vorausſetzungen diejenige, woraus für die Ausübung die bequemſten Reſultate folgen.

Wenn

Wenn dies dreyfache Objectiv mit einem oder mehrern Ocularen verbunden werden soll, so muß man noch die Entfernung des ersten Oculars von demselben suchen. Zu dem Ende setze man des einfachen Objectivs, an dessen Stelle es gebraucht werden soll, Brennweite $= \Pi$, die Vereinigungsweiten a, α', für eben dies einfache Objectiv; so ist $\alpha' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}$, (422. §.) also $\gamma = \frac{bc\alpha'}{\alpha\beta}$. Wird nun ein Collectivglas gebraucht, so muß desselben Abstand von dem geometrischen Bilde des Objectivs den oben vorgetragenen Gründen gemäß bey Anordnung des Microscops gesucht, und eben dieser Abstand von γ abgezogen werden: so ist die Entfernung des Collectivglases vom Objectiv gefunden.

427. §.

Herr Euler (Dioptr. Tom. III. §. 201. p. 270.) empfielet folgende Voraussetzungen. Man nehme für die Entfernung zwischen den Linsen $\frac{1}{6}a$, und $p = a$, also $\alpha = \frac{1}{2}a$, $b - \alpha = \frac{1}{6}a$, also $b = \frac{2}{3}a$. Ferner nehme man $q = \frac{4}{3}a$, so ist $\frac{1}{\beta} = (\frac{3}{2} - \frac{3}{4})\,a = \frac{3}{4}a$, und $\beta = \frac{4}{3}a$; mithin $c - \frac{4}{3}a = \frac{1}{6}a$, und $c = \frac{3}{2}a$.

Die Farbenzerstreuung wird dabey nicht völlig gehoben, wie die Probe nach Anleitung des vorig. §. ausweiset. Um aber die Abweichung wegen der Gestalt zu heben, nehme man in der am Ende des vor. §. schon angeführten Gleichung p, α, β, negativ, und setze alsdenn vermöge der Eulerischen Voraus-

setzun-

ſetzungen $\frac{p}{a} = 1$, $\frac{p}{\alpha} = 2$, $\frac{p}{q} = \frac{3}{4}$, $\frac{p}{b} = \frac{3}{2}$, $\frac{p}{\beta} = \frac{3}{4}$, $\frac{b}{\alpha} = \frac{4}{3}$, $\frac{c}{\beta} = \frac{9}{8}$; ſo findet man

$$\lambda - 2\nu - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \tfrac{4}{3}(\lambda' - 2\nu') - \tfrac{3}{2} \cdot \frac{\mu'\lambda''}{\mu} = 0.$$

Nunmehro verſuche man die Vorausſetzung $\lambda' = \lambda'' = 1$. Dieſe giebt $\lambda = 2\nu + \frac{\mu'}{\mu} \cdot 2{,}2483 = 3{,}0506$, alſo $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}2566$. Wenn man überdem bemerkt, daß in den allgemeinen Formuln für die Halbmeſſer p negativ, alſo hier $\frac{p}{a} = -1$ ſey, ſo findet man

für die erſte Linſe

$$f = \frac{-p}{2\sigma - \varrho - 1{,}2566} = \frac{-p}{1{,}7676} = -0{,}566 \cdot a,$$

$$g = \frac{-p}{2\varrho - \sigma + 1{,}2566} = \frac{-p}{-0{,}0434} = 23{,}042 \cdot a.$$

Für die zweyte iſt $\frac{q}{b} = 2$, alſo

$$f = \frac{q}{2\varrho - \sigma} = -\frac{q}{1{,}2067} = -1{,}105 \cdot a$$

$g =$

$$g = \frac{q}{2\sigma - \varrho} = \frac{q}{3{,}0935} = + 0{,}431 \cdot a,$$

Für die dritte ist $\frac{r}{c} = 1$, und

$$f = \frac{r}{\varrho} = \frac{r}{0{,}2267} = 6{,}617 \cdot a,$$

$$g = \frac{r}{\sigma} = \frac{r}{1{,}6601} = 0{,}903 \cdot a.$$

Der Halbmesser der Oefnung $\frac{1}{4}$ vom kleinsten Halbmesser, also $x = 0{,}108 \cdot a$, und um die Helligkeit zu bestimmen erhält man $y = \frac{1}{m}x = \frac{h}{Ma}x$. Setzt man $h = 8$ Zoll, so ist $y = 0{,}108 \cdot \frac{8}{M} = \frac{0{,}864}{M}$.

428. §.

H. Klügel bemerkt bey dieser Anordnung des Microscops es bey der ersten Linse als einen nachtheiligen Umstand, daß die kleinste Veränderung des Halbmessers der Vorderfläche eine grosse Veränderung in dem andern Halbmesser nach sich ziehe. Er versucht um deßwillen noch drey andre Voraussetzungen, und giebt unter denselben der folgenden den Vorzug.

Es sey $\lambda'' = 1$, so bleibt die Figur der dritten Linse, wie sie im vor. §. gefunden ist. Für die zweyte Linse ist $f = \frac{q}{-1{,}2067 + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}}$. Wenn demnach $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}2067$ gesetzt wird, so giebt

giebt das den Halbmesser ihrer Vorderfläche unendlich groß, und den Halbmesser der hintern Fläche $= 0{,}53 \cdot q = 0{,}707 \cdot a$. Eben die Gleichung $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}2067$ giebt $\lambda' = 2{,}701$, und wenn dieser Werth in die Gleichung für die Abweichung wegen der Gestalt gesetzt wird, so findet man

$$\lambda - 3{,}9197 - 1{,}6978 \cdot \lambda'' = 0.$$

Weil ferner $\lambda'' = 1$ seyn soll, so giebt das $\lambda = 5{,}6175$; mithin weiter $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}8857$, und für die erste Linse wird

$$f = \frac{-p}{3{,}0242 - 1{,}8857} = -0{,}878 \cdot a,$$

$$g = \frac{-p}{-1{,}3000 + 1{,}8857} = -0{,}708 \cdot a.$$

Die Brennweiten bleiben $-p = -a$, $q = \frac{4}{3}a$, $r = \frac{3}{2}a$, die Entfernung zwischen den Linsen $\frac{1}{6}a$, die Entfernung des Objects $= a$. Weil aber die hintere Vereinigungsweite γ dieses dreyfachen Objectivs unendlich groß gesetzt ist, so muß man das Object um etwas ganz weniges weiter als um den angenommenen Abstand a vom Objectiv entfernen, wenn es mit einem, oder mehrern Oculären verbunden werden soll.

429. §.

Der Halbmesser des Bildes Ff, oder Gg, oder Hh, u. s. w. einer Sache, die durch eine Glaslinse, oder auch durch mehrere gehörig hinter einander gestellte Glaslinsen Licht sendet, kann sehr vielmahl grösser seyn, als der wirkliche Halbmesser der Sache selbst. Wenn der letztere $= z$ gesetzt wird, so weiß

man aus dem 217. §., daß $\frac{Ff}{z} = \frac{\alpha}{a}$, $\frac{Gg}{z} = \frac{\beta \cdot \alpha}{b \cdot a}$ sey, u. s. f. und man hat $\frac{\alpha}{a} = \frac{p}{a-p}$, $\frac{\beta}{b} = \frac{q}{b-q}$, u. s. ferner: mithin ist der Halbmesser des Bildes in Vergleichung mit dem Halbmesser des Objects desto grösser, je weniger die vordern Vereinigungsweiten von den Brennweiten der damit zusammengehörigen Gläser verschieden sind. Hierauf gründet sich das vom Herrn **Lieberkühn** um das Jahr 1738 erfundene **Sonnenmicroscop**. Eine kleine Glaslinse, wie sie sonst als ein einfaches Microscop dienen würde, wird vermittelst einer kleinen Röhre, deren Axe mit der Axe der Linse zusammen fällt, im Fensterladen eines sonst finstern Zimmers so angebracht, daß sich das Bild eines kleinen von aussen her durch darauf geleitetes Sonnenlicht sehr stark erleuchteten Objects, welches die Linse zuwege bringt, in dem verfinsterten Zimmer auf einer weissen Fläche sehr groß und dabey doch helle genug darstellet.

Die Röhre, welche ohngefehr 2 Zoll weit seyn kann, wird so eingerichtet, daß man den kleinen Objecten vermittelst eines Schiebers, der sie hält, die rechte Stelle vor der Linse geben kann; auch ist es dienlich, wenn der Theil der Röhre, worin sich die Linse befindet, von dem übrigen so abgesondert ist, daß man die Linse benöthigten Falles dem Object etwas näher rücken, oder sie weiter davon entfernen kann. Hiemit wird zugleich die Entfernung des Bildes von der Linse und dessen Grösse geändert. Ueberdem wird die Röhre in einer runden Büchse

befestiget, und mit derselben in eine kleine viereckte Tafel so eingesetzt, daß sie darin nach Belieben um ihre Axe umgedrehet werden kann. Die Tafel wird alsdenn mit der Büchse und Röhre im Loch eines Fensterladens so befestiget, daß sonst kein Licht, ohne durch die Röhre ins Zimmer kommen kann. Um aber das Licht in horizontaler Richtung durch die Röhre ins Zimmer zu leiten, wird an der Aussenseite der um ihre Axe beweglichen Büchse ein ebener Spiegel vermittelst eines Gewindes befestiget, der durch Hülfe eines aus Gelenken zusammen gesetzten durch die Tafel gehenden Stabes, oder statt dessen durch Hülfe einer Schnur, unter jeden nöthigen Winkel gegen die Tafel geneiget werden kann. Diese Bewegung mit der andern verbunden, welche bey Umdrehung der Büchse zuwege gebracht wird, dient, den Spiegel jedesmahl in die nöthige Lage zu bringen, und das von ihm zurückgeworfene Licht durch die Röhre ins Zimmer zu leiten. Damit übrigens die Erleuchtung des Bildes, weil das von dem dadurch abgebildeten sehr kleinen Object kommende Licht sich über der Fläche desselben vertheilen muß, nicht zu schwach ausfalle, wird an dem Ende der Röhre, wo von aussen das Licht hinein fallen soll, ein Collectivglas eingesetzt, um das Object noch stärker zu erleuchten, als es das Sonnenlicht für sich schon erleuchten würde.

430. §.

Vermuthlich hat ein zur Belustigung dienendes optisches Werkzeug, welches als eine Erfindung von Kirchern unter dem Nahmen der Zauberlaterne bekannt ist, Herrn Lieberkühn zur Erfindung des

Sonnenmicroscops Anlaß gegeben. Eine Laterne, die im dunklen Zimmer hiezu dienen soll, muß man von allen Seiten verschliessen können, damit eine darin brennende Lichtflamme nicht anders als durch eine damit verbundene Röhre durchscheine. In der Röhre ist eine Glaslinse eingesetzt, und die Einrichtung übrigens so, daß man ein auf Glas gemahltes durchsichtiges Bild an einer Stelle hinein schieben kann, wo es sich zwischen der Lichtflamme und der Glaslinse befindet, welche von dem auf dem Glase befindlichen Gemählde ein vergrössertes Bild auf eine um die hintere Vereinigungsweite davon entfernte weisse Fläche wirft. Die Röhre wird um deßwillen aus zweenen in einander hinein geschobenen Stücken zusammen gesetzet, damit man die Entfernung der Glaslinse vom Gemählde und hiemit zugleich die Entfernung des Bildes von der Glaslinse ändern könne. Statt einer Linse allein dienen auch zwey hinter einander gestellte, welches man noch besser befunden hat. Die Entfernung des Gemählds von der ersten Linse kann alsdenn kleiner als ihre Brennweite seyn, da dann selbige die vom Gemählde her darauf fallenden Strahlen in eine solche Lage bringt, als kämen sie von einem weiter entfernten Gegenstande her. In dieser Lage fängt sie die zweyte Linse auf, und bringt alsdenn ein wirkliches Bild des Gemähldes zuwege. Um das Gemählde mehr zu erleuchten, dient ein Hohlspiegel, wenn die Lichtflamme zwischen demselben und dem Gemählde ihre Stelle erhält, der Spiegel aber von ihr um seine Brennweite entfernt und so gestellet wird, daß seine Axe mit der Axe der Gläser zusammen fällt. Auch kann dazu ein Erleuch-

leuchtungsglas dienen, wenn es sich zwischen der Lichtflamme und dem Gemählde befindet.

431. §.

Das Sonnenlicht, was vermittelst des auswärts angebrachten Spiegels auf die Objecte im Sonnenmicroscop geleitet wird, kann sie nur an der Seite erleuchten, die von der microscopischen Linse abgewandt ist: deßwegen kann das Bild nur alsdenn seine rechte Deutlichkeit haben, wenn das Object, wie die auf Glas gemahlten Zeichnungen in der Zauberlaterne, durchsichtig ist. Hr. Lieberkühn gab um deßwillen seinem Sonnenmicroscop auch noch eine zur Betrachtung undurchsichtiger Gegenstände dienliche Einrichtung, und H. Aepinus, jetziger Staatsrath beym Hofe des Großfürsten in Petersburg, erzählt in den Novis Comment. Petropolit. T. IX. pag. 326, daß er eine Probe davon mit grossem Vergnügen beym Herrn Lieberkühn selbst gesehen habe. Der Erfinder ward durch den Tod verhindert, seine Anordnung bekannt zu machen, H. Aepinus aber erinnerte sich derselben nicht mehr, als er a. a. O. die Nachricht davon bekannt machte, und ward dadurch bewogen, selbst der Sache nachzudenken. Er zeigt, wie man in der Röhre, an der Seite, die sich im Zimmer befindet, unterhalb der microscopischen Linse einen kleinen ebenen Spiegel anbringen könne, der das von aussen in die Röhre hineingeleitete Sonnenlicht wieder zurück, und auf die der Linse und dem innern des Zimmers zugekehrte Seite des Objects werfe.

432. §.

Auch beym Gebrauch der übrigen Microſcope würde oft die Unbequemlichkeit eintreten, daß das Object nicht hell genug erſcheinen könnte, wenn der dem Auge zugekehrten Seite die nöthige Erleuchtung fehlt: darum muß man mit der übrigen Anordnung ebenfalls einen Erleuchtungsſpiegel, oder ein Erleuchtungsglas verbinden. Ueberhaupt hängt die völlige Anordnung ſowohl eines einfachen, als auch eines zuſammengeſetzten Microſcops zum bequemen Gebrauch von der Geſchicklichkeit des Künſtlers ab, der die ganze Geräthſchaft verfertiget. Vom einfachen Microſcop, wie es nach Wilſons Art zum Gebrauch eingerichtet wird, hat man eine in engliſcher Sprache beſonders gedruckte Beſchreibung unter dem Titel: The Deſcription and Manner of Uſing Mr. *Wilſons* Sett of *Pocket-Microſcopes*, lately publiſh'd in the Philoſophical Transactions No. 281, and mention'd in No. 284, 285, etc. London. 1706. Bey durchſichtigen Gegenſtänden dient eine kurze Röhre, worin eine andre vermittelſt einer Schraube gelinde beweglich iſt. An der einen Seite iſt die microſcopiſche Linſe in der Mitte eingeſetzt, zwiſchen ihr und der andern beweglichen Röhre kann man kleine Schieber, welche die Objecte zwiſchen dünnen Scheibchen von Frauenglaſe tragen, hineinbringen, vermittelſt der Schraube aber und einer kleinen auf der andern Seite des Schiebers dagegen drückenden Stahlfeder die dem Auge des Beobachters angemeſſene Entfernung des Objects von der Linſe zuwege bringen. Kleine undurchſichtige Gegenſtände werden von einer zarten Zange oder

Spitze

Spitze getragen, und vermittelst eines metallenen Hohlspiegels erleuchtet, in dessen Mitte eine kleine Oefnung für die daselbst eingesetzte microscopische Linse befindlich ist. Gewöhnlich wird diese letztere Zurichtung als eine vom Herrn Lieberkühn herrührende Verbesserung angesehen; ich finde aber die ganze Sache schon in des Herrn Johann George Leutmanns Prof. Publ. zu Petersburg Neuen Anmerkungen vom Glasschleifen ꝛc. vierte Aufl. Wittenb. 1728, im VII. Cap. 42. u. f. S. Mehrere Nachrichten auch von der Zurichtung zusammengesetzter Microscope zum bequemen Gebrauch, so wie sie die jetzigen berühmtesten Künstler verfertigen, muß man aus besondern dahin gehörigen vornemlich den von den Künstlern selbst bekannt gemachten Beschreibungen sammlen. Eine kurze Nachricht hat H. D. Pelisson im 1. Stück der Beschäftigungen der Berlinischen Gesellschaft naturforschender Freunde, S. 352. mitgetheilt. Unter andern werden eben daselbst die Branderschen Microscope gerühmt, welche H. Brander selbst in einer eigenen kleinen Schrift beschrieben hat, unter dem Titel: Beschreibung zweyer zusammengesetzten Microscope, herausgegeben von Georg Friedrich Brander ꝛc. Augsburg 1769.

Zusatz

Zusatz

zur Lehre von den Logarithmen im XIII. Abschn. des 1. Bandes.

Die Lehre von Schwächung des Lichts in durchsichtigen Massen im XI. Abschn. dieses 3ten Bandes hat es veranlasset, daß des natürlichen Logarithmen-Systems Erwehnung geschehen ist: um deßwillen setze ich nur einige Sätze zur nähern Erläuterung her, weil im 1sten Bande die Lehren von den natürlichen Logarithmen, der daselbst nothwendig gewesenen Kürze halber, haben wegbleiben müssen.

1.) In einem System, dessen basis das Verhältniß 100 : 1 wäre, würden die mit einerley Zahlen zusammen gehörigen Logarithmen nur halb so groß seyn, als im Briggischen System, wovon 10 : 1 das Grundverhältniß ist. Ueberhaupt verhält sich der Briggische Logarithme einer Zahl zum Logarithmen eben der Zahl in einem andern System in umgekehrter Ordnung, wie das Grundverhältniß dieses Systems zum Grundverhältnisse des Briggischen.

2.) Es sey die basis des gleich näher zu beschreibenden Systems der natürlichen Logarithmen $= e$, die basis des Briggischen Systems $= b$, und N eine gegebene Zahl: so ist

log.

1. nat. N : l. Brigg. N = (*b* : 1) : (*e* : 1) (verm. n. 1.) und (*b* : 1) : (*e* : 1) = log. (*b* : 1) : log. (*e* : 1), wenn man in den beyden letzten Gliedern Logarithmen versteht, die zu einerley System gehören, es mag übrigens das Briggische, das natürliche, oder jedes andre System seyn. Demnach ist auch

log. nat. N : log. Brigg. N = log. *b* : log. *e*,

und man kann in dem letzten Verhältniß Briggische Logarithmen verstehen; alsdenn ist log. Brigg. *b* = 1, und man erhält

log. nat. N : log. Brigg. N = 1 : log. Brigg. *e*.

Aus dieser Proportion kann *e* vermittelst der Briggischen Logarithmen gefunden werden, wenn für irgend eine Zahl N der natürliche Logarithme gegeben ist.

3.) Ein Verhältniß wird desto kleiner, je kleiner das vorhergehende Glied in Vergleichung mit dem nachfolgenden wird: also wird auch der Logarithme desto kleiner. Das Verhältniß $a + x : a = 1 + \frac{x}{a} : 1$ ist desto kleiner, je kleiner x in Vergleichung mit a ist, und man hat (vermöge n. 2.) allemahl log. nat. $\left(1 + \frac{x}{a}\right)$: log. Brigg. $\left(1 + \frac{x}{a}\right)$ = 1 : log. Brigg. *e*, wenn man $N = 1 + \frac{x}{a}$ setzt, wie klein auch x angenommen wird.

4.) Die höhere Mathematik lehrt, daß log. nat. $\left(1 + \frac{x}{a}\right)$ desto näher $= \frac{x}{a}$ sey, je kleiner der

Bruch $\frac{x}{a}$ angenommen wird. Um also nur eine Probe zu haben, wie die Rechnung geführt werden müsse, setze man $\frac{x}{a} = 0{,}0000001$, so findet man vermittelst vollständiger Logarithmentafeln

$$\text{l. Brigg.}\left(1+\frac{x}{a}\right) = 0{,}000000043429448190\ldots$$

$$\text{log. nat.}\frac{x}{a} = \frac{x}{a} = 0{,}0000001,$$

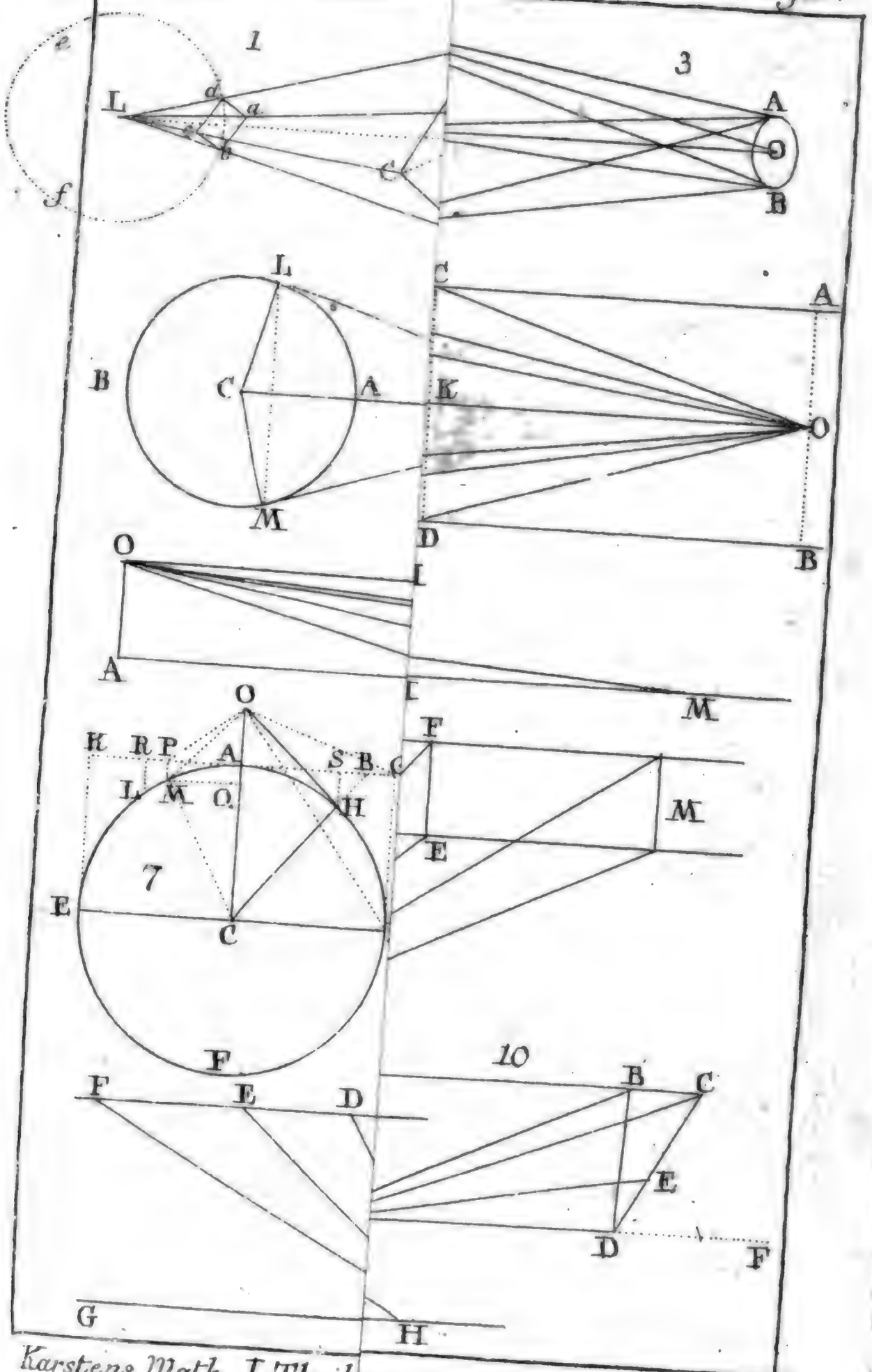
also log. Brigg. $e = 0{,}4342944819\ldots$
und die dazu gehörige Zahl
$e = 2{,}718281828459\ldots$

*** *** ***

Bey dieser Gelegenheit will ich noch ein Paar den 1sten Band betreffende Anmerkungen beyfügen.

In der Vorrede oben auf der XIX Seite ist aus dem 66. §. der mit n. 1. daselbst bezeichnete Satz abgeschrieben, es ist aber der gleich darauf folgende mit n. 2. bezeichnete Satz gemeint, wie man aus der Vergleichung sogleich abnehmen kann.

Unter den am Ende des Buchs angemerkten Druckfehlern und Verbesserungen ist eine angezeigt, welche auf der 107 S. 8 u. f. Z. gemacht werden sollte: allein diese angebliche Verbesserung fällt weg, die Zahlen 39 und 51 sind keine absolute Primzahlen, sondern sie gehen mit 3 auf.



Karstens Math. I. Theils

A

A O ω

D b

L

M

B

14

n

B

ω

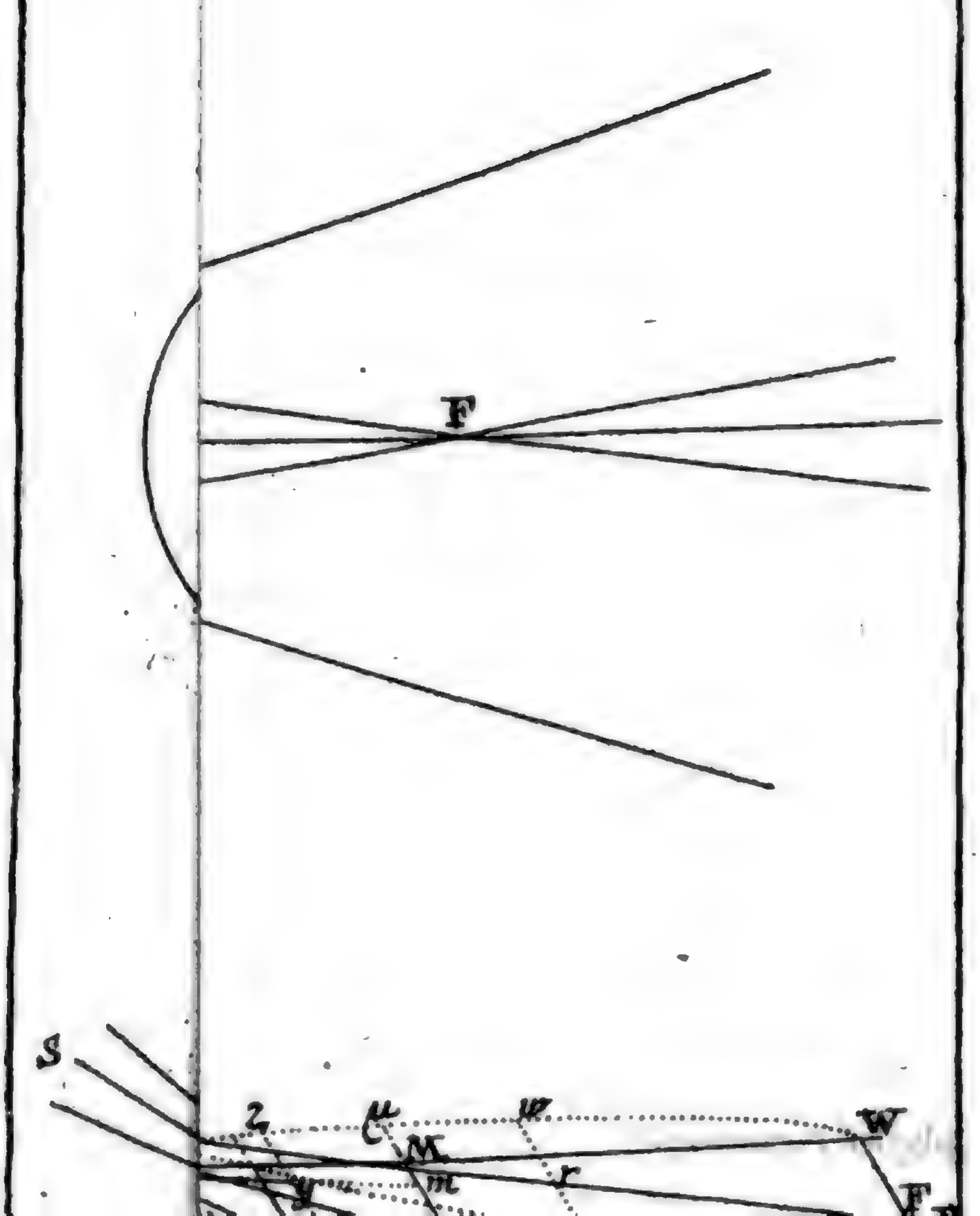
17

A o

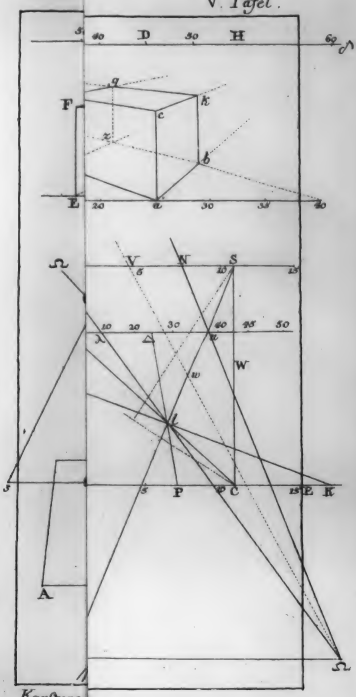
M L C λ

21

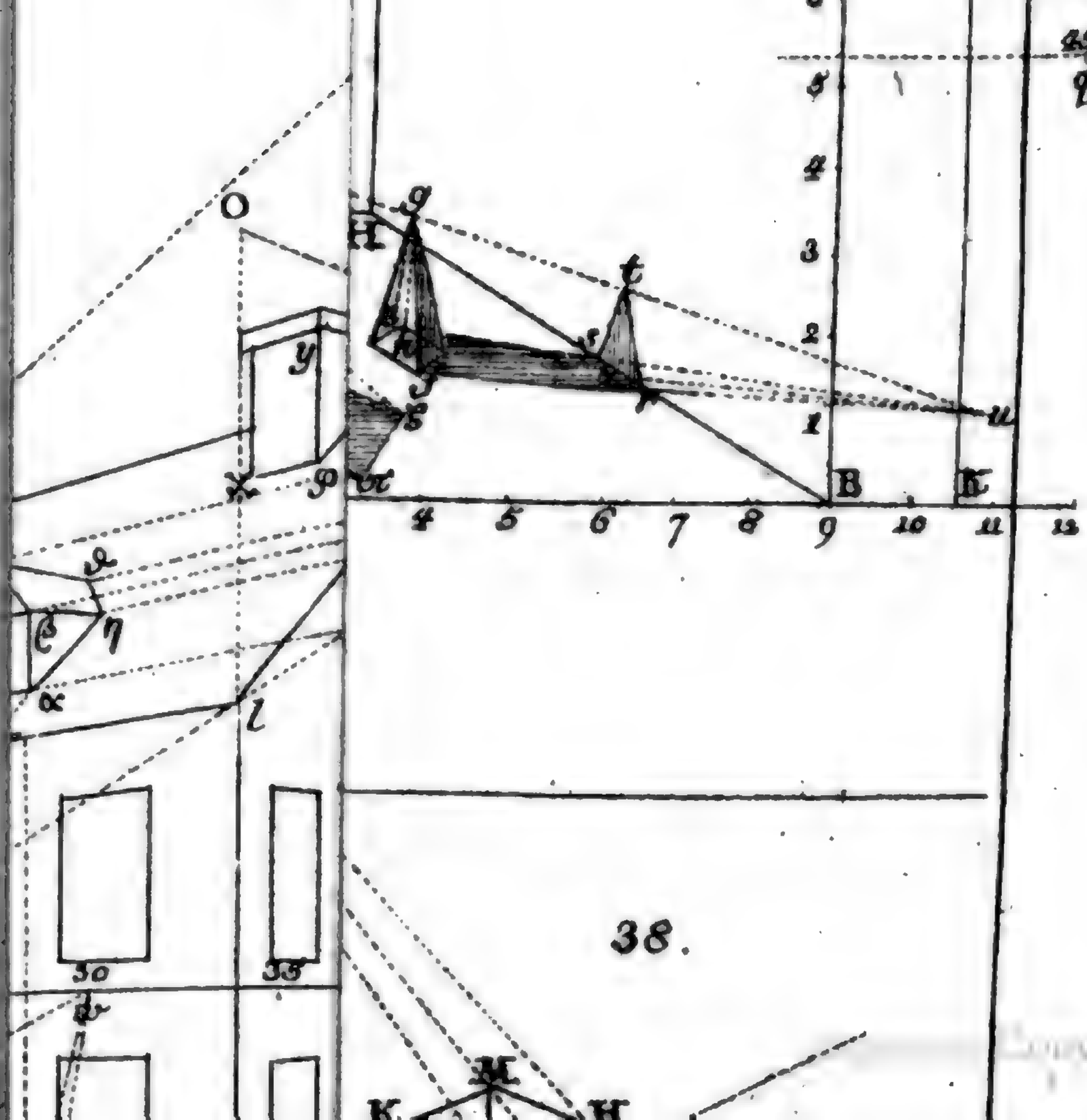
18


F
S
z
u
w
W
M
m
r

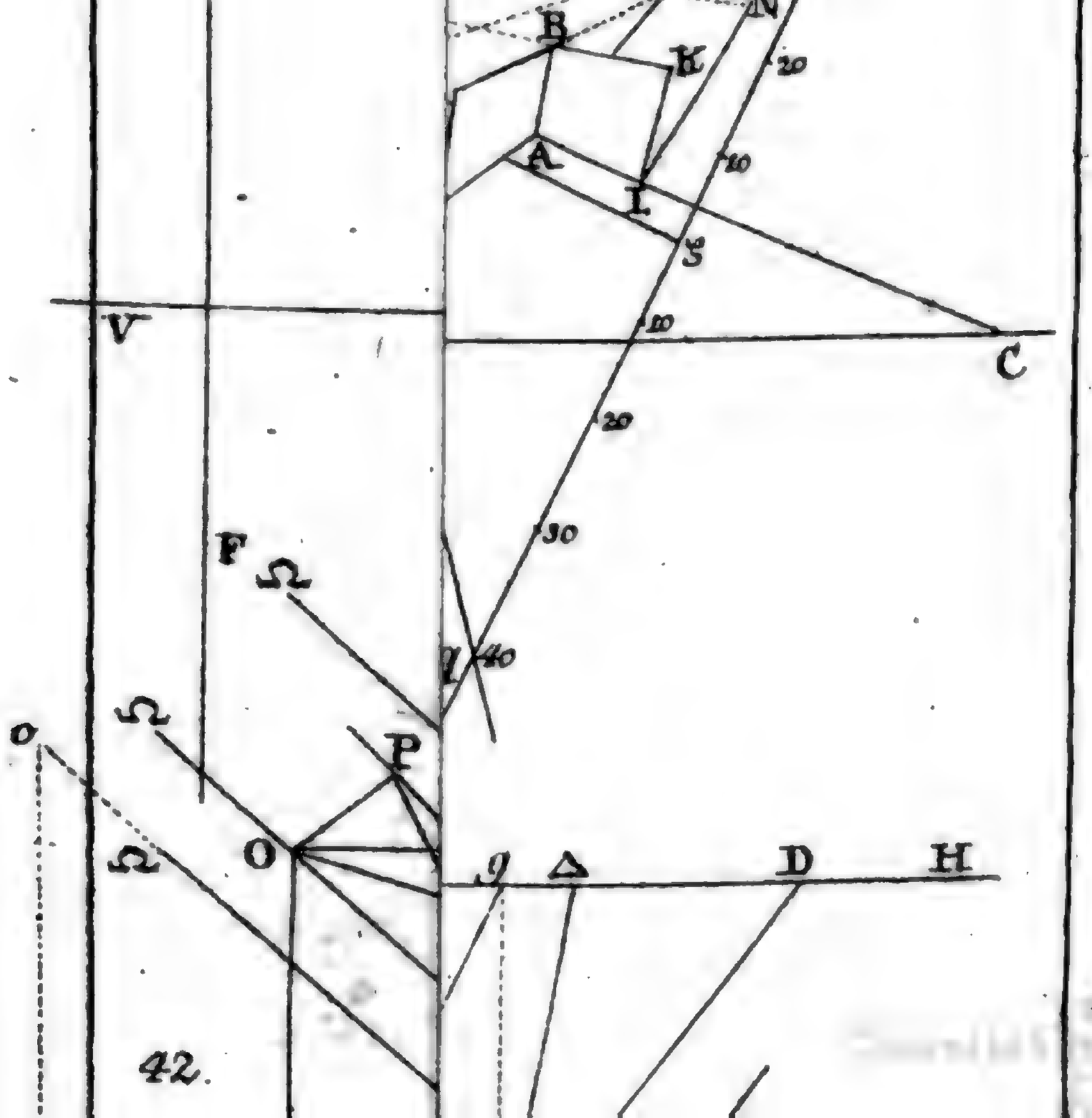
V. Tafel.



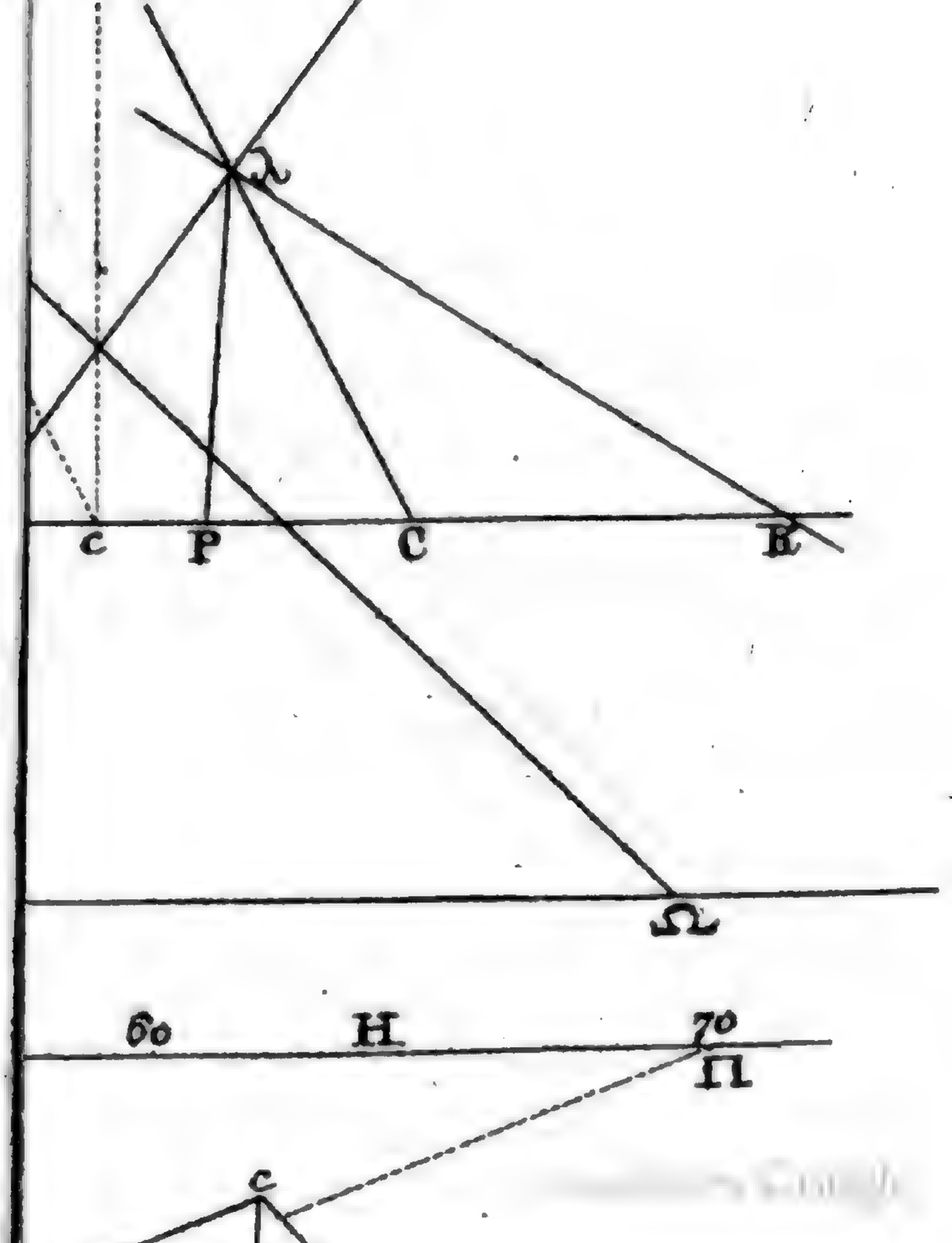
Digitized by Google

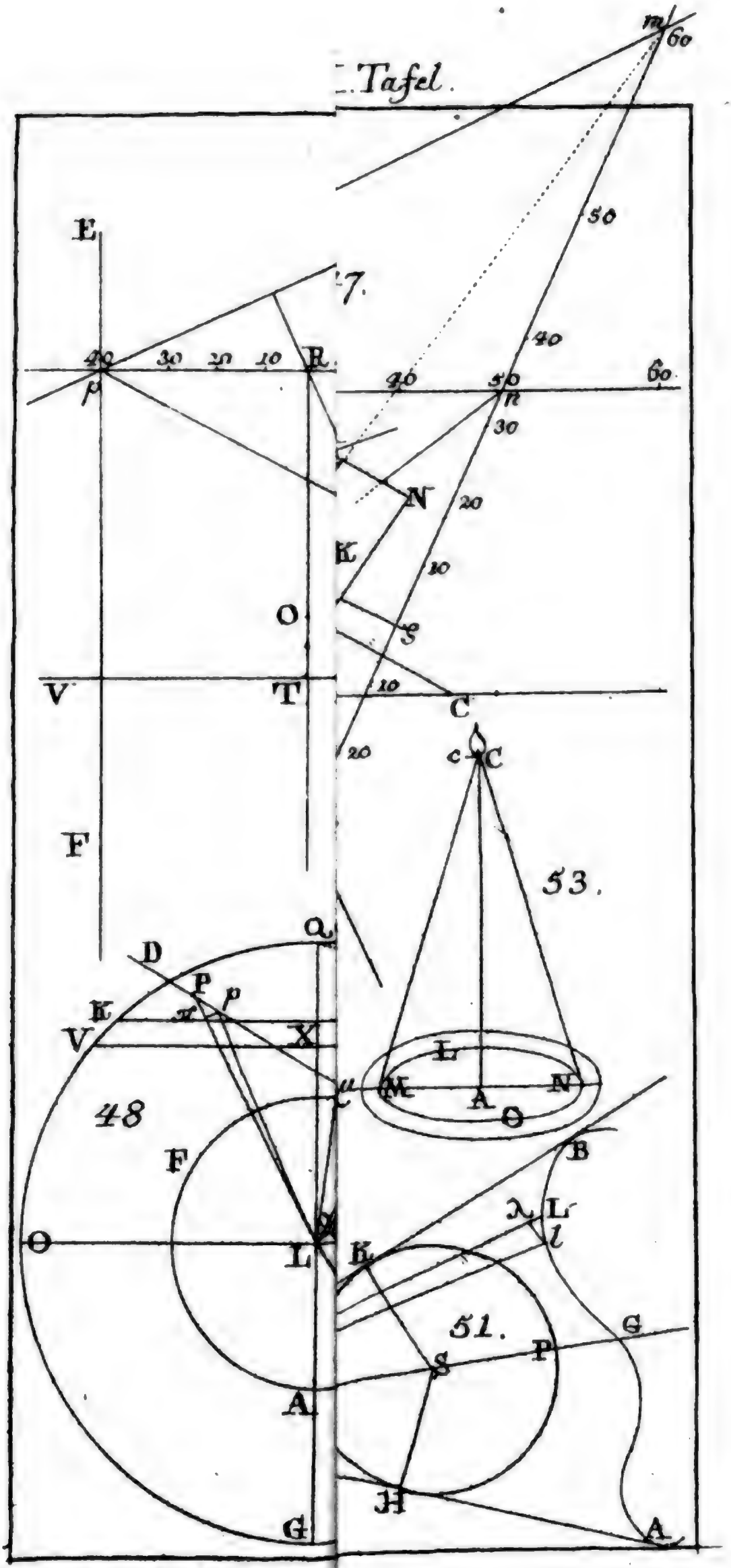

O
H
g
f
y
x
p
s
r
B
K
4
5
6
7
8
9
10
11
12
1
2
3
4
5
q
u
a
e
η
α
l
30
33
38.
M
K
H

Digitized by Google

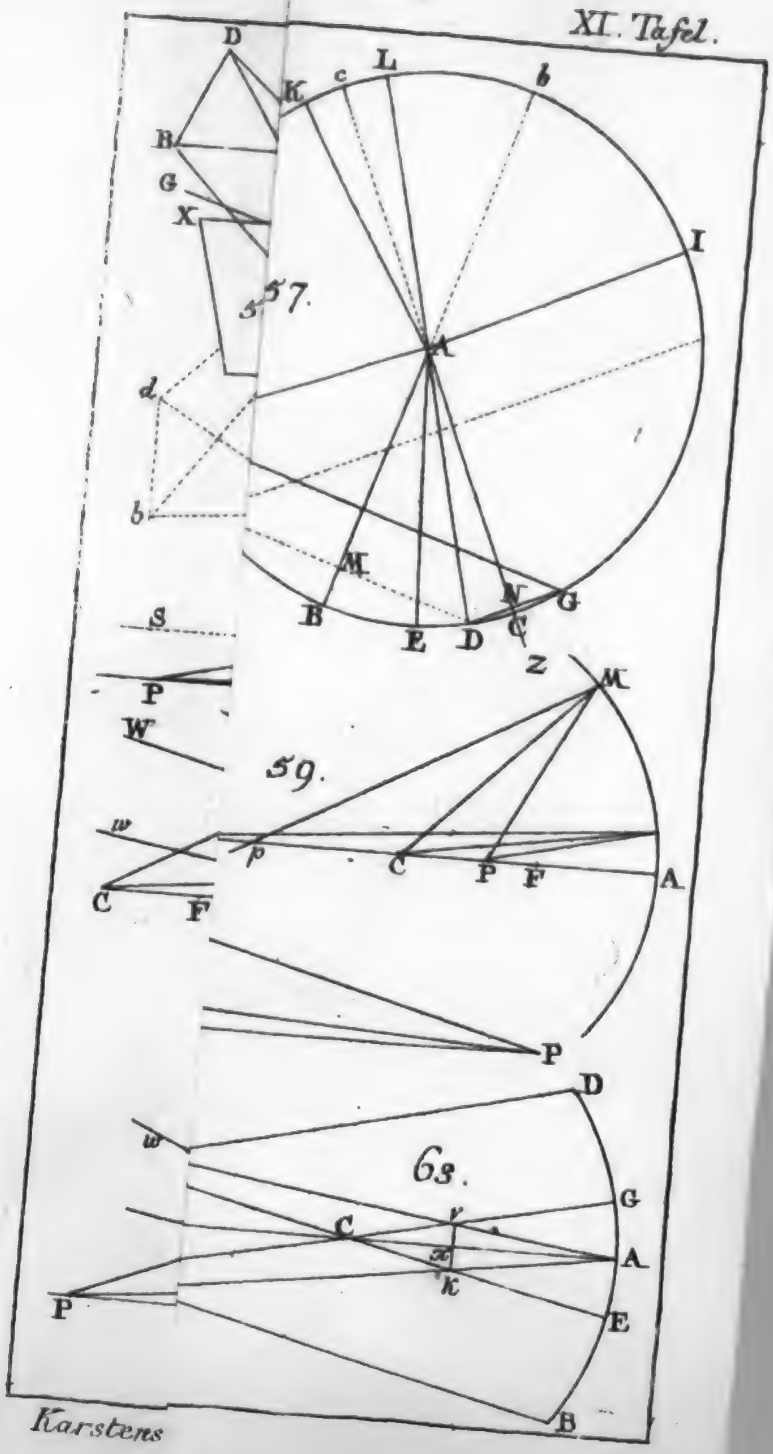


42.


C
P
C
B
Ω
δo
H
7o
Π
c



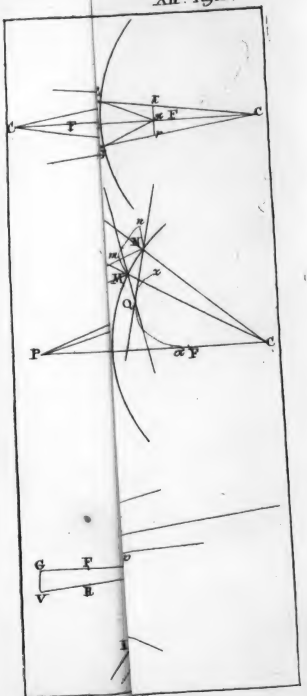
Karstens Math. I. Th


D
K
c
L
b
B
G
X
I
57.
A
d
b
M
N
G
B
E
D
C
S
P
W
Z
M
59.
w
p
C
P
F
A
C
F
P
D
w
63.
G
C
r
A
x
k
P
E
B

Karstens

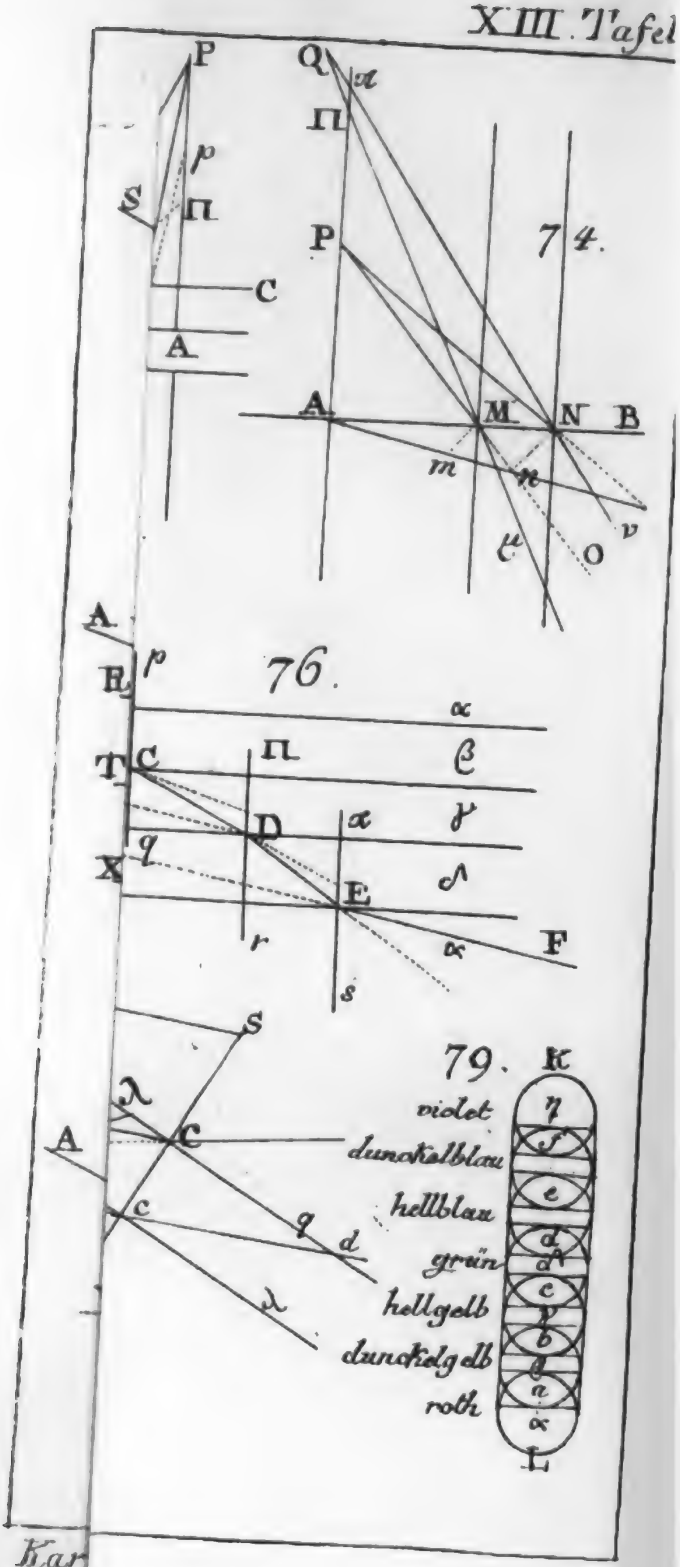
Google

XII. Tafel.

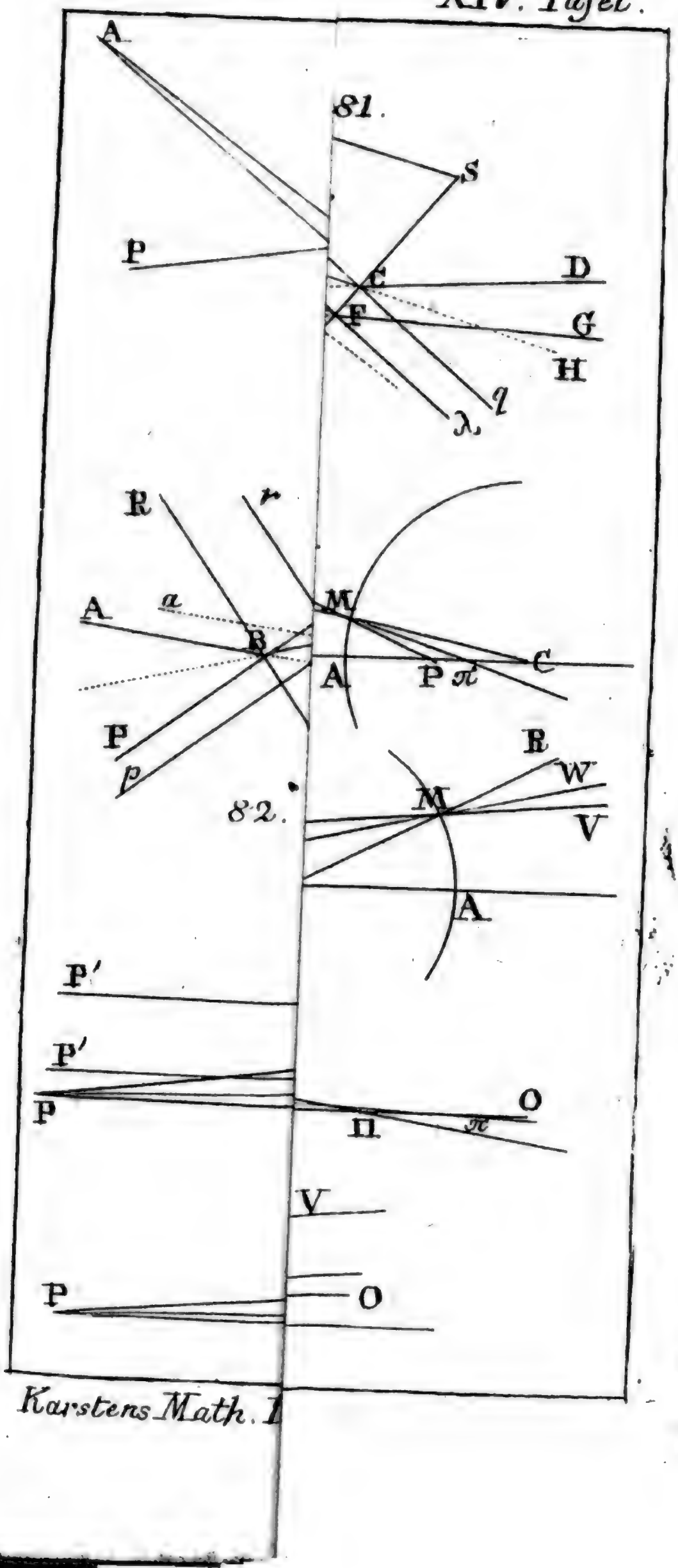


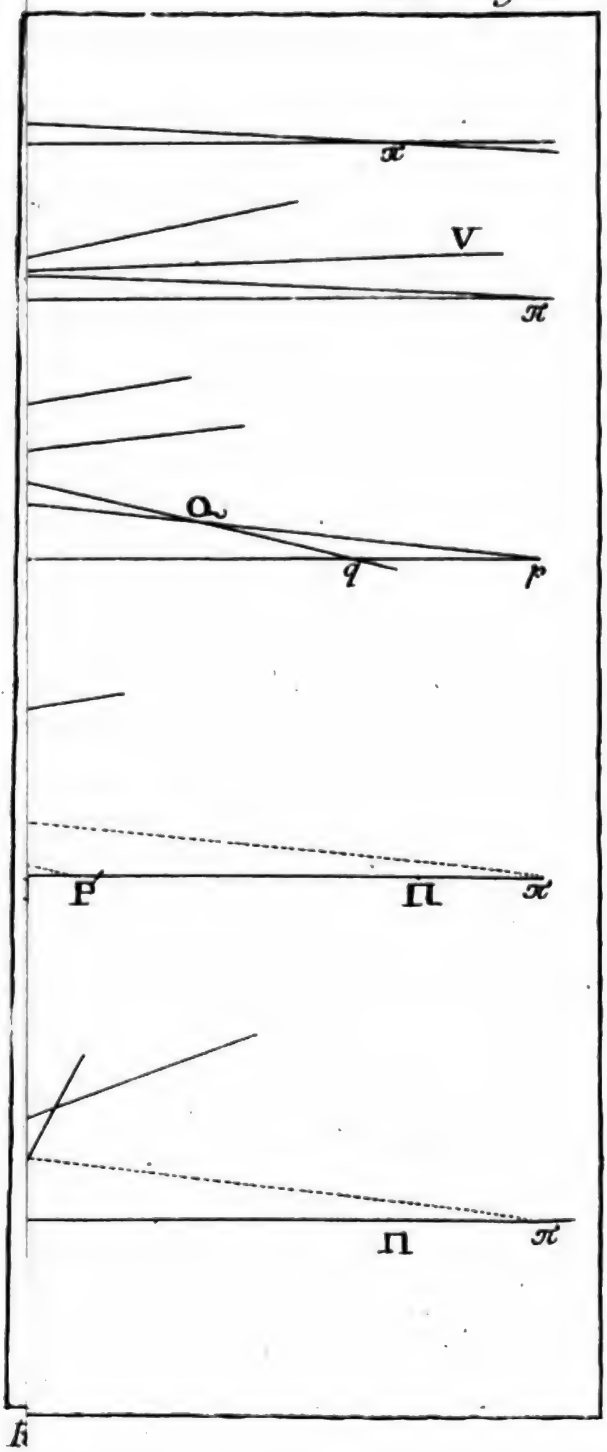
Karstens Math

Digitized by Google

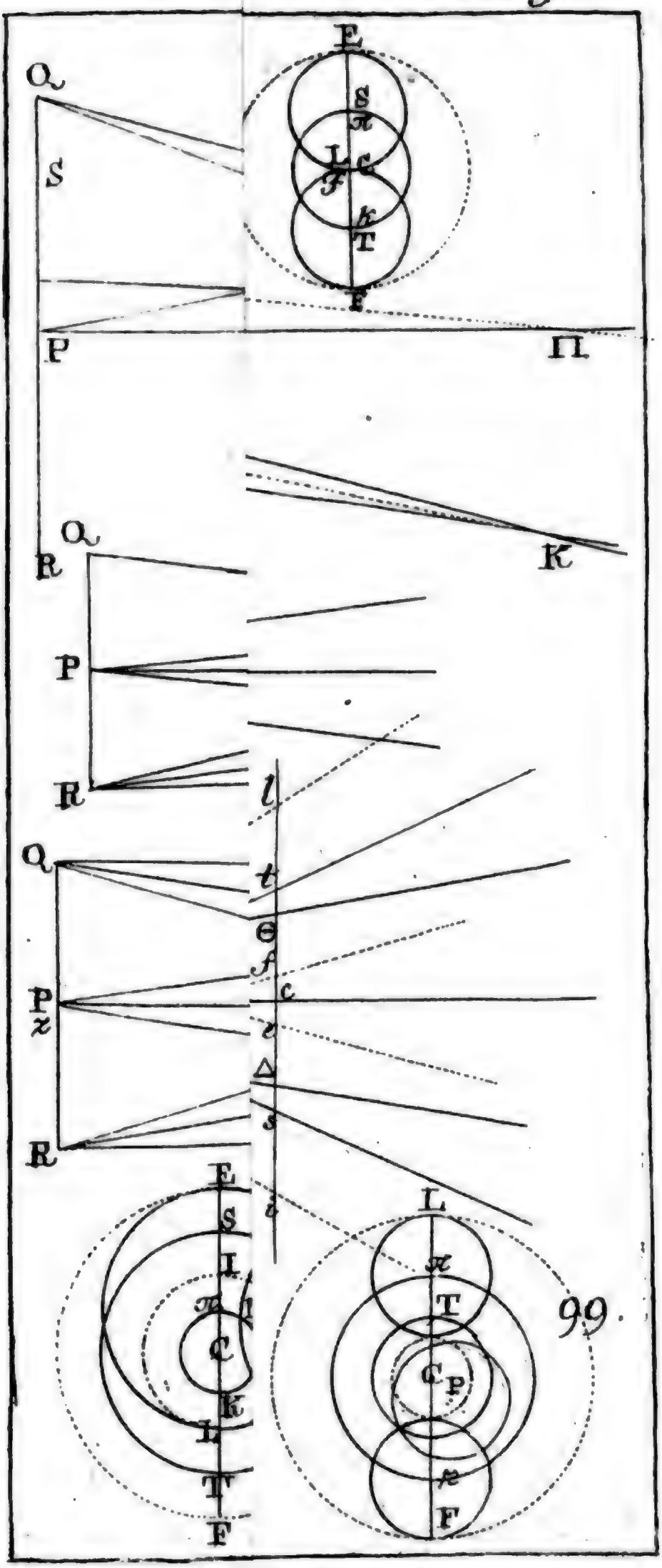

P
Q
α
Π
p
S
Π
P
74.
C
A
A
M
N
B
m
n
v
O
A
B
p
76.
α
C
Π
β
T
D
α
γ
q
X
E
δ
r
α
F
s
S
79.
K
λ
violet
η
A
C
dunkelblau
ϑ
hellblau
e
c
q
d
grün
d
λ
hellgelb
c
dunkelgelb
b
roth
a
α
L

Kar

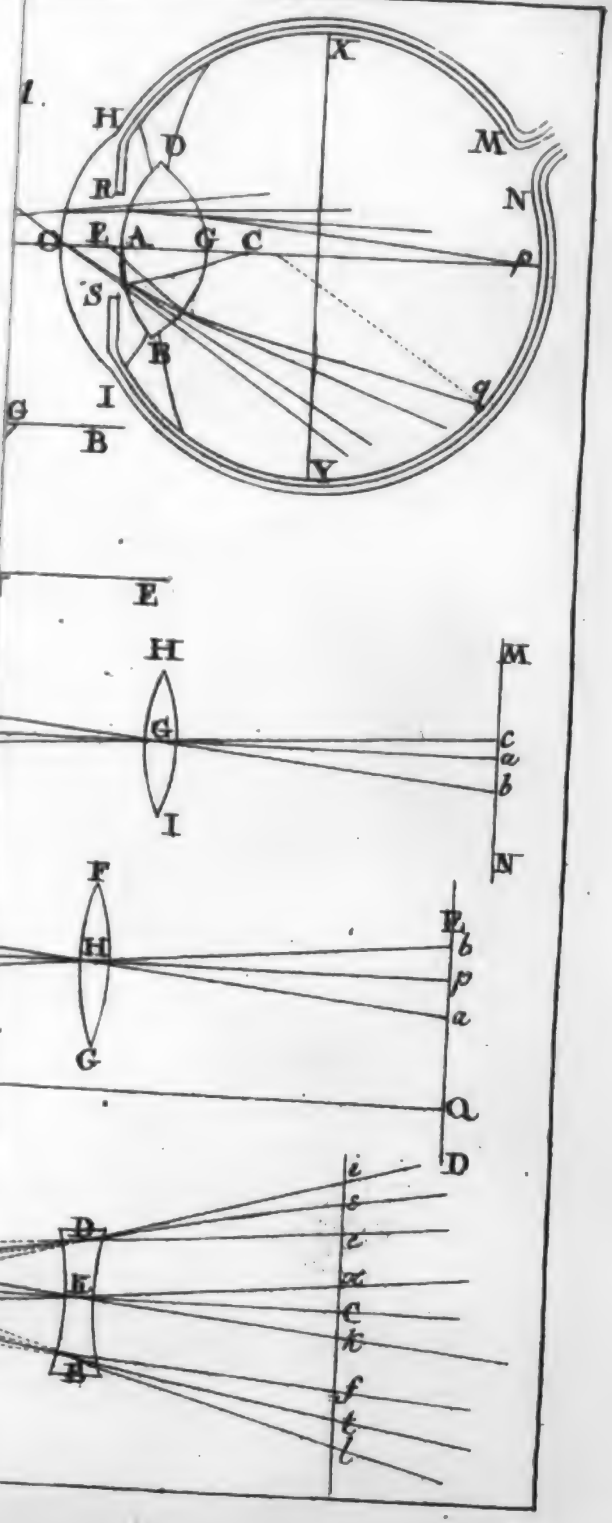

A
81.
S
P
C
D
F
G
H
λ
q
R
r
M
A
a
B
C
A
P
π
P
p
R
W
82.
M
V
A
P'
P'
P
O
π
π
V
P
O

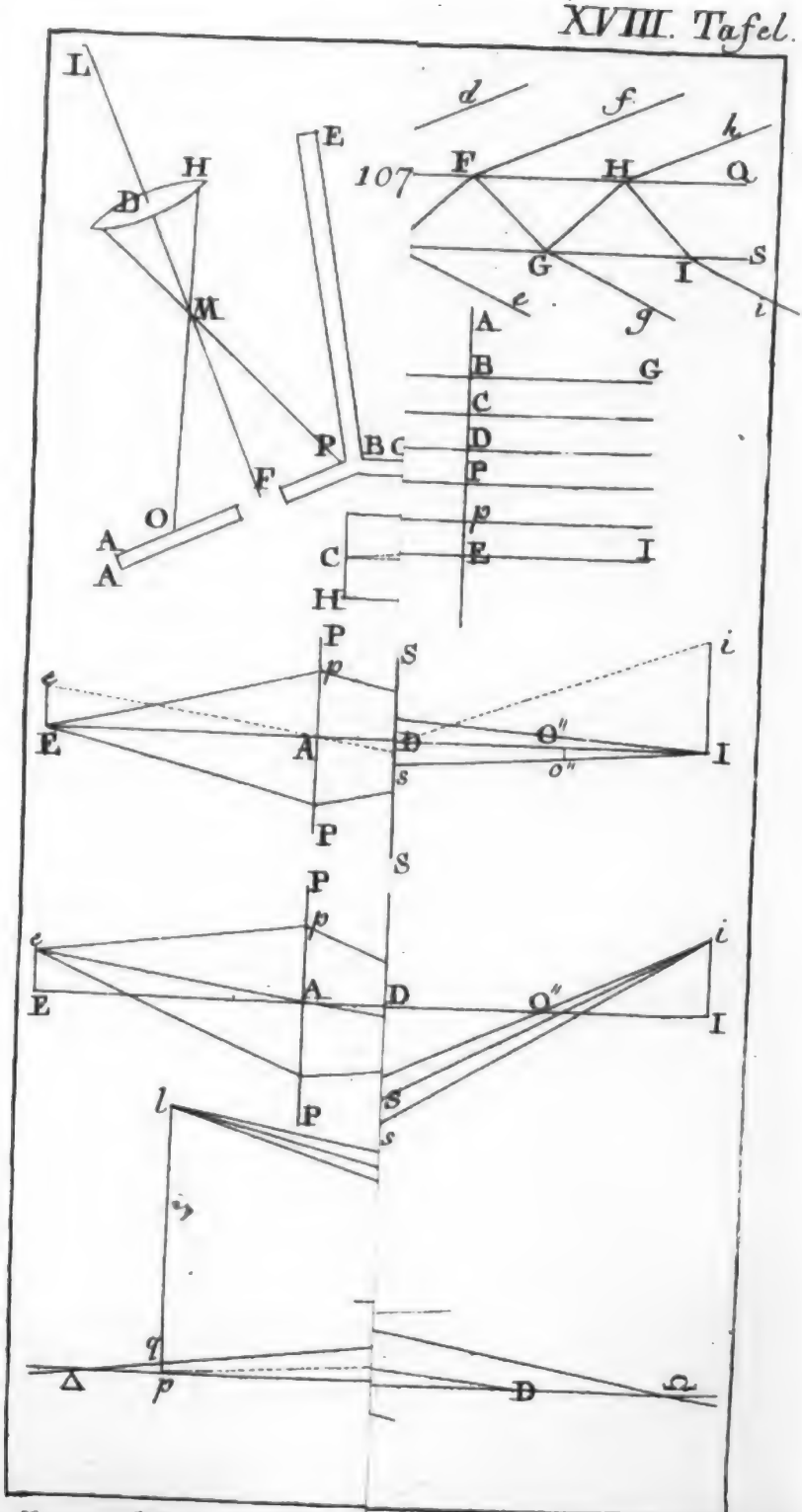


Digitized by Google

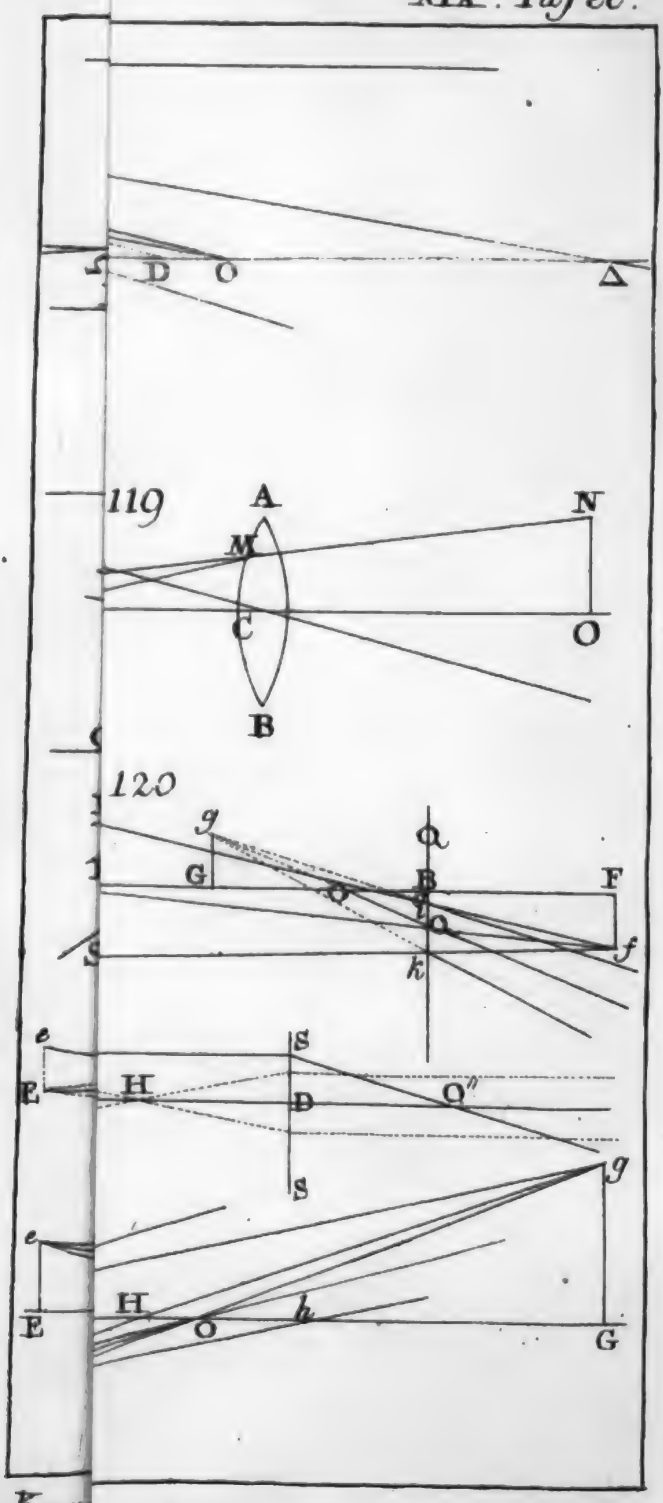


Kupferstens Mat


1.
X
H
D
M
R
N
O
F
A
G
C
S
B
I
G
B
Y
E
H
M
G
c
a
b
I
N
F
H
b
p
a
G
Q
D
i
e
d
D
x
E
c
k
H
f
t
l

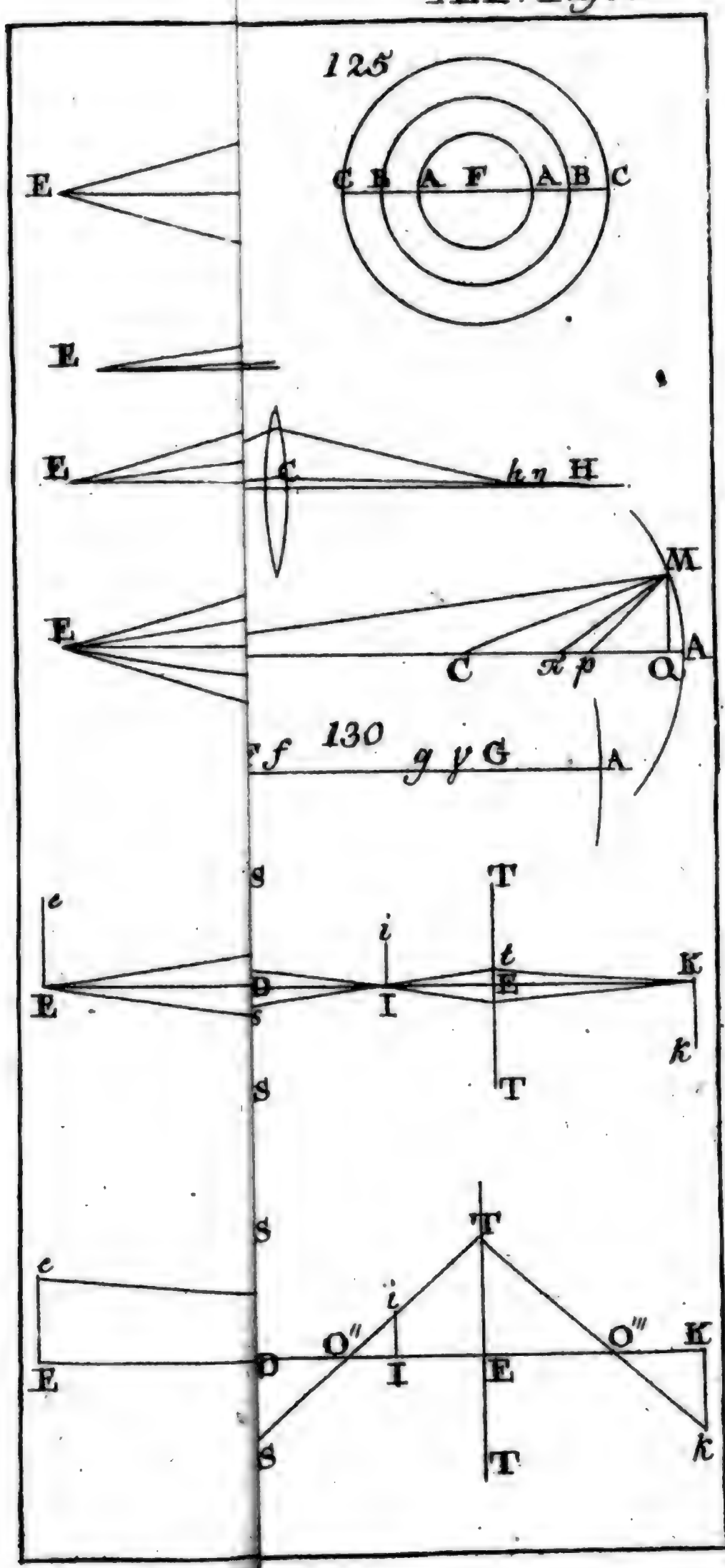


Karstens Math. I. Th. 3

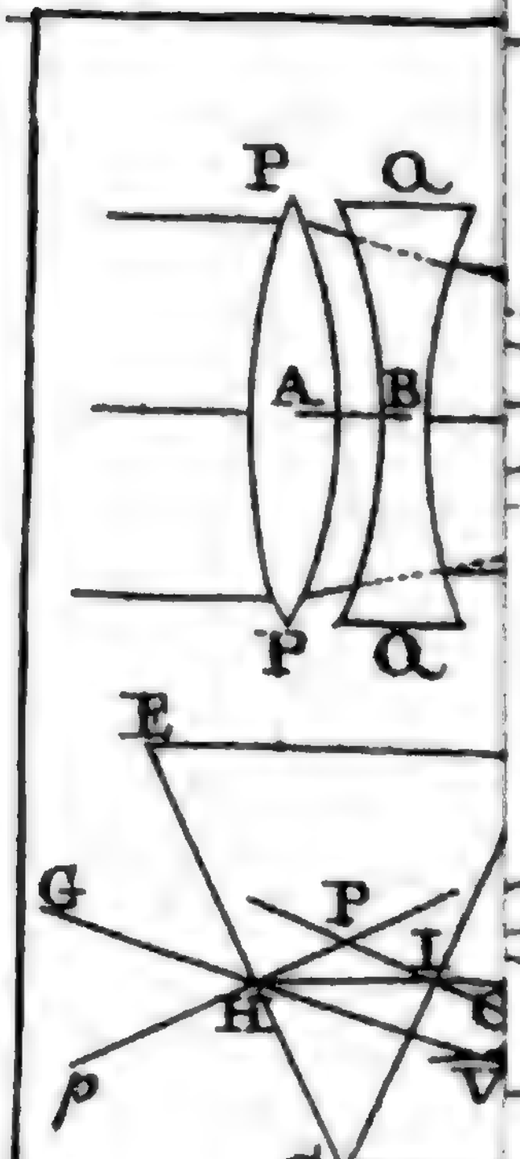


Kar

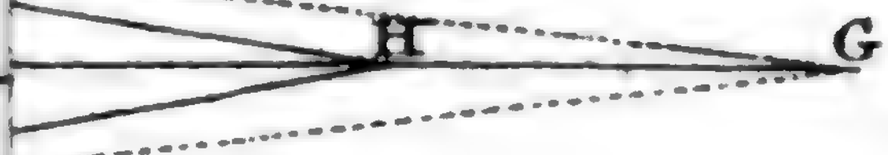
XX. Tafel.

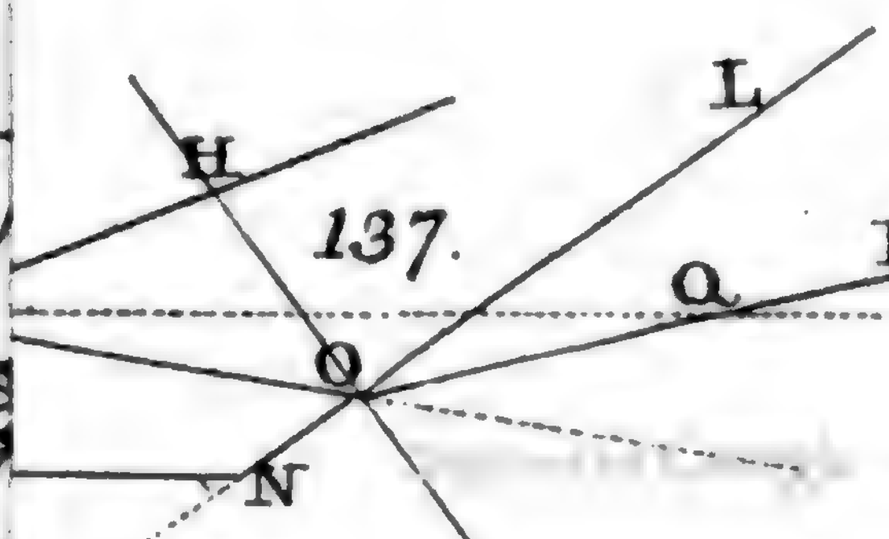


Karstens Me

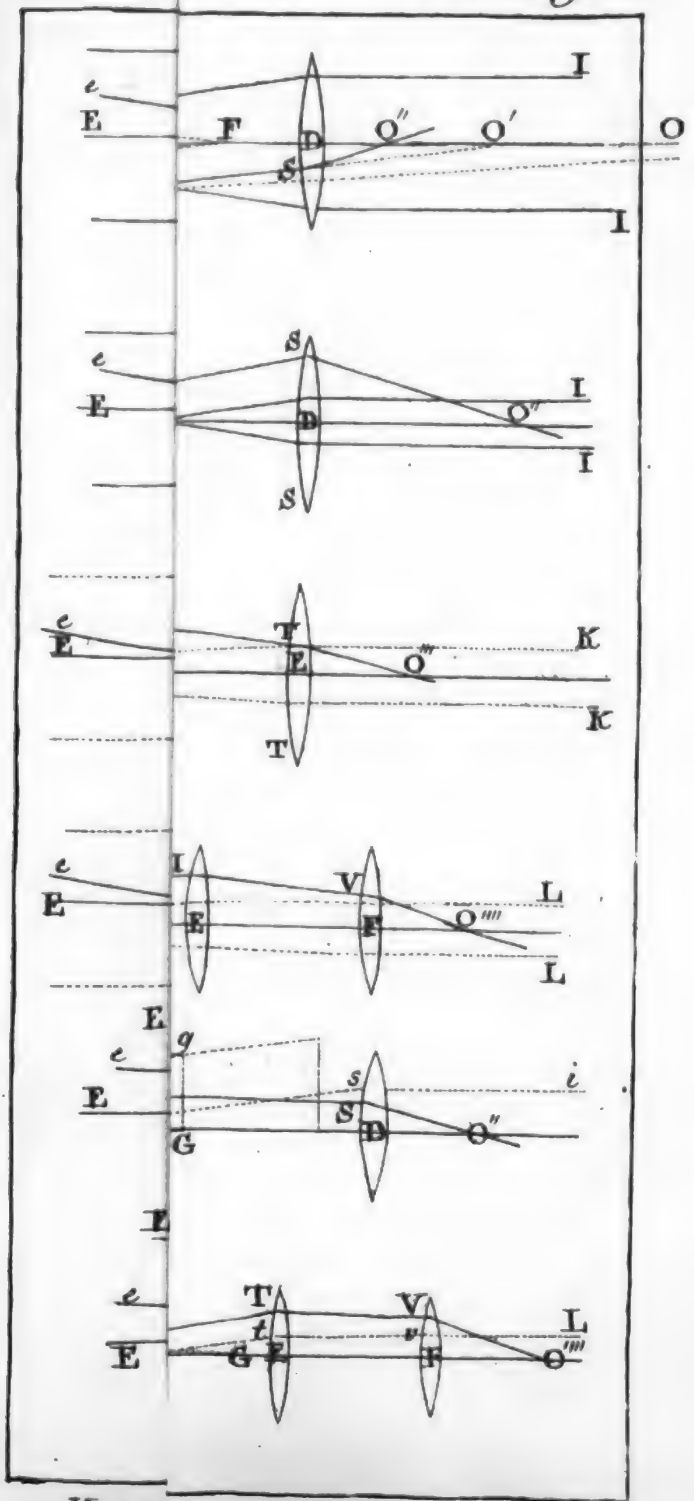


134.

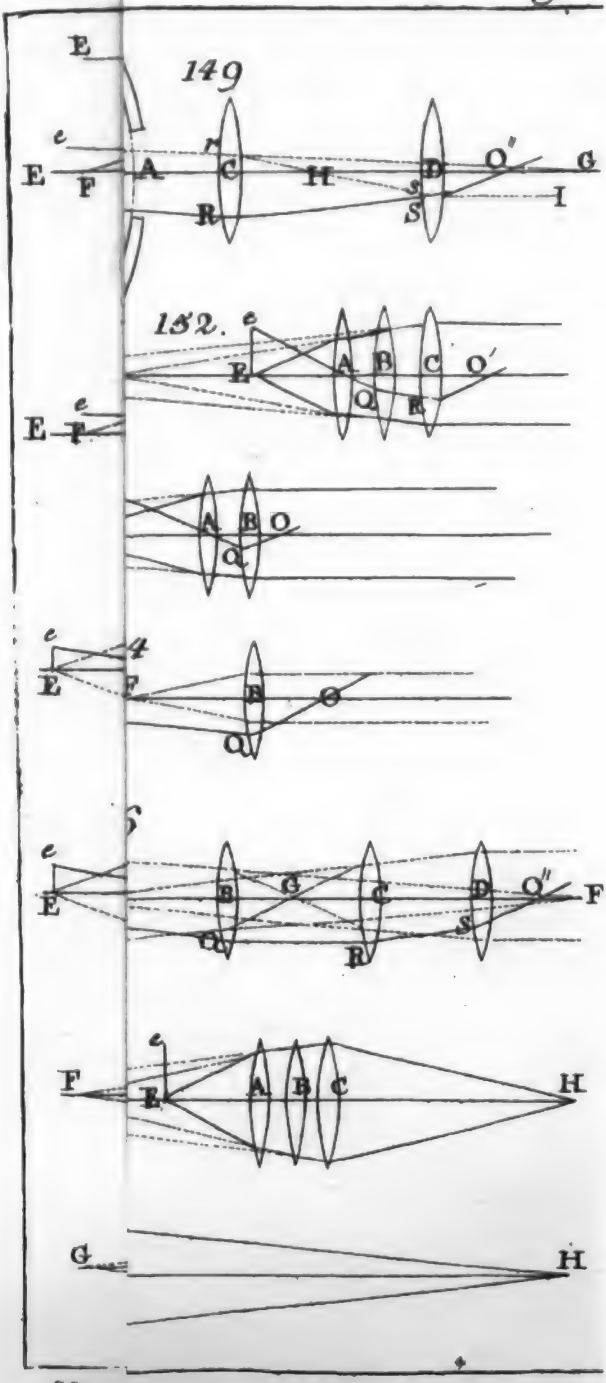




XXII. Tafel.



Karst.



Kars

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google